

ΣΤΕΦ Τ.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΙΑΣ

## ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

### “ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ”



ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:

ΣΠΟΥΔΑΣΤΗΣ:  
ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΙΩΑΝΝΙΔΗΣ

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	ΣΕΛΙΔΕΣ
ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	4
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1</b>	
<b>ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΕΣ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ Μ/Σ</b>	
1.1 ΓΕΝΙΚΑ.....	8
1.2 ΚΥΡΙΕΣ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ.....	11
1.2.α ΣΥΝΔΕΣΗ ΑΣΤΕΡΑΣ – ΑΣΤΕΡΑΣ .....	12
1.2.β ΣΥΝΔΕΣΗ ΤΡΙΓΩΝΟ – ΤΡΙΓΩΝΟ .....	16
1.2.γ ΣΥΝΔΕΣΗ: ΤΡΙΓΩΝΟ – ΑΣΤΕΡΑΣ.....	18
1.2.δ ΣΥΝΔΕΣΗ: ΑΣΤΕΡΑΣ – ΤΡΙΓΩΝΟ.....	23
1.2.ε ΣΥΝΔΕΣΗ: ΑΣΤΕΡΑΣ – ΤΕΘΛΑΣΜΕΝΟΣ ΑΣΤΕΡΑΣ.....	23
1.2.στ ΣΥΝΔΕΣΗ: ΤΡΙΓΩΝΟ – ΤΕΘΛΑΣΜΕΝΟ ΤΡΙΓΩΝΟ.....	28
1.3 ΠΟΛΙΚΟΤΗΤΑ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ Μ/Σ.....	28
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2</b>	
<b>ΠΑΡΑΛΛΗΛΙΣΜΟΣ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ Μ/Σ</b>	
2.1 ΓΕΝΙΚΑ.....	30
2.2 ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ Μ/Σ.....	31
2.2.α 1 <sup>η</sup> ΣΥΝΘΗΚΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ Μ/Σ.....	31
2.2.β 2 <sup>η</sup> ΣΥΝΘΗΚΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ Μ/Σ.....	32
2.2.γ 3 <sup>η</sup> ΣΥΝΘΗΚΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ Μ/Σ.....	35
2.2.δ 4 <sup>η</sup> ΣΥΝΘΗΚΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ Μ/Σ.....	41
2.2.ε 5 <sup>η</sup> ΣΥΝΘΗΚΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ Μ/Σ.....	44
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3</b>	
<b>ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΙ Μ/Σ ΜΕ ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ ΣΧΕΣΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ.....</b>	
	<b>47</b>

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

## ΕΡΓΑΖΟΜΕΝΟΥΣ ΜΟΝΟΦΑΣΙΚΟΥΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΕΣ

ΟΙ ΟΠΟΙΟΙ ΕΧΟΥΝ ΙΣΟΤΗΤΑ ΣΧΕΣΕΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ.....59

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ

ΟΙ ΟΠΟΙΟΙ ΕΡΓΑΖΟΝΤΑΙ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ.....64

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....87

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Μετασχηματιστή ονομάζουμε μια ηλεκτρική συσκευή η οποία, με το φαινόμενο της επαγωγής μετασχηματίζει την ηλεκτρική ενέργεια, που την παίρνει από ένα ή περισσότερα κυκλώματα (πρωτεύοντα) και την αποδίδει σε ένα ή περισσότερα κυκλώματα (δευτερεύοντα), υπό τη ίδια συχνότητα με κατάλληλη αλλαγή στους παράγοντες της τάσης ( $V$ ) και του ρεύματος ( $I$ ).

Γενικά μπορούμε να πούμε ότι ο μετασχηματιστής παραλαμβάνει ένα ποσό ενέργειας δεδομένων χαρακτηριστικών  $P_1 = U_1 I_1 \cos \phi_1$  από μια πηγή εναλλασσόμενης τάσης συχνότητας  $f$  και αποδίδει πάλι το ίδιο ποσό ενέργειας προς μια ή περισσότερες καταναλώσεις διαφορετικών χαρακτηριστικών  $P_2 = U_2 I_2 \cos \phi_2$ .

Μπορούμε να πούμε ότι η προσδιδόμενη, στον μετασχηματιστή ισχύ  $P_1$  είναι ίση περίπου με την παραλαμβανόμενη  $P_2$  δηλαδή  $P_1 = P_2$  διότι οι εν λόγω μετασχηματιστές που ονομάζονται στατοί μετασχηματιστές δεν έχουν στρεφόμενες μάζες και κινούμενους μηχανισμούς, με συνέπεια ο βαθμός απόδοσης αυτών να είναι υψηλός, της τάξης των 95% με 98%.

Αφού οι μετασχηματιστές δεν παρουσιάζουν μηχανικές απώλειες η απόδοσή τους καθορίζεται εξ ολοκλήρου από τις ηλεκτρικές απώλειες ή και μαγνητικές που ανέρχονται συνολικά από 2% έως 5% της μεταβιβαζόμενης ισχύος. Ο βαθμός απόδοσης των μετασχηματιστών, αν και υψηλός, δεν είναι σταθερός και εξαρτάται από τις συνθήκες φόρτισης, από την κατάσταση συντήρησης ή εγκατάστασης αυτών.

Κατασκευάζοντας σήμερα μεγάλους μετασχηματιστές με τον παραπάνω βαθμό απόδοσης είναι δυνατή η παραγωγή της ηλεκτρικής ενέργειας στους μεγάλους κεντρικούς σταθμούς, της πλέον συμφέρουσας τάσης των 15.000V ή 20.000V.

Στη συνέχεια με την χρησιμοποίηση μετασχηματιστών ανύψωσης, η τάση του ρεύματος μετατρέπεται σε υψηλή, της τάξης των 150.000V ή σε υπερυψηλή τάση των 380.000V.

Υπό την υψηλή αυτή τάση γίνεται για οικονομικό τρόπο η μεταφορά μεγάλων ποσοτήτων ηλεκτρικής ενέργειας στους τόπους κατανάλωσης, οι οποίοι βρίσκονται συνήθως σε μεγάλες αποστάσεις από τους σταθμούς παραγωγής. Εκεί με την χρησιμοποίηση μετασχηματιστών υποβιβασμού, η τάση του ρεύματος μετατρέπεται σε τάση των δικτύων πρωτεύουσας διανομής, της τάξης των 20.000V και 15.000V.

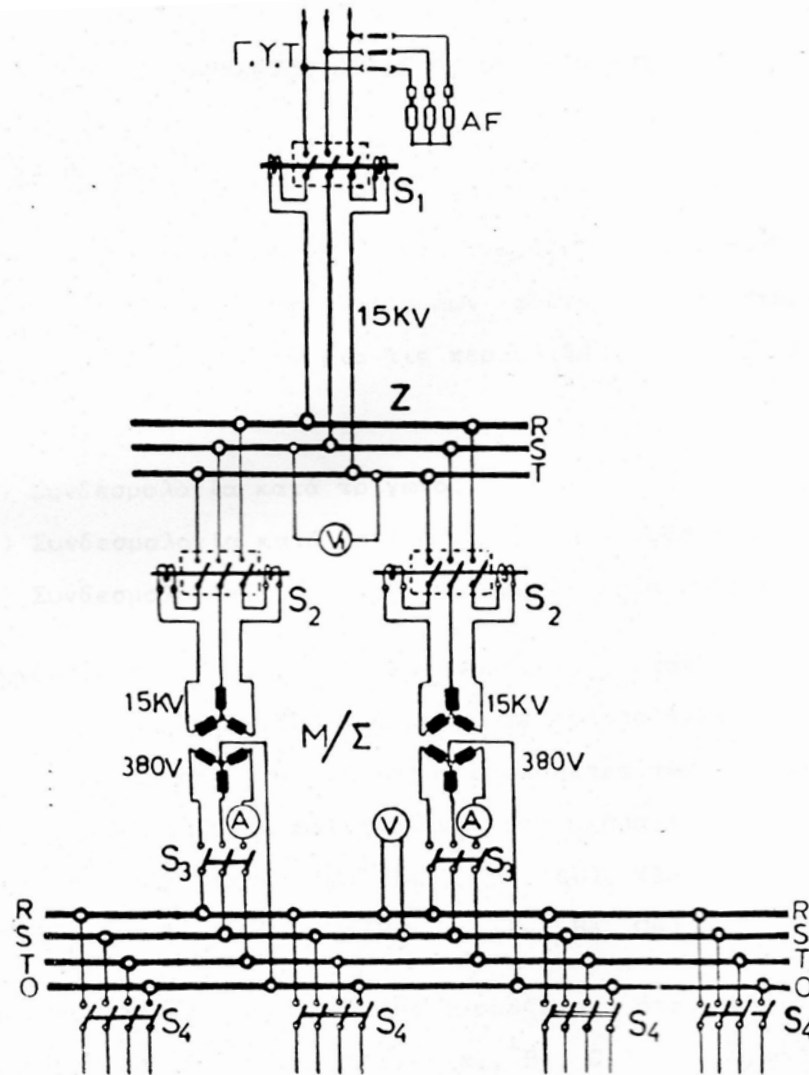
Τέλος από τα δίκτυα αυτά, με τη μεσολάβηση πάλι μετασχηματιστών υποβιβασμού, τροφοδοτούνται τα δίκτυα διανομής χαμηλής τάσης των 380/220 V, με τα οποία η ηλεκτρική ενέργεια μέχρι τους μικρότερους καταναλωτές.

Εάν ένας καταναλωτής έχει ανάγκη ηλεκτρικής ενέργειας διαφορετικής τάσης (π.χ. 110 V) από την τάση του δικτύου διανομής, η χρησιμοποίηση ενός μετασχηματιστή του δίνει μια απλή και οικονομική λύση.

Συνεπώς η δυνατότητα χρησιμοποίησης μετασχηματιστών με το εναλλασσόμενο ρεύμα, έδωσε σε αυτό τα πλεονεκτήματα, τα οποία το καθιέρωσαν ως το είδος του ρεύματος, το οποίο χρησιμοποιούν πλέον όλες οι χώρες στα δίκτυα ηλεκτροδότησης των πάσης φύσης καταναλωτών.

Οι μετασχηματιστές είναι κατασκευασμένοι για να χρησιμοποιούνται στην μετατροπή της τάσης μονοφασικού και τριφασικού συστήματος. Οι δε μετασχηματιστές που χρησιμοποιούνται για το πρώτο σύστημα λέγονται μονοφασικοί μετασχηματιστές, οι δε αυτοί που χρησιμοποιούνται για το δεύτερο σύστημα λέγονται τριφασικοί μετασχηματιστές.

Στην εργασία αυτή θα ασχοληθούμε με τους τριφασικούς μετασχηματιστές και ειδικότερα με το κεφάλαιο αυτό που αναφέρεται στον παραλληλισμό των τριφασικών μετασχηματιστών. Συγκεκριμένα θα αναφερθούμε στις συνθήκες που απαιτούνται για να παραλληλίσουμε δυο ή περισσότερους μετασχηματιστές και στην κατανομή φορτίου που γίνεται σε κάθε μετασχηματιστή, όταν αυτοί εργάζονται παράλληλα.



Για τη χρησιμοποίηση των μετασχηματιστών στους υποσταθμούς.

Γ.Υ.Τ. = Γραμμή υψηλής τάσης

AF = Προστατευτική διάταξη

S1 = Αυτόματος διακόπτης

Z = Ζυγοί (κληματαριές  
μετασχηματισμού)

S2 = Αυτόματοι διακόπτες  
μετασχηματιστών

M/Σ = Μετασχηματιστής  
υποβιβασμού τάσης

(A) = Αμπερόμετρο φορτίου

(V1) = Βολτόμετρο Υ.Τ.

(V) = Βολτόμετρο Χ.Τ.

S3 = Διακόπτες M/Σ προς  
ζυγούς

S4 = Διακόπτες προς  
κυκλώματα κατανάλωσης

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΕΣ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ Μ/Σ

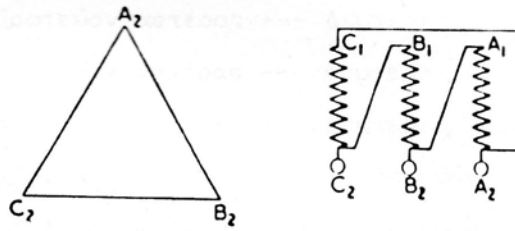
#### 1.1 ΓΕΝΙΚΑ

Συνδεσμολογία τριφασικών Μ/Σ ονομάζουμε τις συνδέσεις των περιελίξεων των διαφόρων φάσεων αυτών. Υπάρχουν τρεις συνδεσμολογίες για τις περιελίξεις των Μ/Σ.

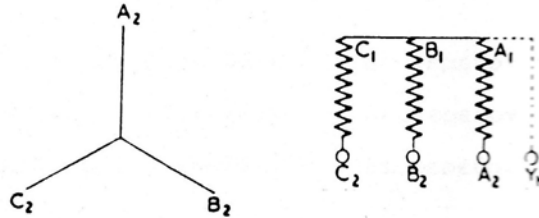
Αυτές είναι:

- i) Συνδεσμολογία κατά τρίγωνο.
  - ii) Συνδεσμολογία κατά αστέρα με ή χωρίς ουδέτερο.
  - iii) Συνδεσμολογία κατά τεθλασμένου αστέρα με ή χωρίς ουδέτερο.
- i) Συνδεσμολογία κατά τρίγωνο ονομάζεται, όταν η αρχή της μίας περιελίξης συνδέεται με το τέλος της άλλης. Τα σημεία σύνδεσης αποτελούν τους ακροδέκτες των φάσεων του Μ/Σ. Δηλαδή, όπως φαίνεται και στο σχήμα (1.1) ενώνονται οι ακροδέκτες  $(C_2, B_1)$ ,  $(B_2, A_1)$ ,  $(A_2, C_1)$  και οι ακροδέκτες των φάσεων  $(A_2, B_2, C_2)$ .
- ii) Συνδεσμολογία κατά αστέρα ονομάζεται, όταν ενωθούν οι ακροδέκτες των περιελίξεων  $(A_1, B_1, C_1)$ . Οι ακροδέκτες των φάσεων τότε είναι  $(A_2, B_2, C_2)$ . Τον κόμβο που δημιουργούν οι ακροδέκτες  $(A_1, B_1, C_1)$  ορισμένες φορές χρησιμοποιείται για ουδέτερος.
- iii) Η συνδεσμολογία κατά τεθλασμένου αστέρα γίνεται, όταν στην κάθε στήλη του πυρήνα του Μ/Σ υπάρχουν δύο περιελίξεις, δηλαδή ο μετασχηματιστής αποτελείται από δώδεκα άκρα, τα οποία συνδέονται ως εξής:  $(C_1, B_3)$ ,  $(B_1, A_3)$ ,  $(A_1, C_3)$ . Οι ακροδέκτες  $(A_2, B_2, C_2)$  ενώνονται μεταξύ τους και δημιουργούν ένα κοινό κόμβο τον ουδέτερο και οι ακροδέκτες  $(A_4, B_4, C_4)$  αποτελούν τις φάσεις του Μ/Σ.

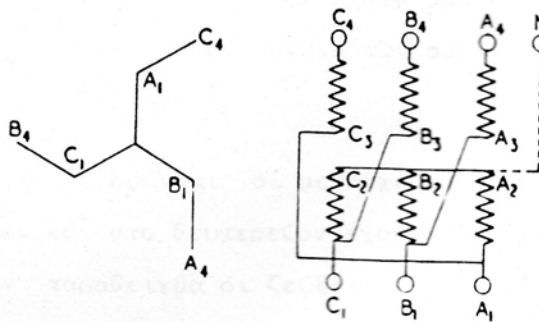




α) Σύνδεση κατά τρίγωνο



β) Σύνδεση κατά Αστέρα



γ) Σύνδεση κατά τεθλασμένου Αστέρας

### Σχήμα (1.1) Συνδεσμολογία τριφασικών μετασχηματιστών

Με διάφορους συνδυασμούς των παραπάνω ζεύξεων μπορούμε να πετύχουμε μια σειρά συνδέσεων, από τις οποίες άλλες εφαρμόζονται στην πράξη και άλλες όχι.

Από τις μεθόδους που προέχουν στις συνδεσμολογίες και εφαρμόζονται πρακτικά είναι;

1. Πρωτεύον αστέρας --- Δευτερεύον αστέρας
2. Πρωτεύον αστέρας --- Δευτερεύον τρίγωνο
3. Πρωτεύον αστέρας --- Δευτερεύον τεθλασμένος αστέρας
4. Πρωτεύον τρίγωνο --- Δευτερεύον αστέρας
5. Πρωτεύον τρίγωνο --- Δευτερεύον τρίγωνο

6. Πρωτεύον τρίγωνο --- Δευτερεύον τεθλασμένος αστέρας  
ενώ οι μέθοδοι συνδέσεων
1. Πρωτεύον τεθλασμένος αστέρας --- Δευτερεύον αστέρας
  2. Πρωτεύον τεθλασμένος αστέρας --- Δευτερεύον τρίγωνο
  3. Πρωτεύον τεθλασμένος αστέρας --- Δευτερεύον τεθλασμένος αστέρας
- δεν χρησιμοποιούνται.

Όλες οι δυνατές ζεύξεις των τυλιγμάτων κατατάσσονται σε τέσσερις ομάδες και αυτή η διάκριση στηρίχθηκε στην εύνοια των ομοιοσυνδέτων και ανομοιοσυνδέτων ζεύξεων.

Ομοιοσύνδετοι θεωρούνται οι μετασχηματιστές οι οποίοι στο πρωτεύον και στο δευτερεύον έχουν την ίδια διάταξη φάσεων. Σαν παράδειγμα οι ζεύξεις Υ/Υ ή Δ/Δ είναι της ομάδας των ομοιοσυνδέτων ζεύξεων ενώ οι ζεύξεις Δ/Υ και Υ/Δ είναι της ομάδας των ανομοιοσυνδέτων ζεύξεων.

Στην επόμενη σελίδα φαίνεται ο πίνακας (1.1) στον οποίο υπάρχουν όλες οι συνδεσμολογίες των τριφασικών μετασχηματιστών, χωρισμένες σύμφωνα με την έννοια των ομοιοσυνδέτων και ανομοιοσυνδέτων ζεύξεων και με τον αριθμό των ωρών κάθε ζεύξης.

Ο αριθμός των ωρών εκφράζει τις τριακοντάδες των ηλεκτρικών μορίων, την γωνία μεταξύ των διανυσμάτων της ίδιας φάσης, πρωτεύοντος και δευτερεύοντος. Έτσι οι μετασχηματιστές που ανήκουν στην ομάδα Α έχουν πρωτογενείς και δευτερογενείς τάσεις σε φάση, ενώ της ομάδας Β είναι μετατοπισμένες κατά  $180^0$  μεταξύ τους.

Όσον αφορά τις ομάδες C και D αυτές έχουν χαρακτηριστικό ότι οι πρωτογενείς και οι δευτερογενείς τάσεις διαφέρουν κατά 5 και 11 ηλεκτρικές ώρες αντίστοιχα, δηλαδή

$$5 \cdot 30^0 = 150^0 \text{ και } 11 \cdot 30^0 = 330^0$$

Ομάδα	Συμβολισμός	Διανυσματικό διάγραμμα		Συνδεσμολογία		Σχέση μεταφοράς
		Υ.Τ.	Χ.Τ.	Υ.Τ.	Χ.Τ.	
0	A	Dd0				$\frac{w_1}{w_2}$
		Yy0				$\frac{w_1}{w_2}$
		Dz0				$\frac{2w_1}{3w_2}$
5	C	Dy5				$\frac{w_1}{\sqrt{3}w_2}$
		Yd5				$\frac{\sqrt{3}w_1}{w_2}$
		Yz5				$\frac{2w_1}{\sqrt{3}w_2}$
6	B	Dd6				$\frac{w_1}{w_2}$
		Yy6				$\frac{w_1}{w_2}$
		Dz6				$\frac{2w_1}{3w_2}$
11	D	Dy11				$\frac{w_1}{\sqrt{3}w_2}$
		Yd11				$\frac{\sqrt{3}w_1}{w_2}$
		Yz11				$\frac{2w_1}{\sqrt{3}w_2}$

Πίνακας (1.1)

**ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΕΣ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ****1.2 ΚΥΡΙΕΣ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ**

Ανάλογα με τον τρόπο σύνδεσης των τυλιγμάτων των Μ/Σ διακρίνονται σε έξι βασικές κατηγορίες:

1. Πρωτεύον αστέρα --- Δευτερεύον αστέρα
2. Πρωτεύον τρίγωνο --- Δευτερεύον τρίγωνο
3. Πρωτεύον τρίγωνο --- Δευτερεύον αστέρα
4. Πρωτεύον αστέρα --- Δευτερεύον τρίγωνο

5. Πρωτεύον αστέρα --- Δευτερεύον τεθλασμένος αστέρας

6. Πρωτεύον τρίγωνο --- Δευτερεύον τεθλασμένος αστέρας

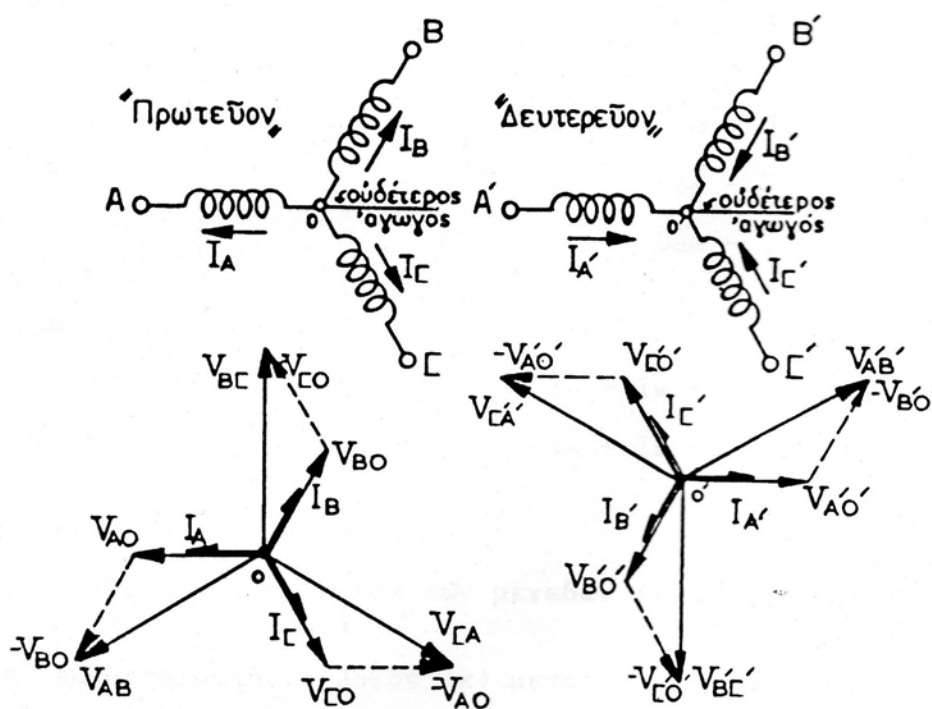
Καθεμία από τις παραπάνω συνδέσεις εμφανίζει ορισμένα πλεονεκτήματα και αντίστοιχα μειονεκτήματα τα οποία αναλύονται παρακάτω:

### 1.2.α ΣΥΝΔΕΣΗ: ΑΣΤΕΡΑΣ - ΑΣΤΕΡΑΣ

Η σύνδεση αυτή φαίνεται στο σχήμα (1.2), όπου τόσο το πρωτεύον, όσο και το δευτερεύον είναι συνδεδεμένα σε αστέρα με ουδέτερο αγωγό.

Κάτω από κάθε κύκλωμα παριστάνεται το αντίστοιχο διανυσματικό διάγραμμα τάσεων και εντάσεων του.

Η χάραξη αυτών των διανυσματικών διαγραμμάτων, έχει γίνει με την παραδοχή ότι μεταξύ πρωτεύοντος και δευτερεύοντος κάθε ζεύγους τυλιγμάτων υπάρχει διαφορά φάσης ίση με 180 (αντίφαση) και σύμφωνα με τις παρακάτω εξισώσεις που διέπουν κάθε τριφασικό κύκλωμα σε συμμετρική φόρτιση.



Σχήμα (1.2)

**ΣΥΝΔΕΣΗ ΑΣΤΕΡΑΣ – ΑΣΤΕΡΑΣ ΜΕ ΤΑ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΤΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΕΝΤΑΣΕΩΝ ΓΙΑ ΩΜΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ.**

**Πρωτεύον κύκλωμα**Εξισώσεις τάσεων

- |                           |                                |
|---------------------------|--------------------------------|
| α. Φασικές τάσεις         | $U_{AO} + U_{BO} + U_{CO} = 0$ |
| β. Πολικές τάσεις         | $U_{AB} + U_{BC} + U_{CA} = 0$ |
| γ. Ανάλυση πολικών τάσεων | $U_{AB} = 0$                   |

Εξισώσεις ρευμάτων

- |                   |                       |
|-------------------|-----------------------|
| α. Φασικά ρεύματα | $I_A + I_B + I_C = 0$ |
| β. Πολικά ρευματα | $I_A + I_B + I_C = 0$ |

**Δευτερεύον κύκλωμα**Εξισώσεις τάσεων

- |                           |                                |
|---------------------------|--------------------------------|
| α. Φασικές τάσεις         | $U_{AO} + U_{BO} + U_{CO} = 0$ |
| β. Πολικές τάσεις         | $U_{AB} + U_{BC} + U_{CA} = 0$ |
| γ. Ανάλυση πολικών τάσεων | $U_{AB} = U_{AO} + U_{BO}$     |
|                           | $U_{BC} = U_{BO} - U_{CO}$     |
|                           | $U_{CA} = U_{CO} - U_{AO}$     |

Εξισώσεις ρευμάτων

- |                   |                       |
|-------------------|-----------------------|
| α. Φασικά ρεύματα | $I_A + I_B + I_C = 0$ |
| β. Πολικά ρευματα | $I_A + I_B + I_C = 0$ |

**Λόγος μετασχηματιστών πολικών μεγεθών (k)**

Στη σύνδεση αυτή, ο λόγος (k) μετασχηματισμού τόσο των φασικών, όσο και των πολικών μεγεθών είναι ο ίδιος, όπως και στους μονοφασικούς μετασχηματιστές, δηλαδή:

$$k = \frac{U_1}{U_2} = \frac{\sqrt{3} U_{1\phi}}{\sqrt{3} U_{2\phi}} = \frac{k_1}{k_2}$$

### **Πλεονεκτήματα σύνδεσης Αστέρα ---- Αστέρα**

Δύο είναι τα πλεονεκτήματα της σύνδεσης Αστέρα – Αστέρα.

- 1) Η φασική τάση κάθε κυκλώματος είναι μειωμένη κατά  $\sqrt{3}$  σε σχέση προς την αντίστοιχη πολική. Αυτό συνεπάγεται τη μείωση του αριθμού των σπειρών των τυλιγμάτων, συγκριτικά με το τρίγωνο, καθώς επίσης και την καλύτερη μόνωσή της.
- 2) Το δεύτερο είναι στο δευτερεύον διατίθενται δυο τάσεις: η φασική και η πολική.

### **Μειονεκτήματα σύνδεσης Αστέρα ---- Αστέρα**

Το βασικό μειονέκτημα της σύνδεσης αυτής, είναι ότι απαιτείται η χρησιμοποίηση ουδέτερου αγωγού τόσο στο πρωτεύον, όσο και το δευτερεύον.

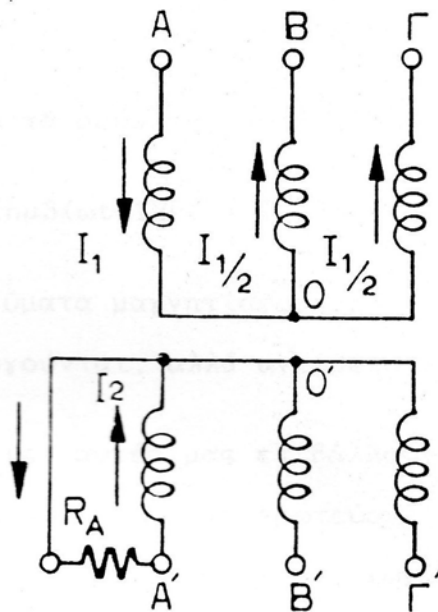
Στο δευτερεύον, ο ουδέτερος αγωγός είναι απαραίτητος για τη σύνδεση του φορτίου και στη συνέχεια για την κυκλοφορία, μέσω αυτού, του ρεύματος που προκύπτει σε περίπτωση μη συμμετρικής φόρτισης (άθροισμα ρευμάτων δευτερεύοντος, διαφορετικό από το μηδέν).

Στο πρωτεύον πάλι, δεν μπορεί να αποφύγει κανείς τον ουδέτερο αγωγό για δύο λόγους: πρώτον γιατί σε περίπτωση μη συμμετρικής φόρτισης του δευτερεύοντος, φορτίζονται αντίστοιχα, μη συμμετρικά και οι τρεις φάσεις του πρωτεύοντος, με αποτέλεσμα να δημιουργούνται διαφορετικές πτώσεις τάσης σε αυτές, οπότε εμφανίζονται με διαφορετικά πλάτη οι Η.Ε.Δ που αναπτύσσονται εξ απαγωγής στα δευτερεύοντα.

Πραγματικά για μια φόρτιση του δευτερεύοντος μη συμμετρική, το πρωτεύον του χωρίς ουδέτερο τριφασικού μετασχηματιστή φορτίζεται όπως στο σχήμα (1.3).

**Συμπεριφορά της χωρίς ουδέτερο στο πρωτεύον σύνδεση Αστέρα --- Αστέρα σε ασύμμετρη φόρτιση.**

Το ρεύμα  $I_1$  που προκαλείται από τη φόρτιση μόνο, του ενός τυλίγματος του πρωτεύοντος, μη μπορώντας να επιστρέψει στην πηγή από αγωγό ουδέτερο, επιστρέφει από τις υπόλοιπες φάσεις διαιρούμενο σε συνιστώσες της  $I_1/2$  και  $I_1/2$  αντίστοιχα. Με την χρησιμοποίηση όμως του ουδέτερου αγωγού στο πρωτεύον, η φόρτιση του δευτερεύοντος, δηλαδή:  $(I_2, 0, 0)$  έχουμε τότε για το πρωτεύον:  $(I_1, 0, 0)$  με συνέπεια να εξουδετερώνονται οι ανωμαλίες που προείπαμε.



**Σχήμα (1.3)**

**ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΗΣ ΧΩΡΙΣ ΟΥΔΕΤΕΡΟ ΣΤΟ ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΣΥΝΔΕΣΗ  
ΑΣΤΕΡΑ – ΑΣΤΕΡΑ ΣΕ ΑΣΥΜΜΕΤΡΗ ΦΟΡΤΙΣΗ**

Ο δεύτερος λόγος που επιβάλλει τη χρησιμοποίηση του ουδέτερου αγωγού στο πρωτεύον για τη σύνδεση Αστέρα – Αστέρα, αναφέρεται στο γεγονός, ότι ακόμα και στην περίπτωση συμμετρικής φόρτισης των φάσεων, το άθροισμα των τριών ρευμάτων μαγνητίσεως του πρωτεύοντος είναι πάλι διαφορετικό από το μηδέν. Αυτό δικαιολογείται επειδή, λόγω του μη ευθύγραμμου της καμπύλης μαγνητίσεως του σιδηρομαγνητικού υλικού του πυρήνα, εμφανίζονται ισχυρές αρμονικές 3<sup>ης</sup> και 4<sup>ης</sup> τάξης.

Από αυτές η 3<sup>η</sup> αρμονική πρέπει να ληφθεί σοβαρά υπόψη, επειδή έχει αρκετά υπολογίσιμο πλάτος και ενώ λοιπόν το άθροισμα των τριών ρευμάτων μαγνητίσεως, από βασική συχνότητα είναι μηδενικό σε συμμετρική φόρτιση, δεν συμβαίνει το ίδιο και το άθροισμα των ρευμάτων από τρίτη αρμονική.

Πραγματικά για ρεύματα αυτά έχουμε:

$$I_{\eta 3\omega t} + I_{\eta 3(\omega t + 120)} + I_{\eta 3(\omega t + 240)} = 3I_{\eta 3\omega t}$$

Δηλαδή, τα ρεύματα μαγνητίσεως από τρίτη αρμονική, όχι μόνο δεν καταργούνται, αλλά αντίθετα αθροίζονται.

Οι διαπιστώσεις αυτές μας επιβάλλουν τη χρησιμοποίηση ουδέτερου αγωγού και στο πρωτεύον. Εκτός όμως από το βασικό μειονέκτημα των αγωγών, στη σύνδεση Αστέρα – Αστέρα εμφανίζεται και άλλο μειονέκτημα, που αφορά τη χρησιμοποιούμενη διατομή των συρμάτων περιέλιξης πρωτεύοντος και δευτερεύοντος. Οι χρησιμοποιούμενες διατομές συρμάτων είναι αυξημένες κατά  $\sqrt{3}$  (σε σύγκριση με το τρίγωνο), δεδομένου ότι εδώ τα φασικά ρεύματα είναι ίσα με τα πολικά ( $I_{\phi} = I_{\pi}$ ).

### 1.2.β ΣΥΝΔΕΣΗ: ΤΡΙΓΩΝΟ – ΤΡΙΓΩΝΟ

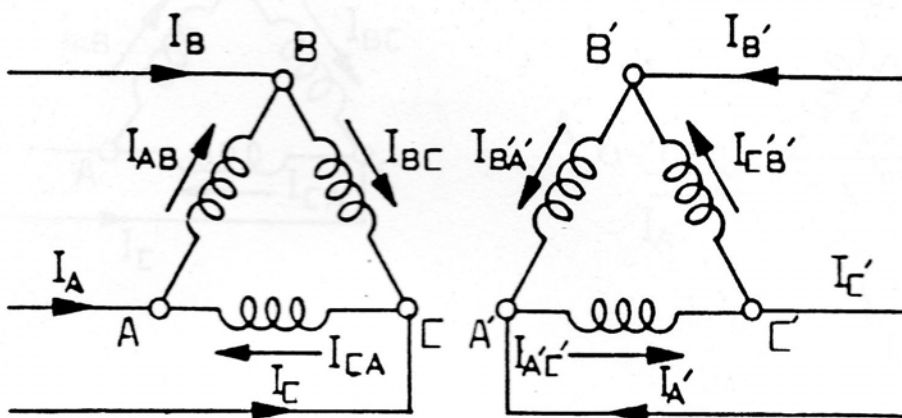
Στη σύνδεση αυτή, τόσο το πρωτεύον, όσο και το δευτερεύον συνδέονται κατά τρίγωνο, όπως φαίνεται στο σχήμα (1.4).

Η σύνδεση Τρίγωνο – Τρίγωνο δεν χρησιμοποιεί ουδέτερους αγωγούς και για αυτό πλεονεκτεί σε αυτό το σημείο θείναι καλύτερη από τη σύνδεση Αστέρα – Αστέρα).

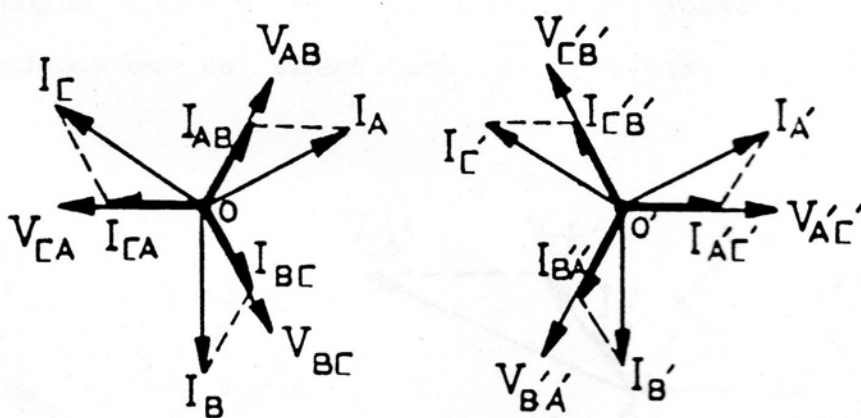
Πάντως η σύνδεση Τρίγωνο – Τρίγωνο, στην πράξη δεν συνηθίζεται πολύ. Για το λόγο αυτό, δεν θ' ασχοληθούμε με αυτή τη σύνδεση της οποίας



παραθέτουμε μόνο το διανυσματικό διάγραμμα φασικών και πολικών μεγεθών, πρωτεύοντος και δευτερεύοντος.



α) Σύνδεση Τρίγωνο - Τρίγωνο.



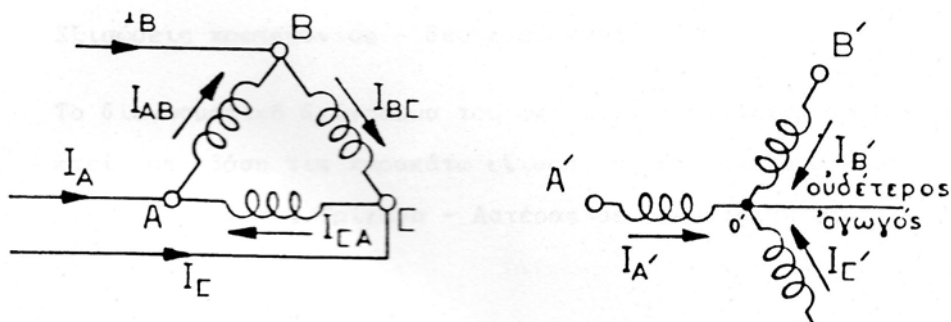
β) Διανυσματικό διάγραμμα σύνδεσης.

#### Σχήμα (1.4)

**ΣΥΝΔΕΣΗ ΤΡΙΓΩΝΟ – ΤΡΙΓΩΝΟ ΜΕ ΤΑ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΤΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΕΝΤΑΣΕΩΝ ΓΙΑ ΩΜΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ**

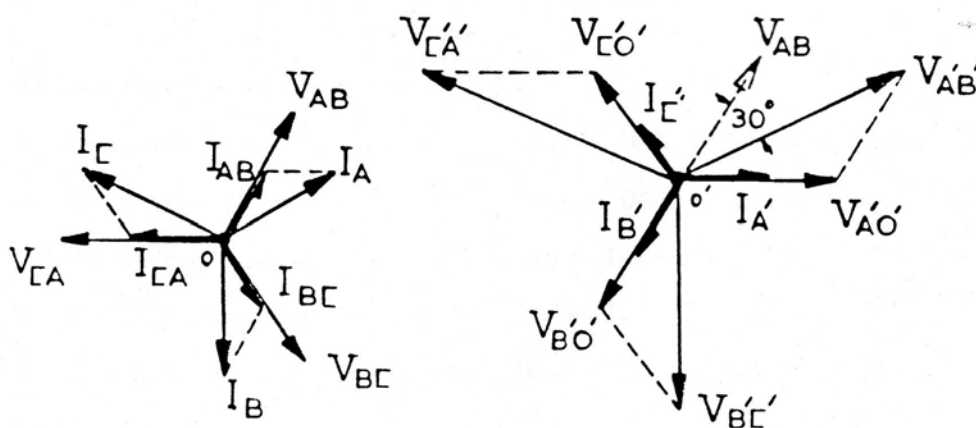
### 1.2.γ ΣΥΝΔΕΣΗ: ΤΡΙΓΩΝΟ – ΑΣΤΕΡΑΣ

Η σύνδεση αυτή φαίνεται στο σχήμα (1.5).



**Σχήμα (1.5) ΣΥΝΔΕΣΗ ΤΡΙΓΩΝΟ – ΑΣΤΕΡΑΣ**

Το πρωτεύον του μετασχηματιστή συνδέεται με την τροφοδοτούσα πηγή του δικτύου κατά τρίγωνο. Το διανυσματικό διάγραμμα φασικών και πολικών μεγεθών πρωτεύοντος και δευτερεύοντος με ωμική φόρτιση φαίνεται στο σχήμα (1.6)



**Σχήμα (1.6) ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΔΕΣΗΣ**

Στο διάγραμμα αυτό παρατηρούμε, ότι οι φασικές τάσεις πρωτεύοντος – δευτερεύοντος διαφέρουν φασικά κατά  $180^\circ$  ενώ οι πολικές κατά  $30^\circ$ .

**Εξισώσεις πρωτεύοντος – δευτερεύοντος.**

Το διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος (1.60 έχει χαραχτεί με βάση τις παρακάτω εξισώσεις, που διέπουν κάθε κύκλωμα σύνδεσης Τρίγωνο – Αστέρας με συμμετρική φόρτιση των φάσεων:

**Εξισώσεις πρωτεύοντος**

α. Φασικές τάσεις	$U_{A0} + U_{B0} + U_{C0} = 0$
β. Πολικές τάσεις	$U_{AB} + U_{BC} + U_{CA} = 0$
γ. Φασικά ρεύματα	$I_{AB} + I_{BC} + I_{CA} = 0$
δ. Πολικά ρεύματα	$I_A + I_B + I_C = 0$
ε. Ανάλυση πολικών ρευμάτων	$I_A = I_{AB} - I_{BA}$ $I_B = I_{BC} - I_{CB}$ $I_C = I_{CA} - I_{AC}$

**Εξισώσεις δευτερεύοντος**

α. Φασικές τάσεις	$U_{A0} + U_{B0} + U_{C0} = 0$
β. Πολικές τάσεις	$U_{AB} + U_{BC} + U_{CA} = 0$
γ. Φασικά ρεύματα	$I_{AB} + I_{BC} + I_{CA} = 0$
δ. Πολικά ρεύματα	$I_A + I_B + I_C = 0$
ε. Ανάλυση πολικών τάσεων	$U_{AB} = U_{A0} - U_{B0}$ $U_{BC} = U_{B0} - U_{C0}$ $U_{CA} = U_{C0} - U_{A0}$

**Λόγος μετασχηματισμού πολικών μεγεθών (k)**

Στη σύνδεση Τρίγωνο – Αστέρας ο λόγος μετασχηματισμού των πολικών μεγεθών είναι:

$$k = \frac{U_{\pi}}{U_{\pi}} = \frac{U_{\phi}}{\sqrt{3} U_{\phi}} = \frac{k}{\sqrt{3}}$$

Δηλαδή μειωμένος κατά το αριθμητικό συντελεστή  $\sqrt{3}$ .

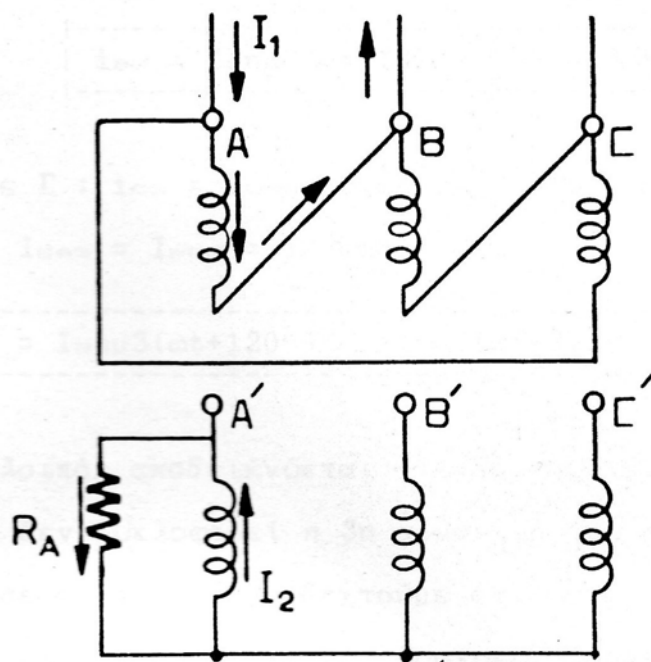
### Πλεονεκτήματα της σύνδεσης; Τρίγωνο – Αστέρα

Τα πλεονεκτήματα της σύνδεσης αυτής είναι:

#### 1) Κατάργηση ουδέτερου αγωγού στο πρωτεύον

Πραγματικά όπως ξέρουμε, στη σύνδεση των φάσεων κατά τρίγωνο, δεν χρησιμοποιείται ουδέτερος αγωγός. Έτσι έχουμε οικονομία.

#### 2) Ομαλή λειτουργία σε ασύμμετρη φόρτιση



Σχήμα (1.7)

#### ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΗΣ ΣΥΝΔΕΣΗΣ ΤΡΙΓΩΝΟ – ΑΣΤΕΡΑΣ ΣΕ ΑΣΥΜΜΕΤΡΗ ΦΟΡΤΙΣΗ $(-I_2, 0, 0)$

Η φόρτιση του πρωτεύοντος παρακολουθεί πιστά την φόρτιση του δευτερεύοντος. Εάν π.χ. στο δευτερεύον η φόρτιση των τριών φάσεων είναι  $(-I, 0, 0)$ , την ίδια δηλαδή ακριβώς συμπεριφορά, όπως και στη σύνδεση Αστέρα – Αστέρα με ουδέτερο αγωγό στο πρωτεύον. Αυτό

είναι δυνατόν, γιατί το ρεύμα κάθε φάσης του πρωτεύοντος κυκλοφορεί προς την πηγή διαμέσου των λοιπών φάσεων. Έτσι σε περίπτωση ασύμμετρης φόρτισης των φάσεων του δευτερεύοντος οι επαγόμενες τάσεις στα τρία πρωτεύοντα τυλίγματα, δεν μεταβάλλονται καθόλου.

### 3) Κανονική κυκλοφορία της 3<sup>ης</sup> αρμονικής του ρεύματος μαγνήτισης

Οι συνιστώσες της 3<sup>ης</sup> αρμονικής μαγνήτισης κυκλοφορούν κανονικά σαν ρεύμα, ας πούμε βραχυκυκλώσης στα τρία τυλίγματα του πρωτεύοντος. Γιατί όπως γράφουμε παρακάτω τα πολικά ρεύματα από την 3<sup>η</sup> αρμονική, μηδενίζονται.

Έτσι αναφερόμενοι στο σχήμα /91.5) έχουμε για την τρίτη αρμονική:

$$\text{Κόμβος Α : } i_{A3} = I_{AB3}\eta\mu 3\omega t - I_{CA3}\eta\mu 3(\omega t + 240^\circ)$$

Αλλά  $I_{AB3} = I_{CA3} = I_3$  οπότε:

$$i_{A3} = I_3\eta\mu 3\omega t - I_3\eta\mu 3(\omega t + 120^\circ) = 0$$

$$\text{Κόμβος Β : } i_{B3} = I_{BC3}\eta\mu 3(\omega t + 120^\circ) - I_{AB3}\eta\mu 3\omega t$$

Αλλά  $I_{BC3} = I_{AB3} = I_3$  οπότε:

$$i_{B3} = I_3\eta\mu 3(\omega t + 120^\circ) - I_3\eta\mu 3\omega t = 0$$

$$\text{Κόμβος Γ : } i_{C3} = I_{CA3}\eta\mu 3(\omega t + 240^\circ) - I_{BC3}\eta\mu 3(\omega t + 120^\circ)$$

Αλλά  $I_{CA3} = I_{BC3} = I_3$  οπότε:

$$i_{C3} = I_3\eta\mu 3(\omega t + 120^\circ) - I_3\eta\mu 3(\omega t + 240^\circ) = 0$$

Αφού λοιπόν αποδεικνύεται ότι με τους αγωγούς μεταφοράς δεν κυκλοφορεί η 3<sup>η</sup> αρμονική του ρεύματος μαγνήτισης, πρέπει να δεχτούμε ότι αυτό το ρεύμα κυκλοφορεί σαν ένα ρεύμα βραχυκύκλωσης στις τρεις φάσεις του πρωτεύοντος.

### 4) Μικρότερη διατομή συρμάτων πρωτεύοντος

Εφόσον το πρωτεύον, είναι συνδεδεμένο κατά τρίγωνο το φασικό ρεύμα θα περνάει από κάθε τυλίγμα κατά  $\sqrt{3}$  μικρότερο από το πολικό.

$$I_{\phi} = \frac{I_{\pi}}{\sqrt{3}}$$

Έτσι και η διατομή των συρμάτων πρωτεύοντος, θα είναι μειωμένη κατά  $\sqrt{3}$  (οικονομία χαλκού πρωτεύοντος).

### 5) Διάθεση δύο τάσεων στο δευτερεύον

Στο δευτερεύον που εδώ είναι συνδεδεμένο κατά αστέρα, διαθέτουμε δύο τάσεις, τη φασική και την πολική.

#### Μειονεκτήματα της σύνδεσης: Τρίγωνο – Αστέρας

Τα μειονεκτήματα της σύνδεσης αυτής είναι τα εξής:

##### 1) Αύξηση τυλιγμάτων πρωτεύοντος

Εφόσον το πρωτεύον συνδέεται κατά τρίγωνο, η φασική τάση θα ισούται με την πολική.

Κατά συνέπεια και ο αριθμός των σπειρών του πρωτεύοντος θα είναι αυξημένος κατά τον αριθμητικό συντελεστή  $\sqrt{3}$ , αν η φασική τάση του δικτύου είναι ίση με 220V. Τα τυλίγματα του πρωτεύοντος του πρωτεύοντος θα πρέπει να υπολογισθούν για τάση ίση προς  $\sqrt{3}$  220 = 380V. Ανάλογα τώρα θα είναι αυξημένες και οι μονώσεις του πρωτεύοντος.

##### 2) Αύξηση διατομής συρμάτων δευτερεύοντος

Από τις τρεις φάσεις του αστέρα του δευτερεύοντος κυκλοφορούν τώρα τα πολικά ρεύματα  $I_{\phi} - I_{\pi}$ . Άρα και οι διατομές των συρμάτων θα είναι αυξημένες κατά  $\sqrt{3}$ .

### 3) Χρήση ουδέτερου αγωγού στο δευτερεύον

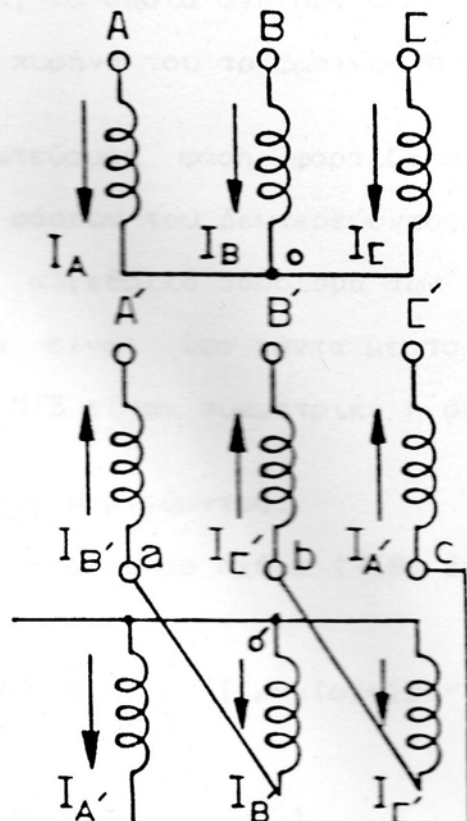
Εφόσον οι φάσεις του δευτερεύοντος είναι συνδεδεμένες κατά αστέρα είναι απαραίτητη η χρήση ουδέτερου αγωγού. Έτσι οι αγωγοί του δευτερεύοντος αυξάνονται σε τέσσερις.

#### 1.2.δ ΣΥΝΔΕΣΗ: ΑΣΤΕΡΑΣ – ΤΡΙΓΩΝΟ

Στη σύνδεση αυτή ισχύουν τα ίδια με την προηγούμενη περίπτωση μόνο που εδώ είναι το δευτερεύον πρωτεύον και το πρωτεύον δευτερεύον.

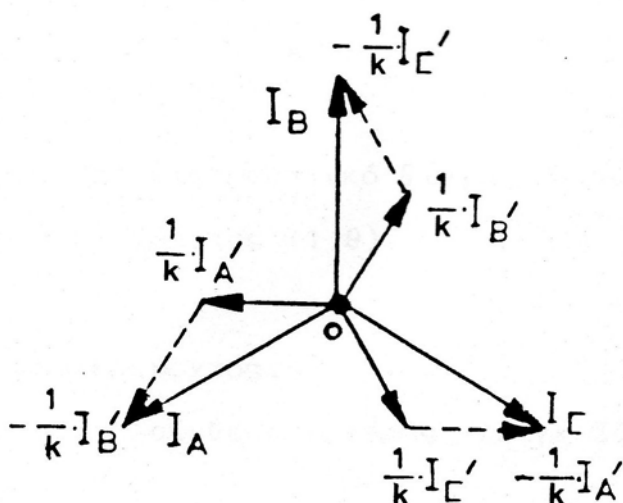
#### 1.2.ε ΣΥΝΔΕΣΗ: ΑΣΤΕΡΑΣ – ΤΕΘΛΑΣΜΕΝΟΣ ΑΣΤΕΡΑΣ

Η σύνδεση Αστέρα – Τεθλασμένου αστέρα φαίνεται στο σχήμα (1.8).



Σχήμα (1.8) ΣΥΝΔΕΣΗ Η ΑΣΤΕΡΑΣ – ΤΕΘΛΑΣΜΕΝΟΣ ΑΣΤΕΡΑΣ

Παρακάτω ακολουθεί το σχήμα (1.9) στο οποίο έχει χαραχτεί το διανυσματικό διάγραμμα ρευμάτων πρωτεύοντος.



**Σχήμα (1.9)**

### **ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΕΥΜΑΤΩΝ ΠΡΩΤΕΥΟΝΤΟΣ**

Το πρωτεύον είναι ένα κανονικά Αστέρας, ενώ το δευτερεύον έχει την εξής συνδεσμολογία: κάθε φάση αποτελείται από δύο ίσα, όσο είναι δυνατόν τυλίγματα συνδεδεμένα σε σειρά, τα οποία ανήκουν σε δυο διαφορετικά κύρια στελέχη του πυρήνα του τριφασικού Μ/Σ.

Η κάθε πρωτεύουσα φάση φορτίζεται από ρεύματα δυο γειτονικών φάσεων του δευτερεύοντος ( $\Delta\Phi = 120^\circ$ ), με αποτέλεσμα το αλγεβρικό άθροισμα των τριών ρευμάτων πρωτεύοντος να είναι ίσο πάντα με το μηδέν, άσχα αν η φόρτιση του Μ/Σ είναι ή όχι.

### **Σχέση ρευμάτων πρωτεύοντος**

Συνεπώς, σύμφωνα με το σχήμα (1.8) έχουμε:

$$i_A = \frac{1}{k} I'_A \eta \mu \omega t - \frac{1}{k} I'_B \eta \mu (\omega t + 120^\circ)$$



$$i_B = \frac{1}{k} I'_B \eta \mu(\omega t + 120^\circ) - \frac{1}{k} I'_C \eta \mu(\omega t + 240^\circ)$$

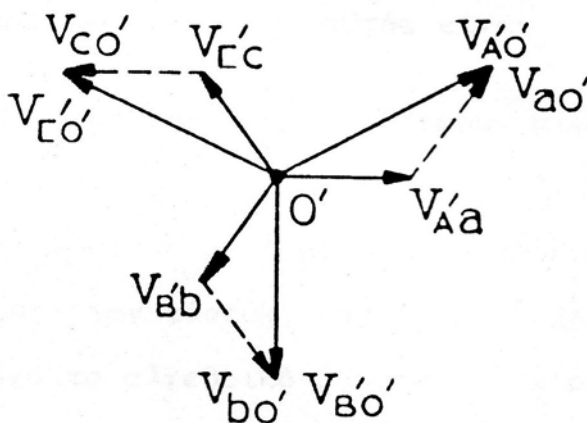
$$i_C = \frac{1}{k} I'_C \eta \mu(\omega t + 240^\circ) - \frac{1}{k} I'_A \eta \mu \omega t$$

$$i_A + i_B + i_C = 0$$

Αυτό φαίνεται και στο διανυσματικό διάγραμμα των ρευμάτων πρωτεύοντος του σχήματος (1.9).

### Φασικές τάσεις δευτερεύοντος

Όπως ξέρουμε, στην σύνδεση Αστέρα – Τεθλασμένος αστέρας, κάθε φάση του δευτερεύοντος, αποτελείται από δύο ίσα τυλίγματα που ανήκουν σε δύο γειτονικά κύρια στελέχη του σιδηροπυρήνα, κατά συνέπεια, η φασική τάση του δευτερεύοντος θα ισούται με το γεωμετρικό άθροισμα των επί μέρους τάσεων, οι οποίες διαφέρουν φασικά κατά  $120^\circ$ .



Σχήμα (1.10)

**ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΦΑΣΙΚΩΝ ΤΑΣΕΩΝ ΔΕΥΤΕΡΕΥΟΝΤΟΣ  
ΣΥΝΔΕΣΗΣ ΑΣΤΕΡΑ – ΤΕΘΛΑΣΜΕΝΟΥ ΑΣΤΕΡΑ**

Με βάση το γεγονός αυτό, χαράζουμε στο σχήμα (1.10) το διανυσματικό διάγραμμα των φασικών τάσεων του δευτερεύοντος, στο οποίο χρησιμοποιούμε τα σύμβολα του σχήματος (1.8).

Αν ονομάσουμε  $U_{\phi}$  την τάση που αναπτύσσεται σε κάθε μισό τύλιγμα και  $U_{\phi}$  κάθε φασική τάση του δευτερεύοντος, τότε σύμφωνα με το διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος (1.10) θα ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$U_{\phi} = \sqrt{3} U_{\phi}$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει, ότι για την ίδια φασική τάση  $U_{\phi}$ , ενώ στη σύνδεση Αστέρας – Αστέρας θα χρειαζόταν ανάπτυξη τάσεως σε κάθε μισό τύλιγμα του δευτερεύοντος ίση με  $U_{\phi}/2 = 0,5 U_{\phi}$  στη σύνδεση Αστέρας – Τεθλασμένος αστέρας απαιτείται τάση:

$$U_{\phi} = U_{\phi} / \sqrt{3} = 0,577 U_{\phi}$$

δηλαδή τάση αυξημένη κατά 7,7% και αντίστοιχα, οι απαιτούμενες σπείρες αυξάνουν κατά 7,7% για κάθε μισό τύλιγμα και για ολόκληρο κατά 15,4%. Για τις πολικές τάσεις πρωτεύοντος και δευτερεύοντος, ισχύουν οι γνωστές μας από τη σύνδεση Αστέρας – Αστέρας.

### **Πλεονεκτήματα της σύνδεσης Αστέρας – Τεθλασμένος αστέρας**

Τα πλεονεκτήματα της σύνδεσης αυτής είναι:

#### **1) Μείωση της διατομής του ουδέτερου αγωγού ή κατάργησή του**

Εφόσον στη σύνδεση αυτή μπορεί να προκύψει ασύμμετρη φόρτιση των φάσεων, από τον ουδέτερο αγωγό θα περνάει μόνο το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων μαγνήτισης από την Τρίτη αρμονική.

Κατά συνέπεια, η διατομή του ουδέτερου αγωγού που θα χρησιμοποιηθεί στο πρωτεύον, θα πρέπει να είναι πολύ περιορισμένη.

Εάν πάλι, το υλικό του σιδηροπυρήνα του Μ/Σ εργάζεται σε σχετικά ευθύγραμμο τμήμα πάνω στην καμπύλη μαγνήτισής του (δηλαδή καλή ποιότητα του υλικού του πυρήνα, μικρή μαγνητική επαγωγή  $B_{max}$ ), η παραμόρφωση του ρεύματος μαγνήτισης από την Τρίτη αρμονική, θα είναι πολύ μικρή, οπότε ο ουδέτερος αγωγός μπορεί να καταργηθεί από το πρωτεύον.

## 2) Μείωση τυλιγμάτων πρωτεύοντος

Αφού το πρωτεύον είναι συνδεδεμένο κατά Αστέρα, τα τυλίγματα (οι σπείρες) των φάσεων θα είναι μειωμένα κατά  $\sqrt{3}$  σε σχέση με τα τυλίγματα των φάσεων του τριγώνου. Αντίστοιχα, θα είναι μειωμένα και τα μονωτικά.

## Μειονεκτήματα της σύνδεσης Αστέρας – Τεθλασμένος αστέρας

Τα μειονεκτήματα αυτής της σύνδεσης είναι:

### 1) Η αύξηση των σπειρών του δευτερεύοντος

Όπως γνωρίζουμε, για την ίδια φασική τάση δευτερεύοντος, απαιτείται αύξηση των σπειρών κάθε φάσης του κατά 15,4%. Αυτό έχει σαν συνέπεια και την αντίστοιχη αύξηση των μονωτικών του Μ/Σ.

### 2) Αύξηση διατομής συρμάτων

Από τα τυλίγματα των φάσεων του δευτερεύοντος, περνάει το πολικό ρεύμα. Γι' αυτό σε σύγκριση με τη σύνδεση των φάσεων του κατά τρίγωνο, το ρεύμα θα είναι αυξημένο κατά  $\sqrt{3}$  και αντίστοιχα η διατομή των συρμάτων.

Από τα τυλίγματα του πρωτεύοντος, περνάει επίσης το πολικό ρεύμα. Κατά συνέπεια και οι διατομές των συρμάτων του θα είναι αυξημένες κατά  $\sqrt{3}$ .

### **1.2.στ ΣΥΝΔΕΣΗ: ΤΡΙΓΩΝΟ – ΤΕΘΛΑΣΜΕΝΟ ΤΡΙΓΩΝΟ**

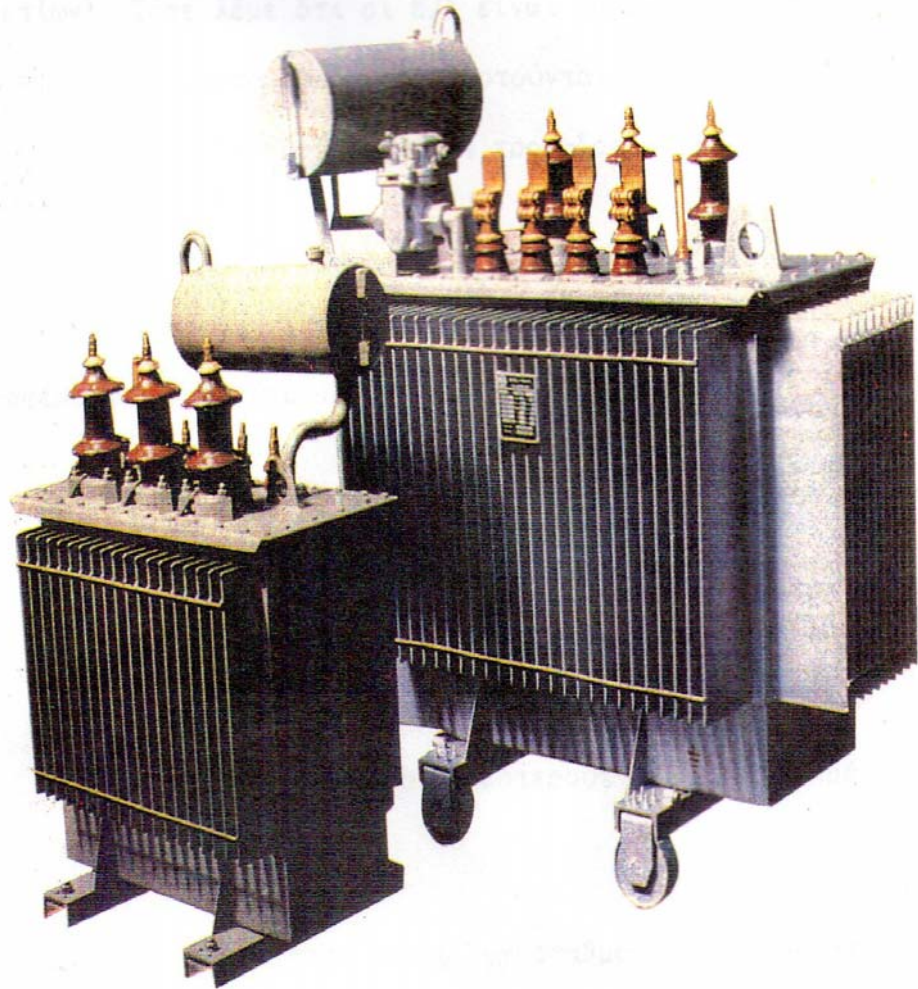
Λόγω του ότι σύνδεση αυτή δεν συνηθίζεται ευρέως δεν ασχολούμαστε διεξοδικά με αυτή.

### **1.3 ΠΟΛΙΚΟΤΗΤΑ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ Μ/Σ**

Για την παράλληλη ζεύξη των Μ/Σ είναι απαραίτητο να ξέρουμε την πολικότητάς τους και προκειμένου για μονοφασικούς Μ/Σ, η πολικότητα μπορεί να είναι προσθετική ( $\Delta\phi = 0$ ) είτε αφαιρετική ( $\Delta\phi = 180^\circ$ ).

Στην περίπτωση των τριφασικών μετασχηματιστών διακρίνουμε πολικότητα τόσο μεταξύ των φασικών τάσεων, όσο και μεταξύ των πολικών τάσεων πρωτεύοντος και δευτερεύοντος και η μεν πολικότητα των φασικών τάσεων μπορεί να είναι προσθετική ή αφαιρετική, όπως και στους μονοφασικούς Μ/Σ. Η πολικότητα όμως των πολικών τάσεων αποδεικνύεται ότι μπορεί να είναι:

- Προσθετική
- Αφαιρετική
- Διαφορετική και από τα δύο ( $\Delta\phi = 0$  ή  $\Delta\phi = 180^\circ$ ) ανάλογα με τη σύνδεση των φάσεων του τριφασικού μετασχηματιστή



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΠΑΡΑΛΛΗΛΙΣΜΟΣ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ Μ/Σ

#### 2.1 ΓΕΝΙΚΑ

Σε ορισμένες περιπτώσεις απαιτείται να λειτουργούν ταυτόχρονα δύο ή περισσότεροι Μ/Σ για την τροφοδότηση των φορτίων. Τότε λέμε ότι οι Μ/Σ είναι παραλληλισμένοι, οπότε τα πρωτεύοντά τους, τροφοδοτούνται από το ίδιο δίκτυο και τα δευτερεύοντα επίσης τροφοδοτούν το ίδιο δίκτυο.

Οι λόγοι για τους οποίους επιδιώκουμε τον παραλληλισμό αναφέρονται παρακάτω:

- α. Σε ορισμένες περιπτώσεις στην πράξη, όταν πρόκειται να αντιμετωπίσουμε ένα φορτίο, αντί να τοποθετήσουμε ένα Μ/Σ μεγάλης ισχύος ειδικής κατασκευής, λόγοι οικονομικοί και πρακτικοί μας επιβάλλουν τον χωρισμό της ισχύος σε δύο μικρότερους Μ/Σ τυποποιημένων μεγεθών.
- β. Κατά την επέκταση ενός υποσταθμού, λόγω του ότι χρειαζόμαστε ισχύ μεγαλύτερη της ονομαστικής του υπάρχοντος Μ/Σ, είμαστε υποχρεωμένοι να τοποθετήσουμε δεύτερο με την ταυτόχρονη αξιοποίηση του παλαιού.
- γ. Υπάρχουν εγκαταστάσεις οι οποίες πρέπει πάντοτε να ηλεκτροδοτούνται. Για ασφάλεια περισσότερο αν ο κυρίως Μ/Σ υποστεί βλάβη, θα πρέπει να υπάρχει και δεύτερος Μ/Σ έστω και μικρότερης ισχύος, για εξυπηρέτηση των βασικών κυκλωμάτων μέχρι να αντικατασταθεί η βλάβη του μετασχηματιστή.
- δ. Όταν ένας Μ/Σ μεγάλης ισχύος λειτουργεί με μικρά φορτία, έχουμε μεγάλες απώλειες κενής λειτουργίας ενώ με την χρησιμοποίηση περισσότερων Μ/Σ μπορούμε κατά τις ώρες περιορισμού των φορτίων να θέσουμε εκτός λειτουργίας μερικούς από αυτούς.

Τα μειονεκτήματα της παράλληλης ζεύξης είναι δύο:

- α. Αν δεν προσέξουμε τις συνθήκες παραλληλισμού, οι οποίες αναφέρονται παρακάτω, μπορεί να έχουμε επιβλαβή φαινόμενα για τους Μ/Σ ή να έχουμε ανισοκατανομή φορτίων.
- β. Όταν έχουμε περισσότερους Μ/Σ αυξάνονται τα πεδία προστασίας στις πλευρές Υ.Τ. και Χ.Τ. και συνεπώς αυξάνεται και το κόστος των εγκαταστάσεων.

Βάση των παραπάνω πρέπει να είμαστε πολύ προσεκτικοί για το τι θα επιλέξουμε για μια εγκατάσταση διότι η λύση ενός προβλήματος εξαρτάται από πολλούς παράγοντες.

## **2.2 ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ Μ/Σ**

Για να παραλληλίσουμε Μ/Σ είναι απαραίτητο να πληρούνται ορισμένες συνθήκες, οι οποίες ισχύουν με μικρές διαφορές τόσο για τους μονοφασικούς όσο και για τους τριφασικούς Μ/Σ.

Μερικές συνθήκες από τις παραπάνω πρέπει υποχρεωτικά να εκπληρούνται, διότι χωρίς αυτές δεν γίνεται παραλληλισμός. Μερικές βέβαια είναι επιθυμητό να εκπληρούνται για να έχουμε ιδανικό παραλληλισμό.

Πάντως οι συνθήκες παραλληλισμού των Μ/Σ μοιάζουν προς αυτές των γεννητριών, αλλά οι πρώτες είναι αυστηρότερες από τις δεύτερες διότι στους Μ/Σ δεν μπορούμε να ρυθμίσουμε την τάση ούτε το αποδιδόμενο έργο τους.

Αναλυτικότερα οι συνθήκες παραλληλισμού είναι:

### **2.2.α 1<sup>η</sup> ΣΥΝΘΗΚΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ Μ/Σ**

*Οι Μ/Σ που παραλληλίζονται πρέπει να έχουν τις ίδιες πολικές τάσεις πρωτεύοντος και δευτερεύοντος.*

Η συνθήκη αυτή είναι η βασικότερη τόσο για τους μονοφασικούς όσο και για τους τριφασικούς Μ/Σ και εκφράζεται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$E_{UV11} = E_{UV12} = E_{UV13} = \dots = E_{UV1}^V \quad \text{για τα πρωτεύοντα} \quad (2.1)$$

$$E_{UV21} = E_{UV22} = E_{UV23} = \dots = E_{UV2}^V \quad \text{για τα δευτερεύοντα} \quad (2.2)$$

Οπότε θα έχουν και τον ίδιο λόγο μετασχηματισμού:

$$k = \frac{E_{UV11}}{E_{UV21}} = \frac{E_{UV12}}{E_{UV22}} = \frac{E_{UV13}}{E_{UV23}} = \frac{E_{UV1}^V}{E_{UV2}^V} \quad (2.3)$$

Και αντίστροφα, εάν οι Μ/Σ έχουν την ίδια σχέση μεταφοράς (λόγω μετασχηματισμού) πολικών τάσεων τότε θεωρούμε ότι εκπληρούνται οι σχέσεις (2.1) και (2.2)

### 2.2.β 2<sup>η</sup> ΣΥΝΘΗΚΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ Μ/Σ

*Οι παραλληλιζόμενοι Μ/Σ πρέπει να ανήκουν στην ίδια ομάδα ζεύξης.*

Οι μετασχηματιστές που ανήκουν σε διαφορετικές ομάδες ζεύξης αλλά έχουν τον ίδιο λόγο μετασχηματισμού και την ίδια τάξη βραχυκύκλωσης (3<sup>η</sup> συνθήκη) είναι πρακτικά αδύνατο να παραλληλιστούν

Εάν εξετάσουμε το θέμα σε κάθε φάση και κατά την εν κενώ λειτουργία προκύπτει ότι από τη διαφορά φάσης ( $\alpha$ ) μεταξύ των αντίστοιχων τάσεων του δευτερεύοντος  $\dot{U}_{21}$  και  $\dot{U}_{22}$  και θα έχουμε την διαφορά δυναμικού.

$$\Delta \dot{U} = \overline{AB} = -\dot{U}_{21} + \dot{U}_{22} \quad (2.4)$$

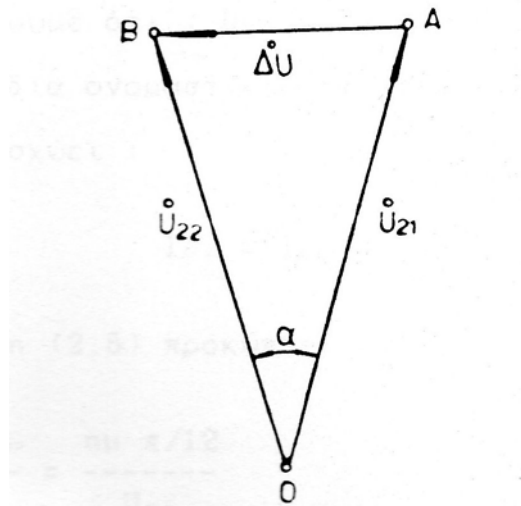
της οποίας το μέτρο βρίσκεται ακολούθως:

$$\Delta U = 2U_2 \eta \mu \alpha / 2 \quad (2.5)$$



Έτσι έχουμε:

$$U_2 = U_{21} = U_{22} \quad (2.6)$$



**Σχήμα (2.1)**

**ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΝΑ ΦΑΣΗ ΓΙΑ Μ/Σ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΟΜΑΔΩΝ ΖΕΥΞΗΣ**

Λόγω της διαφοράς δυναμικού  $\Delta U$  θα κυκλοφορήσει από τις περιελίξεις των δευτερευόντων των δύο Μ/Σ ένα ρεύμα το οποίο κατά την εν κενώ λειτουργία μπορεί να γίνει ίσο με το ρεύμα βραχυκύκλωσης των δευτερευόντων των Μ/Σ. Δηλαδή έχουμε:

$$I_{BP} = \frac{\Delta U}{Z_{K1} + Z_{K2}} = \frac{2U_2 \eta \mu \alpha / 2}{\frac{U_{BP1} U_2}{I_{21}} + \frac{U_{BP2} U_2}{I_{22}}} \quad (2.7)$$

Το ρεύμα βραχυκύκλωσης μπορούμε να το ελαττώσουμε με την επιδίωξη μικρότερης διαφοράς φάσης μεταξύ των αντίστοιχων περιελίξεων των

M/Σ. Αυτή η διαφορά φάσης γίνεται μικρότερη και ίση με  $\pi/6$  για τις ομάδες A και D και συνεπώς ο τύπος (2.7) παίρνει τη μορφή:

$$I_{BP} = \frac{\eta \mu \pi/12}{\frac{U_{BP}}{I_2}} \quad (2.8)$$

αφού υποθέσουμε ότι  $U_{BP} = U_{BP1} = U_{BP2}$  και ότι οι M/Σ έχουν την ίδια ονομαστική ισχύ  $P_{1n} = P_{2n}$  οπότε και για τα ρεύματα ισχύει:

$$I_{21} = I_{22} = I_2$$

Από τη σχέση (2.8) προκύπτει:

$$\frac{I_{BP}}{I_2} = \frac{\eta \mu \pi/12}{U_{BP}} \quad (2.9)$$

Αν θεωρήσουμε τώρα μια συνηθισμένη τιμή τάσης βραχυκύκλωσης  $U_{BP} = 6\%$  για M/Σ της τάξης των 10KV έχουμε:

$$\frac{I_{BP}}{I_2} = \frac{\eta \mu \pi/12}{0,06} = 4,3 \quad (2.10)$$

$$\text{ή} \quad I_{BP} = 4,3 I_2 \quad (2.11)$$

Άρα το  $I_{BP}$  είναι πενταπλάσιο περίπου από το ρεύμα κανονικής λειτουργίας το οποίο μπορεί να γίνει πολύ μεγαλύτερο στην περίπτωση που οι παραλληλιζόμενοι M/Σ δεν ανήκουν στις ομάδες A, D αλλά και στις ομάδες A,C ή A,B κλπ. Στις οποίες τα αντίστοιχα διανύσματα των δευτερευουσών τάσεων των δύο M/Σ σχηματίζουν γωνία μεταξύ τους μεγαλύτερη των  $\pi/6$ , οπότε και το ημίτονο της σχέσης (2.8) αυξάνεται.

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι με τις συνθήκες 1 και 2 δεν εξασφαλίζεται ομαλή παράλληλη λειτουργία των Μ/Σ διότι δεν έχουμε ομοιόμορφη κατανομή των φορτίων σε αναλογία με την ονομαστική ισχύ κάθε Μ/Σ.

### 2.2.γ 3<sup>η</sup> ΣΥΝΘΗΚΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ Μ/Σ

Οι μετασχηματιστές προς παραλληλισμό πρέπει να έχουν την ίδια τάση βραχυκύκλωσης.

Για την απόδειξη της συνθήκης αυτής σκεπτόμαστε ως εξής:

Εάν εκπληρούνται οι δύο πρώτες συνθήκες, δηλαδή οι παραλληλιζόμενοι Μ/Σ έχουν τις ίδιες πολικές τάσεις πρωτεύοντος, δευτερεύοντος και ανήκουν στην ίδια ομάδα ζεύξης, σημαίνει ότι η πτώση τάσης από την κενή λειτουργία μέχρι την πλήρη φόρτιση θα είναι για όλους του μετασχηματιστές η ίδια. Δηλαδή:

$$\dot{U}_{\delta 1} = \dot{U}_{\delta 2}$$

ή αλλιώς οι υποτείνουσες των τριγώνων Kapp θα είναι ίσες, ενώ οι κάθετες πλευρές τους θα είναι διαφορετικές.

Πραγματικά αφού ισχύει η πρώτη συνθήκη έχουμε:

$$\dot{U}_{11} = \dot{U}_{12}, \quad \dot{U}_{21} = \dot{U}_{22}$$

Επίσης από τη δεύτερη συνθήκη, συμπεραίνουμε ότι τα διανύσματα πρωτευσών και δευτερευουσών τάσεων θα είναι παράλληλα για να ανήκουν στην ίδια ομάδα ζεύξης, οπότε:

$$\dot{U}_{11} = \dot{U}_{12}, \quad (2.12)$$

$$\dot{U}_{21} = \dot{U}_{22} \quad (2.13)$$

Και συνεπώς θα έχουμε ότι:

$$\dot{U}_{\delta 1} = \dot{U}_{\delta 2}$$

όπου  $\dot{U}_{\delta 1}$  και  $\dot{U}_{\delta 2}$  είναι η πτώσης τάσης από την κενή λειτουργία μέχρι την πλήρη φόρτιση.

Κατασκευάζουμε λοιπόν τα τρίγωνα του Kapp για τους δύο Μ/Σ στο σχήμα (2.2).

Εάν λοιπόν ονομάσουμε  $\dot{I}_{11}$  και  $\dot{I}_{12}$  τα ρεύματα των πρωτευόντων και δευτερευόντων των δύο μετασχηματιστών θα έχουμε:

$$U_{\delta 1} = I_{11} \sqrt{R_{K1}^2 + X_{K1}^2} \quad (2.15)$$

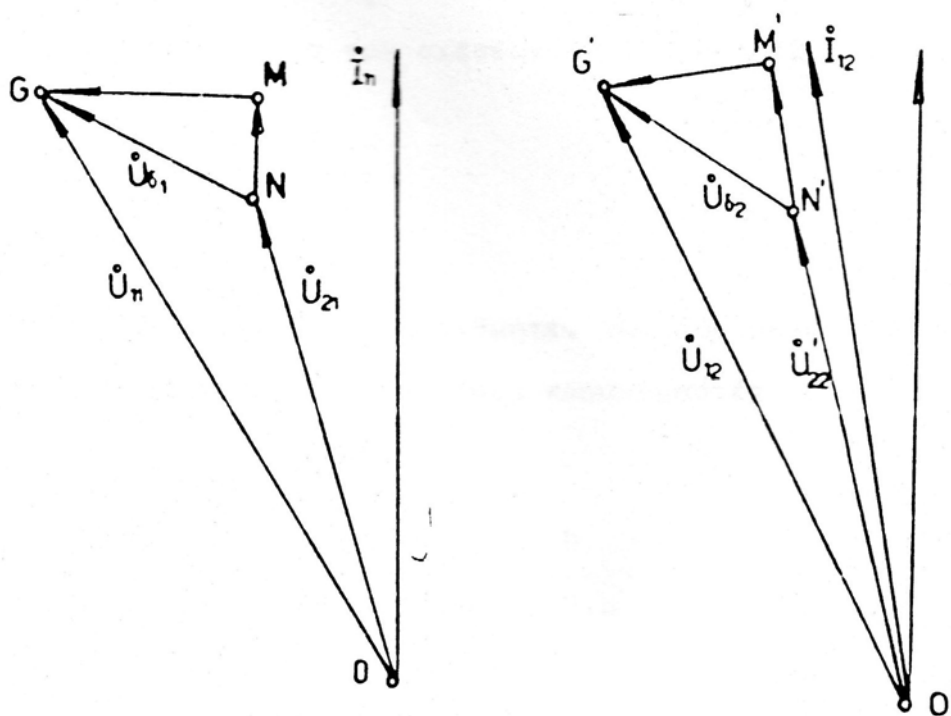
$$U_{\delta 2} = I_{12} \sqrt{R_{K2}^2 + X_{K2}^2} \quad (2.16)$$

Από τις οποίες έχουμε:

$$\frac{U_{\delta 1}}{U_{\delta 2}} = \frac{I_{11} \sqrt{R_{K1}^2 + X_{K1}^2}}{I_{12} \sqrt{R_{K2}^2 + X_{K2}^2}}$$

που τελικά γίνεται:

$$\frac{I_{12}}{I_{11}} = \frac{\sqrt{R_{K1}^2 + X_{K1}^2}}{\sqrt{R_{K2}^2 + X_{K2}^2}} \quad (2.17)$$



**Σχήμα (2.2)**

**ΤΡΙΓΩΝΑ ΤΟΥ ΚΑΡΡ ΓΙΑ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΥΣ Μ/Σ ΠΟΥ ΠΛΗΡΟΥΝ ΤΗΝ 1<sup>η</sup> ΚΑΙ 2<sup>η</sup> ΣΥΝΘΗΚΗ**

Έστω τώρα  $U_{BP1}$ ,  $U_{BP2}$  οι τάσεις βραχυκύκλωσης και  $I_{11n}$ ,  $I_{12n}$  οι ονομαστικές εντάσεις των μετασχηματιστών οπότε θα έχουμε:

$$U_{BP1} = I_{11n} \sqrt{R_{K1}^2 + X_{K1}^2} \quad (2.18)$$

$$U_{BP2} = I_{12n} \sqrt{R_{K2}^2 + X_{K2}^2} \quad (2.19)$$

Από τις οποίες:

$$\frac{U_{BP1}}{U_{BP2}} = \frac{I_{11n} \sqrt{R_{K1}^2 + X_{K1}^2}}{I_{12} \sqrt{R_{K2}^2 + X_{K2}^2}} \quad (2.20)$$

Με συνδυασμό τώρα των σχέσεων (2.17) και (2.20) έχουμε:

$$\frac{I_{11}}{I_{12}} = \frac{U_{BP2}}{U_{BP1}} \frac{I_{11n}}{I_{12n}} \quad (2.21)$$

Πολλαπλασιάζουμε τους αριθμητές των δύο μελών της παραπάνω σχέσης με  $U_{11}$  και τους παρανομαστές με  $U_{12}$  και έχουμε:

$$\frac{I_{11} U_{11}}{I_{12} U_{12}} = \frac{U_{BP2}}{U_{BP1}} \frac{I_{11n} U_{11}}{I_{12n} U_{12}} \quad (2.22)$$

Στη σχέση (2.22), έχουμε τις ακόλουθες φαινόμενες ισχύεις:

$$P_1 = I_{11} U_{11} \quad P_{1n} = I_{11n} U_{11} \quad (2.23)$$

$$P_2 = I_{12} U_{12} \quad P_{2n} = I_{12n} U_{12} \quad (2.24)$$

Οπότε η σχέση (2.20) γίνεται:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{U_{BP2}}{U_{BP1}} \frac{P_{1n}}{P_{2n}} \quad (2.25)$$

Αφού επιθυμούμε, η κατανομή των φορτίων στους παράλληλα εργαζόμενους Μ/Σ να γίνεται ανάλογα με τις ονομαστικές ισχύεις τους, πρέπει να ισχύει η αναλογία:

$$\frac{P_1}{P_{1n}} = \frac{P_2}{P_{2n}} \quad (2.26)$$

αφού όμως ισχύει η σχέση (2.26) πρέπει τότε και οι τάσεις βραχυκύκλωσης των δύο Μ/Σ να είναι ίσες.

Άρα:

$$U_{BP1} = U_{BP2} \quad (2.27)$$

και επομένως

$$U_{BP1}\% = U_{BP2}\% \quad (2.28)$$

Έτσι, αν οι παραλληλιζόμενοι Μ/Σ δεν βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση μεταξύ τους, η διανομή των φορτίων τους θα γίνεται ανάλογα με τις ονομαστικές τους ισχύεις εφόσον πληρείται η σχέση (2.28).

Αν όμως υπάρχει μεγάλη διαφορά στις τάσεις βραχυκύκλωσης, επιτυγχάνουμε ομοιομορφία φόρτισης με την παρεμβολή, στραγγαλιστικών πηνίων πριν τον Μ/Σ, της μικρότερης τάσης βραχυκύκλωσης. Το μέγεθος των στραγγαλιστικών πηνίων είναι ανάλογο με την εμφανιζόμενη διαφορά τάσης.

Ο μετασχηματιστής της μέγιστης τάσης βραχυκύκλωσης παραλαμβάνει πάντοτε και το μικρότερο φορτίο και αντίστροφα.

Γι' αυτό, πρέπει ο Μ/Σ με την μικρότερη ισχύ να έχει τη μεγαλύτερη τάση βραχυκύκλωσης. Η απόδειξη των παραπάνω προτάσεων προκύπτει από απλή παρατήρηση του τύπου (2.25):

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{U_{BP2}}{U_{BP1}} \frac{P_{1n}}{P_{2n}}$$

Αν θεωρήσουμε για παράδειγμα τρεις Μ/Σ, Μ/Σ<sub>1</sub>, Μ/Σ<sub>2</sub> και Μ/Σ<sub>3</sub>, με τάσεις βραχυκύκλωσης  $U_{BP1}$ ,  $U_{BP2}$  και  $U_{BP3}$ , ονομαστικών ισχύων  $P_{1n}$ ,  $P_{2n}$  και  $P_{3n}$ , συνδεδεμένους παράλληλα και ζητάμε να βρούμε τις ισχύεις τις οποίες αναλαμβάνει ο καθένας Μ/Σ.

Προφανώς τώρα θα έχουμε τις σχέσεις :

$$I_1 Z_{BP1} = I_2 Z_{BP2} = I_3 Z_{BP3} \quad (2.29)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{Z_{BP2}}{Z_{BP1}} = \frac{1/Z_{BP1}}{1/Z_{BP2}} \quad (2.30)$$

$$\frac{P_2}{P_3} = \frac{I_2}{I_3} = \frac{Z_{BP3}}{Z_{BP2}} = \frac{1/Z_{BP2}}{1/Z_{BP3}} \quad (2.31)$$

Από τη σχέση (2.30) έχουμε:

$$\frac{P_1 + P_2}{P_2} = \frac{1/Z_{BP1} + 1/Z_{BP2}}{1/Z_{BP2}} \quad (2.32)$$

Τώρα με συνδυασμό των σχέσεων (2.31) και (2.32) τελικά θα έχουμε:

$$\frac{P_3}{P_1 + P_2 + P_3} = \frac{1/Z_{BP3}}{1/Z_{BP1} + 1/Z_{BP2} + 1/Z_{BP3}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{P_{1n}}{U_{BP1}} + \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} + \frac{P_{3n}}{U_{BP3}}} \cdot \frac{P_{3n}}{U_{BP3}} \quad (2.33)$$

Επομένως:

$$P_3 = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{\frac{P_{1n}}{U_{BP1}} + \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} + \frac{P_{3n}}{U_{BP3}}} \cdot \frac{P_{3n}}{U_{BP3}} \quad (2.34)$$

Με ανάλογο τρόπο θα έχουμε:

$$P_1 = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{\frac{P_{1n}}{U_{BP1}} + \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} + \frac{P_{3n}}{U_{BP3}}} \cdot \frac{P_{1n}}{U_{BP1}} \quad (2.35)$$

$$P_2 = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{\frac{P_{1n}}{U_{BP1}} + \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} + \frac{P_{3n}}{U_{BP3}}} \cdot \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} \quad (2.36)$$



Από τους παραπάνω τύπου, μπορούμε να προσδιορίσουμε τις απορροφούμενες ισχύεις από τους Μ/σ κατά τον παραλληλισμό.

Διαπιστώνουμε προφανώς ότι οι ισχύεις αυτές είναι αντιστρόφως ανάλογες με τις τάσεις βραχυκύκλωσης των μετασχηματιστών και συνεπώς όσο μικρότερη είναι η ισχύς του Μ/Σ, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η τάση βραχυκύκλωσης  $U_{BP}$  ώστε η απορροφούμενη ισχύς από τον κάθε Μ/Σ να παραμένει κατά τον παραλληλισμό μικρότερη από την ονομαστική ισχύ.

### 2.2.δ 4<sup>η</sup> ΣΥΝΘΗΚΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ Μ/Σ

Αυτή η συνθήκη είναι μικρότερης σημασίας από τις τρεις προηγούμενες και για να τη βρούμε εργαζόμαστε όπως παρακάτω:

Εάν είναι:

$$Z_{K1} = Z_{K2} = Z_{K3} \quad (2.37)$$

Και οι λόγοι  $R_{K1} / X_{K1}$ ,  $R_{K2} / X_{K2}$  και  $R_{K3} / X_{K3}$ , είναι διαφορετικοί μεταξύ τους, τότε εάν οι Μ/Σ έχουν την ίδια τάση βραχυκύκλωσης που φαίνεται στις σχέσεις:

$$U_{BP1} = Z_{K1} I_{21n} \quad (2.38)$$

$$U_{BP2} = Z_{K2} I_{22n} \quad (2.39)$$

προκύπτει ότι οι Μ/Σ θα έχουν την ίδια φαινόμενη ισχύ, δηλαδή:

$$P_{1n} = P_{2n} \quad (2.40)$$

Στην περίπτωση αυτή για τους δύο Μ/Σ τα τρίγωνα του Kapp σχεδιάζονται στο σχήμα (2.3), καθόσον τα δυο τρίγωνα θα έχουν την υποτεινούσα GN κοινή, οι δε κορυφές  $M_1$ ,  $M_2$  θα βρίσκονται πάνω σε ημιπεριφέρειες διαμέτρου GN.

Όσον αφορά τις εντάσεις που διέρχονται από τους Μ/Σ, αυτές θα άγονται από το 0 παράλληλα προς τις πλευρές  $NM_1$  και  $NM_2$  όπως φαίνεται στο σχήμα (2.3) και θα είναι του ίδιου μέτρου, δηλαδή:

$$I_{21} = I_{22} \quad (2.41)$$

Η ολική ένταση η οποία απορροφάται από το δίκτυο είναι:

$$\overset{\circ}{I}_{o\lambda} = \overset{\circ}{I}_{21} + \overset{\circ}{I}_{22} \quad (2.42)$$

ακόμη μπορούμε να παρατηρήσουμε τα παρακάτω:

- α. Ότι οι παράγοντες ισχύος των Μ/Σ είναι διαφορετικοί (συνφ<sub>2</sub> > συνφ<sub>1</sub>), άρα η συνολική ισχύ που απορροφάται από το δίκτυο δεν είναι ισοκαταμερισμένη στους Μ/Σ ακόμη και αν υποθέσουμε ότι ισχύει η σχέση P<sub>1n</sub> = P<sub>2n</sub>.
- β. Ότι το μέτρο του διανυσματικού αθροίσματος των ρευμάτων I<sub>21</sub> και I<sub>22</sub> είναι μικρότερο από το αλγεβρικό άθροισμα των μέτρων των ρευμάτων:

$$I_{o\lambda} < I_{21} + I_{22} \quad (2.43)$$

και συνεπώς για να εξυπηρετήσουμε ένα καταναλωτή δεδομένης ισχύος θα πρέπει υποχρεωτικά να αυξηθούν οι συνιστώσες I<sub>21</sub>, I<sub>22</sub> δηλαδή οι Μ/Σ να υπερφορτιστούν. Σ' αυτή την περίπτωση από τη σχέση (2.43) προκύπτει:

$$U_2 I_{o\lambda} < U_2 I_{21} + U_2 I_{22} \quad (2.44)$$

οπότε έχουμε:

$$\text{KVA καταναλωτή} < \text{KVA}_{\text{M}/\Sigma_1} + \text{KVA}_{\text{M}/\Sigma_2} \quad (2.45)$$

$$\frac{R_{K1}}{X_{K1}} = \frac{R_{K2}}{X_{K2}} = \frac{R_{K3}}{X_{K3}} = \dots \quad (2.46)$$

αλλά ότι τα μέτρα των αντιστάσεων είναι διαφορετικά και έστω ότι:

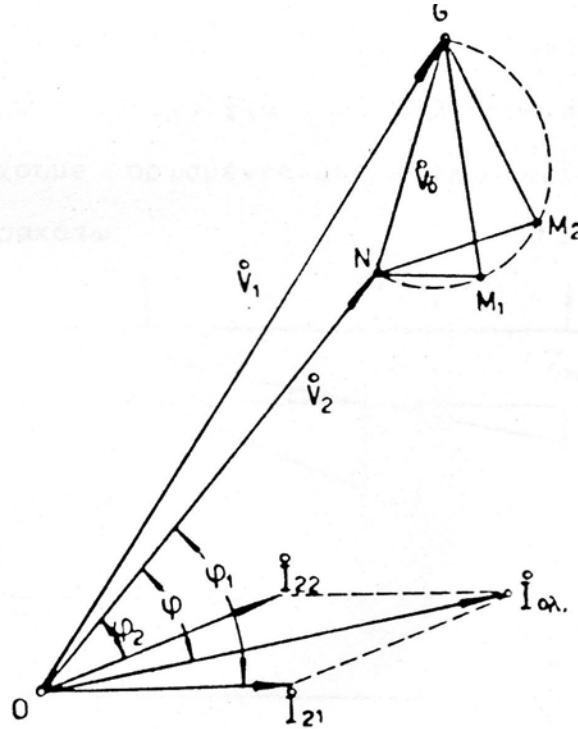
$$Z_{K1} < Z_{K2} \quad (2.47)$$

Τότε από το σχήμα (2.3) μπορούμε να δούμε ότι οι παράγοντες ισχύος των Μ/Σ είναι ίσοι. Από το σχήμα δε (2.4), το οποίο αντιπροσωπεύει δύο τυπικές εξωτερικές χαρακτηριστικές φόρτισης των Μ/Σ<sub>1</sub>, Μ/Σ<sub>2</sub>, βλέπουμε ότι ο Μ/Σ που έχει την μικρότερη ΖΚ φορτίζεται περισσότερο και αντιστρόφως και επομένως να έχει την μικρότερη τάση βραχυκύκλωσης.

Συνεπώς η σχέση (2.45) παίρνει τη μορφή:

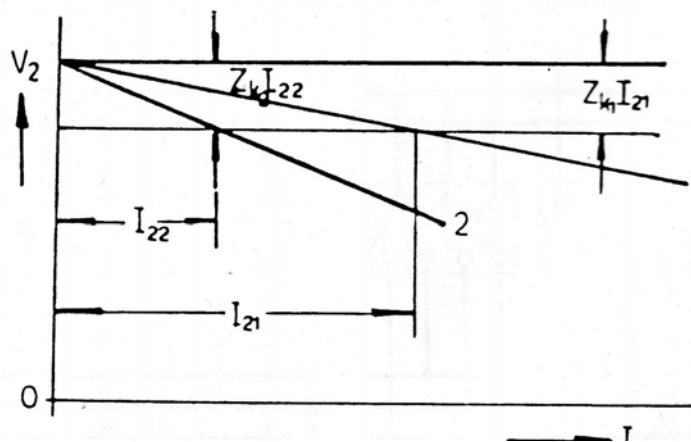
$$KVA \text{ καταναλωτή} = KVA_{M/\Sigma 1} + KVA_{M/\Sigma 2} \quad (2.48)$$

και επομένως η τέταρτη συνθήκη διατυπώνεται από τη σχέση (2.46) αναφερόμενη σε Μ/Σ διαφορετικών ισχύων.



Σχήμα (2.3)

**ΤΡΙΓΩΝΑ ΤΟΥ ΚΑΡΡ ΔΥΟ Μ/Σ ΟΙ ΟΠΟΙΟΙ ΟΙ ΟΠΟΙΟΙ ΠΛΗΡΟΥΝ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΠΡΩΤΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΚΑΙ ΕΠΙΠΛΕΟΝ  $Z_{K1} = Z_{K2}$**



Σχήμα (2.4)

**ΕΞΩΤΕΡΙΚΕΣ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ ΤΩΝ Μ/Σ1 ΚΑΙ Μ/Σ2**

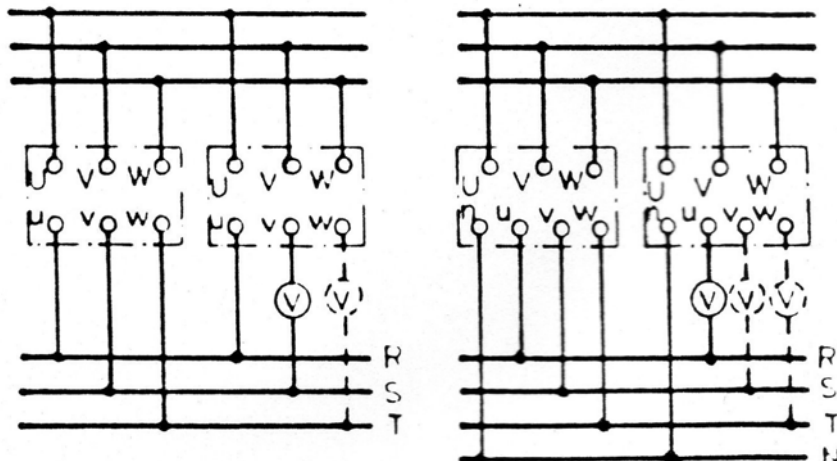
Από τα παραπάνω προκύπτει ότι στην πράξη κατά τον παραλληλισμό πρέπει υποχρεωτικά να εκπληρώνονται οι συνθήκες (1) και (2) ενώ για τις υπόλοιπες συνθήκες μπορούμε να έχουμε ορισμένες μικρές παρεκκλίσεις όπως θα δούμε και παρακάτω.

### 2.2.ε 5<sup>η</sup> ΣΥΝΘΗΚΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ Μ/Σ

Μια ακόμη συνθήκη που είναι απαραίτητη στην παράλληλη σύνδεση των μετασχηματιστών, η οποία μπορούμε να πούμε ότι είναι καθαρά πρακτική συνθήκη είναι η σωστή σύνδεση των αντίστοιχων ακροδεκτών.

Η εξακρίβωσή της αν δεν είμαστε βέβαιοι για την αντιστοιχία των ακροδεκτών, γίνεται με τη βοήθεια δύο βολτόμετρων όταν έχουμε ουδέτερο και τριών βολτόμετρων όταν έχουμε ουδέτερο, όπως φαίνεται στο σχήμα (2.5).

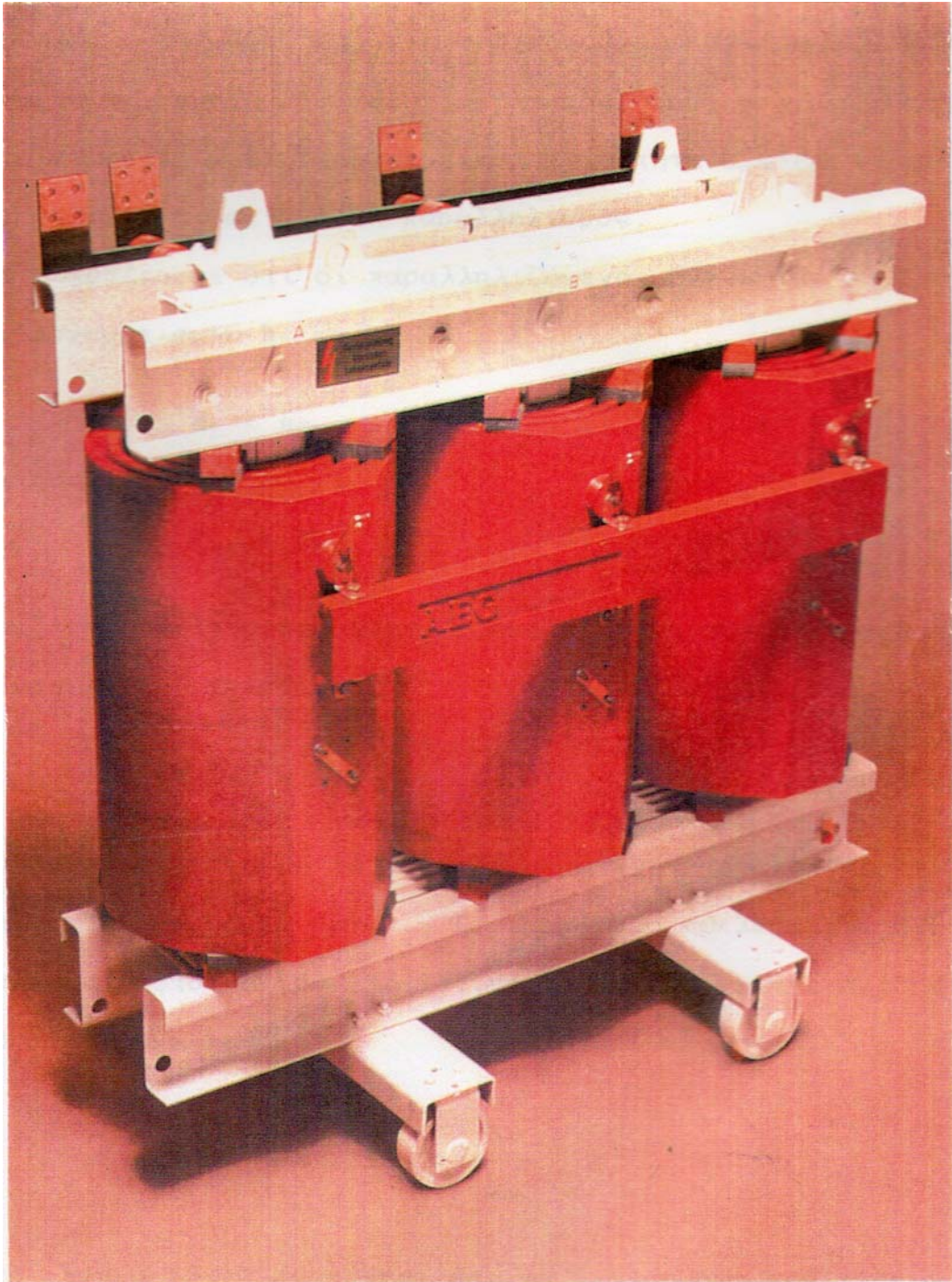
Δηλαδή συνδέουμε τον ένα ακροδέκτη της χαμηλής τάσης του μετασχηματιστή που πρόκειται να παραλληλισθεί με τον αντίστοιχο ζυγό χαμηλής τάσης και έπειτα τοποθετούμε τα βολτόμετρα διαδοχικά μεταξύ των ακροδεκτών και των αντίστοιχων ζυγών χαμηλής τάσης.



Σχήμα (2.5)

Αν υπάρχει αντιστοιχία φάσεων δεν θα έχουμε καμία ένδειξη στα βολτόμετρα. Αν όμως δεν έχουμε αντιστοιχία των φάσεων τα βολτόμετρα θα μας δείξουν μια ένδειξη μεγαλύτερη της τάσης των δευτερευόντων τυλιγμάτων.

Ένα πρόβλημα το οποίο υπάρχει περίπτωση να συναντήσουμε στην παράλληλη λειτουργία είναι ο υπολογισμός των ρευμάτων που διέρχονται από κάθε Μ/Σ όταν έχουμε το ίδιο λόγο τάσεων, αλλά όμως διαφορετικές ονομαστικές ισχύεις και τάσεις βραχυκύκλωσης.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΙ Μ/Σ ΜΕ ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ ΣΧΕΣΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

Αν και έχει ειπωθεί ότι για την παράλληλη λειτουργία Μ/Σ απαιτείται ισότητα σχέσεων μεταφοράς, όμως σε ορισμένες περιπτώσεις όπου υπάρχει μικρή ανισότητα σχέσεων μεταφοράς, γίνεται σε ανάγκη παραλληλισμός.

Ας υποθέσουμε ότι οι παραλληλιζόμενοι Μ/Σ έχουν λόγους μετασχηματισμού  $k_1$  και  $k_2$ :

$$k_1 < k_2 \quad (3.1)$$

επίσης:

$$P_{1n} < P_{2n} \quad (3.2)$$

και οι αντίστοιχες πρωτεύουσες πολικές τάσεις των Μ/Σ είναι ίδιες, δηλαδή:

$$E_1 = E_{11} = E_{12} \quad (3.3)$$

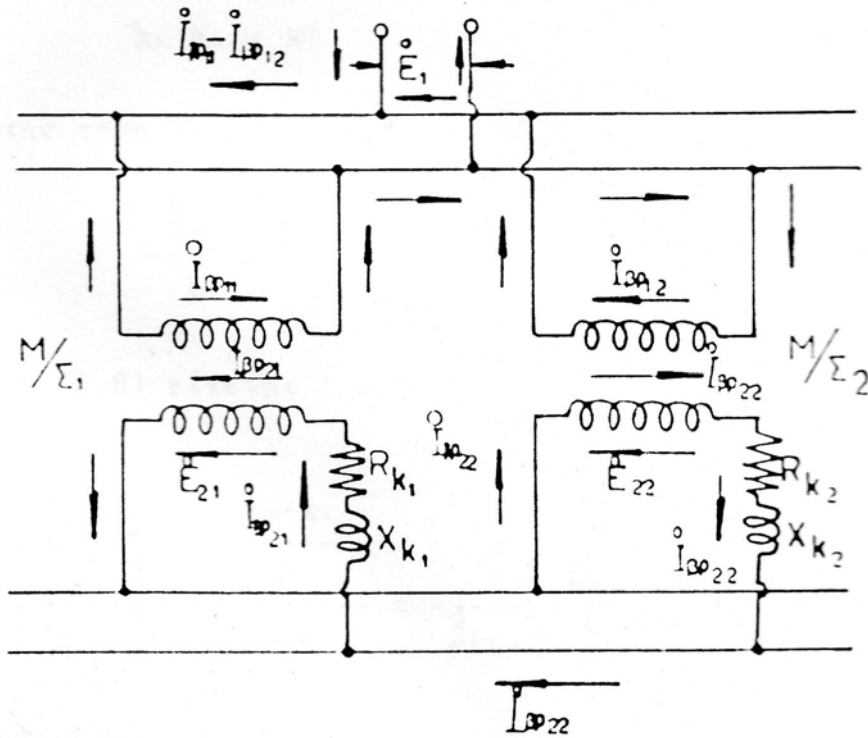
Παρακάτω εξετάζουμε τα αποτελέσματα ενός τέτοιου παραλληλισμού σε κάθε φάση. Το ισοδύναμο κύκλωμα των Μ/Σ φαίνεται στο σχήμα (3.1) στο οποίο λόγω της σχέσης (3.1) έχουμε:

$$E_{21} = \frac{E_1}{k_1} > E_{22} = \frac{E_1}{k_2} \quad (3.4)$$

Στο σχήμα (3.1) εννοείται ότι τα διανύσματα των τάσεων  $E_{21}$ ,  $E_{22}$  είναι

συμφασικά όπως στο σχήμα (3.2) με  $ON_1 = \overset{\circ}{E}_{21}$  και  $ON_2 = \overset{\circ}{E}_{22}$  καθότι οι Μ/Σ ανήκουν στην ίδια ομάδα ζεύξης.

Λόγω της διαφοράς δυναμικού  $\Delta E = E_{21} - E_{22}$  θα κυκλοφορήσει ένα ρεύμα από τον  $M/\Sigma_1$ , προς  $M/\Sigma_2$ , η διεύθυνση του οποίου φαίνεται στο σχήμα (3.1).



**Σχήμα (3.1)**

**ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ Μ/Σ ΜΕ ΛΟΓΟΥΣ  $k_1 < k_2$**

Αυτό μπορεί να εξομοιωθεί με ένα ρεύμα βραχυκύκλωσης το οποίο θα κυκλοφορήσει στις περιελίξεις των Μ/Σ κατά αντίθετες διευθύνσεις.

Άρα θα έχουμε:

$$i_{BP21} = - i_{BP22} \tag{3.5}$$

Τώρα θα προσδιορίσουμε το  $i_{BP21}$  και θα έχουμε:

$$i_{BP21} = \frac{\Delta E}{Z_{BP1} + Z_{BP2}} = \frac{E_1 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix}}{Z_{BP1} + Z_{BP2}} = \frac{E_1 (k_2 - k_1)}{k_1 k_2 (Z_{BP1} + Z_{BP2})} \tag{3.6}$$



Παίρνουμε το μέσο ανάλογο  $k$  των  $k_1$  και  $k_2$ :

$$k_1 k_2 = k^2 \quad (3.7)$$

και την τάση:

$$\frac{E_1}{k} = E_{2n} \quad (3.8)$$

τότε η (3.6) γίνεται:

$$I_{BP21} = \frac{E_1}{Z_{BP1} + Z_{BP2}} = \frac{E_{2n} \Delta k}{Z_{BP1} + Z_{BP2}} \quad (3.9)$$

Έχουμε όμως:

$$Z_{BP1} = \frac{U_{BP1} E_{21}}{I_{21n}} \quad (3.10)$$

$$Z_{BP2} = \frac{U_{BP2} E_{22}}{I_{22n}} \quad (3.11)$$

Έτσι οι ονομαστικές εντάσεις των δευτερευόντων των Μ/Σ προσδιορίζονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$I_{21n} = \frac{P_{1n}}{3E_{21}}, \quad I_{22} = \frac{P_{2n}}{3E_{22}} \quad (3.12)$$

Συνεπώς βάση των σχέσεων (3.10) και (3.11) οι μιγαδικές εκφράσεις των  $Z_{BP1}$  και  $Z_{BP2}$  μπορούν να προσδιοριστούν από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{Z}_{BP1} &= R_{BP1} + jX_{BP1} = Z_{BP1} (\sigma_{BP1} + j\eta_{BP1}) = \\ &= \frac{U_{BP1} E_{21}}{I_{21n}} \sigma_{BP1} + j\eta_{BP1} \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{Z}_{BP2} &= R_{BP2} + jX_{BP2} = Z_{BP2} (\sigma_{BP2} + j\eta_{BP2}) = \\ &= \frac{U_{BP2} E_{22}}{I_{22n}} \sigma_{BP2} + j\eta_{BP2} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Με αντικατάσταση των σχέσεων (3.13) και (3.14) στην (3.9) παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{E}_{2n} \Delta k \\ I_{BP21} &= \frac{\frac{U_{BP1} E_{21}}{I_{21n}} (\sigma_{BP1} + j\eta_{BP1}) + \frac{U_{BP2} E_{22}}{I_{22n}} \sigma_{BP2} + j\eta_{BP2}}{\quad} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Η γωνία του ρεύματος  $I_{BP21}$  ως προς την  $\Delta E$  προσδιορίζεται από την παρακάτω σχέση:

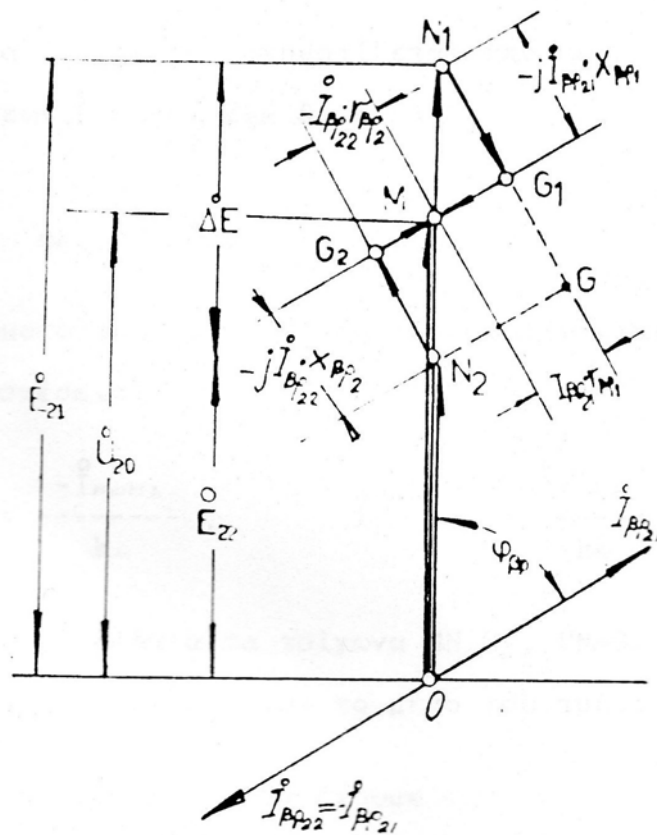
$$\varphi_{BP} = \text{τοξεφ} \frac{X_{BP1} + X_{BP2}}{R_{BP1} + R_{BP2}} \quad (3.16)$$

Για να βρούμε την κοινή τάση η οποία θα επικρατεί στο πεδίο των δευτερευόντων των Μ/Σ λόγω των ρευμάτων βραχυκύκλωσης, αρκεί να εφαρμόσουμε μία από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\dot{U}_{20} = \dot{E}_{21} - j I_{BP1} X_{BP1} - I_{BP1} R_{BP1} \quad (3.17)$$

$$\dot{U}_{20} = \dot{E}_{22} - j I_{BP2} X_{BP2} - I_{BP2} R_{BP2} \quad (3.18)$$

Οι παραπάνω σχέσεις σχεδιάζονται γραφικά στο σχήμα (3.2) από το οποίο προκύπτει ότι το ρεύμα  $I_{BP21}$  ελαττώνει την τάση  $E_{21}$  και τείνει να την κάνει ίση με  $OM = U_{20}$ , ενώ το ρεύμα  $I_{BP22}$  την  $E_{22}$  και την κάνει ίση με την παραπάνω κοινή τάση  $U_{20}$ .



**Σχήμα (3.2)**  $\Psi = I_{BP21} I_{BP1}$ ,  $\xi = I_{BP22} I_{BP2}$

Τώρα εδώ έχουμε την δεύτερη περίπτωση κατά την οποία οι Μ/Σ έχουν την ίδια φαινόμενη ισχύ, τάση βραχυκύκλωσης και τους ίδιους συντελεστές βραχυκύκλωσης.

$$P_{1n} = P_{2n}, U_{BP} = U_{BP1} \text{ και } \cos\phi_{BP} = \cos\phi_{BP1} = \cos\phi_{BP2} \quad (3.19)$$

Τότε θα έχουμε;

$$\overset{\circ}{Z}_K = \overset{\circ}{Z}_{K1} = \overset{\circ}{Z}_{K2} = R_{K1} + jX_{K1} = R_{K2} + jX_{K2} = R_K + jX_K \quad (3.20)$$

Και ο τύπος (3.15) γίνεται σε απλούστερη μορφή:

$$\overset{\circ}{I}_{BP21} = \overset{\circ}{I}_{BP22} = \frac{\overset{\circ}{E}_{21} - \overset{\circ}{E}_{22}}{2Z_K} = \frac{\overset{\circ}{E}_{2n} \Delta k}{2 \frac{\overset{\circ}{U}_{BP2} E_{2n}}{I_{2n}} (\cos \varphi_{BP} + j \sin \varphi_{BP})} \quad (3.21)$$

Η γωνία όμως που σχηματίζεται από το ρεύμα  $I_{BP21}$  και  $E_{21}$  και  $E_{22}$  θα είναι:

$$\varphi_{BP} = \text{τοξεφ} \frac{X_K}{R_K} \quad (3.22)$$

Τα ρεύματα του πρωτεύοντος προσδιορίζονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\overset{\circ}{I}_{BP11} = \frac{-I_{BP21}}{k_1}, \quad \overset{\circ}{I}_{BP12} = \frac{I_{BP22}}{k_2} \quad (3.23)$$

όσον αφορά βέβαια τα τρίγωνα  $MN_1G_1$ ,  $MN_2G_2$  θα είναι ίσα. Το σημείο M θα είναι το μέσο του τμήματος  $N_1N_2$ .

Στην Τρίτη περίπτωση θα έχουμε;

$P_{1n} < P_{2n}$  με  $U_{BP1} = U_{BP2}$ , τότε  $R_{BP1} > R_{BP2}$  και  $X_{BP1} > X_{BP2}$  και έτσι το τρίγωνο  $MN_2G_2$ , το δε σημείο M μετατοπίζεται προς τα κάτω κατά μήκος του  $N_1N_2$ .

Στην τέταρτη περίπτωση που έχουμε  $P_{1n} < P_{2n}$ , τότε το σημείο M θα ταυτιστεί με το  $N_1$  και το τρίγωνο  $MN_1G_1$  θα γίνει  $N_2N_1G$  και επομένως η κοινή τάση θα είναι:

$$U_{20} = U_{22} = \overline{ON_2} \quad (3.24)$$

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι εάν οι λόγοι μετασχηματισμού είναι διαφορετικοί και το ρεύμα που κυκλοφορεί  $I_{PP}$  θερμαίνει τους Μ/Σ ακόμα και κατά την εν κενώ λειτουργία.

Επομένως αν έχουμε κάποια αύξηση της θερμότητας του Μ/Σ τότε το φορτίο που μπορεί να αποδώσει περιορίζεται.

Από τα παραπάνω μπορούμε να συμπεράνουμε ότι:

Κατά την εν κενώ λειτουργία των Μ/Σ και εφόσον  $k_1 = k_2$ , τότε από τα τυλίγματα κυκλοφορεί το ρεύμα της κενής λειτουργίας, το οποίο είναι μέσα στα επιτρεπτά όρια για την ομαλή λειτουργία των Μ/Σ.

Εάν όμως είναι:

$$\frac{E_{21} - E_{22}}{E_{21}} = U_{BP1} = U_{BP2} \quad (3.25)$$

Τότε το ρεύμα βραχυκύκλωσης μπορεί να πάρει τιμή ίση με το  $\frac{1}{2}$  του ρεύματος της κανονικής λειτουργίας η οποία κρίνεται απαράδεκτη για την ομαλή λειτουργία των Μ/Σ.

Για τον περιορισμό του ρεύματος βραχυκύκλωσης  $I_{BP}$  και για να προσεγγίσουμε με το ρεύμα κενής λειτουργίας ( $I_o \simeq 10\% I_{καν}$ ) πρέπει:

$$\frac{E_{21} - E_{22}}{E_{21}} \simeq 1/5 U_{BP1} \simeq 1/5 U_{BP2} \quad (3.26)$$

Εάν παρ' όλα αυτά θελήσουμε οπωσδήποτε να παραλληλίσουμε τους Μ/Σ στους οποίους δεν ισχύει η σχέση (3.26) επιβάλλεται κάποιος από τους Μ/Σ να μεταφερθεί στον κατασκευαστή για να προσθέσει ή να αφαιρέσει κάποια σπείρα ώστε να πετύχουμε ισότητα των σχέσεων μεταφοράς ( $k_1 = k_2$ ).

Συνεχίζοντας την έρευνα της παράλληλης λειτουργίας δύο Μ/Σ με ανισότητα σχέσεως μεταφοράς, μελετάμε την περίπτωση της φόρτισης των δευτερογενών και ζητούμε να βρούμε τη θέση και το μέγεθος των εντάσεων. Γι' αυτό εφαρμόζουμε την αρχή της επαλληλίας.

Η μέθοδος αυτή προτιμάται όταν θεωρούμε ότι η φόρτιση συνιστάται από δύο ανεξάρτητα φαινόμενα. Το ένα εξελίσσεται όπως περιγράφεται παρακάτω και το οποίο έχει σαν αποτέλεσμα την κυκλοφορία ενός ρεύματος  $\overset{\circ}{I}_{BP}$  συγχρόνως με την εμφάνιση στα δευτερεύοντα μιας κοινής τάσης  $\overset{\circ}{U}_{20}$  και το δεύτερο φαινόμενο δημιουργεί τα ρεύματα του δευτερεύοντος φορτίου  $\overset{\circ}{I}_{21\phi}$ ,  $\overset{\circ}{I}_{22\phi}$  και έτσι να έχουμε για τα τελικά ρεύματα του δευτερεύοντος τις παραπάνω σχέσεις:

$$\overset{\circ}{I}_{21} = \overset{\circ}{I}_{BP21} + \overset{\circ}{I}_{21\phi} \quad (3.27)$$

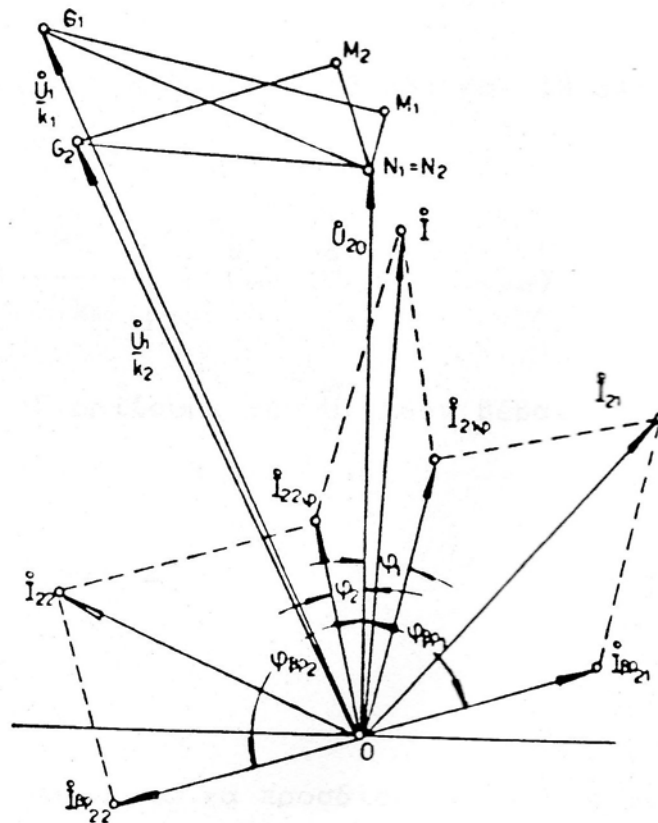
$$\overset{\circ}{I}_{22} = \overset{\circ}{I}_{BP22} + \overset{\circ}{I}_{22\phi} \quad (3.28)$$

Συμπεραίνουμε ότι η φόρτιση των δευτερευόντων με τα παραπάνω ρεύματα  $\overset{\circ}{I}_{21\phi}$  και  $\overset{\circ}{I}_{22\phi}$  δεν μεταβάλλει σημαντικά τα ρεύματα  $\overset{\circ}{I}_{BP21}$  και  $\overset{\circ}{I}_{BP22}$  γιατί η πτώση των δευτερευόντων λόγω της φόρτισής τους είναι ουσιαστικά η ίδια και επομένως θα είναι:

$$\overset{\circ}{I}_{BP21} = \text{const} \quad (3.29)$$

$$\dot{I}_{BP22} = \text{const} \quad (3.30)$$

Στην προκειμένη περίπτωση θα προσδιορίσουμε τις εντάσεις κάθε μετασχηματιστή. Ανάγουμε σχεδόν πάντοτε τα στοιχεία του πρωτεύοντος στο δευτερεύον. Έτσι αν  $\dot{U}_{20}$  είναι η κοινή τάση δευτερεύοντος, τότε η ανοιγμένη στο δευτερεύον τάση του πρωτεύοντος του Μ/Σ είναι  $\dot{U}_1 / k_1$  και του δευτερεύοντος μετασχηματιστή θα είναι  $\dot{U}_1 / k_2$ , η οποία είναι συγγραμική ως προς την πρώτη όπως φαίνεται στο σχήμα (3.3). Θεωρώντας ότι ο μεν Μ/Σ<sub>1</sub> φορτίζεται επαγωγικά, ο δε Μ/Σ<sub>2</sub> χωρητικά, μπορούμε να κατασκευάσουμε τα τρίγωνα του karr που αντιστοιχούν στα δυο ρεύματα  $\dot{I}_{21\varphi}$  και  $\dot{I}_{22\varphi}$ .



Σχήμα (3.3)

**ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΡΕΥΜΑΤΩΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ ΕΡΓΑΖΟΜΕΝΩΝ Μ/Σ ΜΕ ΑΝΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΟΥ ΠΡΩΤΕΥΟΝΤΟΣ ΣΤΟ ΔΕΥΤΕΡΕΥΟΝ**

Από το σχήμα (3.3) παίρνουμε τις σχέσεις:

$$\frac{\dot{U}_1}{k_1} - \dot{U}_{20} = \dot{I}_{21\phi} \dot{Z}_{BP1} = \dot{I}_{21\phi} \frac{1}{\dot{\Psi}_{BP1}} \quad (3.31)$$

$$\frac{\dot{U}_1}{k_2} - \dot{U}_{20} = \dot{I}_{22\phi} \dot{Z}_{BP2} = \dot{I}_{22\phi} \frac{1}{\dot{\Psi}_{BP2}} \quad (3.32)$$

από τις οποίες έχουμε:

$$\dot{I}_{21\phi} = \dot{U}_1 \frac{\dot{\Psi}_{BP1}}{k_1} - \dot{U}_{20} \dot{\Psi}_{BP1} \quad (3.33)$$

$$\dot{I}_{22\phi} = \dot{U}_1 \frac{\dot{\Psi}_{BP2}}{k_2} - \dot{U}_{20} \dot{\Psi}_{BP2} \quad (3.34)$$

και όταν αθροίσουμε τις σχέσεις (3.33) και (3.34) παίρνουμε το ολικό ρεύμα:

$$\dot{I} = \dot{U}_1 \left[ \frac{\dot{\Psi}_{BP1}}{k_1} + \frac{\dot{\Psi}_{BP2}}{k_2} \right] - \dot{U}_{20} (\dot{\Psi}_{BP1} + \dot{\Psi}_{BP2}) \quad (3.35)$$

από το οποίο προσδιορίζουμε την  $\dot{U}_1$ , εάν βέβαια τα  $\dot{I}$  και  $\dot{U}_{20}$  είναι γνωστά τότε η (3.35) δίνει:

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_{20} (\dot{\Psi}_{BP1} + \dot{\Psi}_{BP2}) + \dot{I}}{\frac{\dot{\Psi}_{BP1}}{k_1} + \frac{\dot{\Psi}_{BP2}}{k_2}} \quad (3.36)$$



οπότε μπορούμε παρακάτω να προσδιορίσουμε τις μερικές εντάσεις  $I_{21\phi}$  και  $I_{22\phi}$  των δύο Μ/Σ από τους τύπους (3.33) και (3.34) στους οποίους πάντα τα στοιχεία είναι γνωστά.

Αν τώρα γενικεύσουμε τους τύπους (3.33), (3.34), (3.35) και (3.36) μπορούμε με τον ίδιο τρόπο να καταλήξουμε στις παρακάτω σχέσεις:

$$\dot{I}_{2v\phi} = \dot{U}_1 \frac{\dot{\Psi}_{BPv}}{k_v} - \dot{U}_{20 BPv} \dot{\Psi}_{BPv} \quad (3.37)$$

$$\dot{I} = \dot{U}_1 \sum \frac{\dot{\Psi}_{BPv}}{k_v} - \dot{U}_{20} \dot{\Psi}_{BPv} \quad (3.38)$$

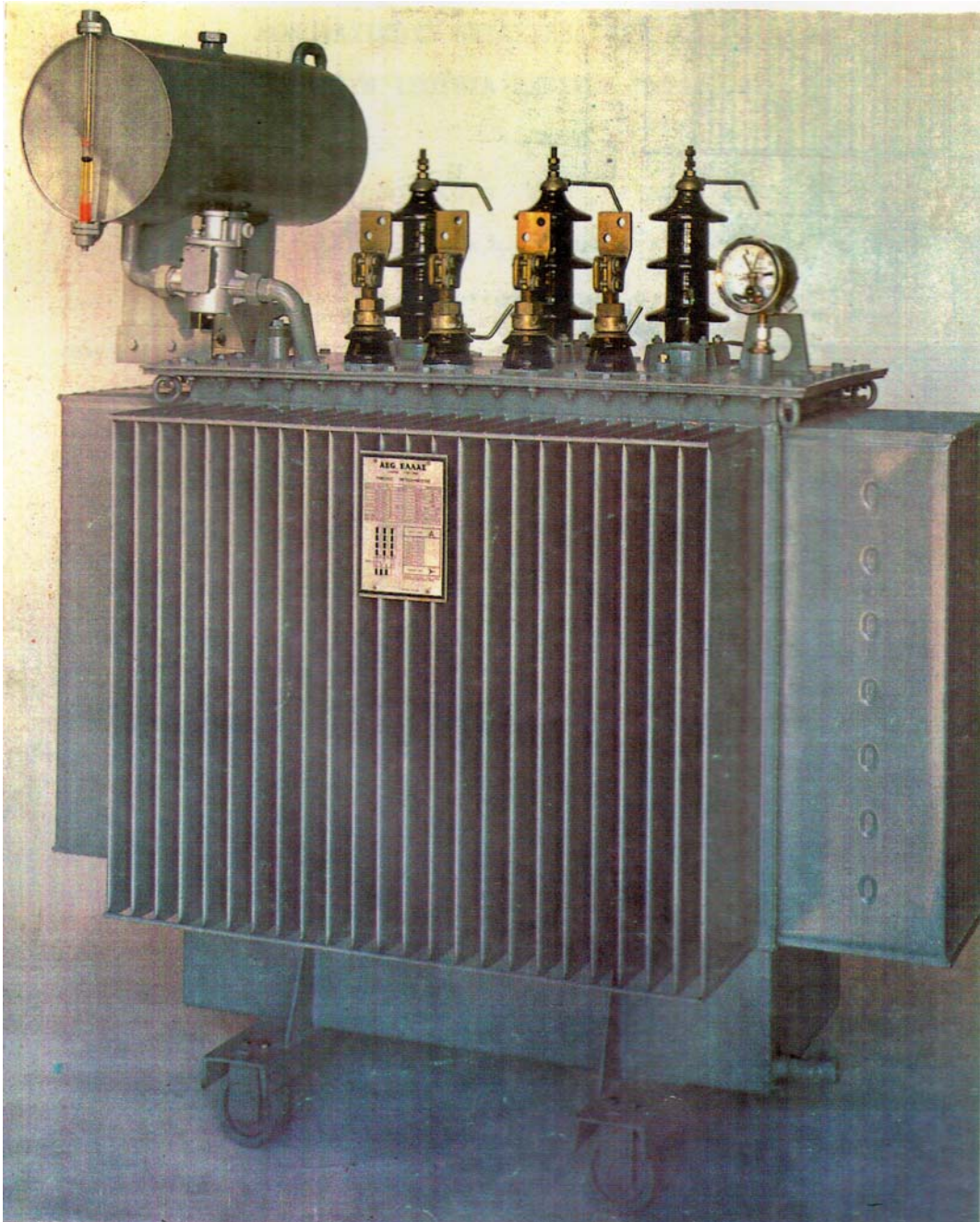
$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_{20} \sum \dot{\Psi}_{BPv} + \dot{I}}{\sum \frac{\dot{\Psi}_{BPv}}{k_v}} \quad (3.39)$$

Όσον αφορά τα μέτρα των ρευμάτων  $I_{21}$  και  $I_2$  των σχέσεων (3.27) και (3.28), προσδιορίζονται από τις σχέσεις:

$$I_{21} = \sqrt{I_{21\phi}^2 + I_{BP21}^2 + 2 I_{21\phi} I_{BP21} \sigma_{\text{UV}} (\phi_{BP1} - \phi_1)} \quad (3.40)$$

$$I_{22} = \sqrt{I_{22\phi}^2 + I_{BP22}^2 + 2 I_{22\phi} I_{BP22} \sigma_{\text{UV}} (\phi_{BP2} - \phi_2)} \quad (3.41)$$

Τελειώνοντας την θεωρία προκύπτει ότι αν  $k_1 > k_2$  τότε οι διευθύνσεις των ρευμάτων  $I_{BP21} - I_{BP22}$  θα αλλάξουν αμοιβαία.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ ΕΡΓΑΖΟΜΕΝΟΥΣ ΜΟΝΟΦΑΣΙΚΟΥΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΕΣ ΟΙ ΟΠΟΙΟΙ ΕΧΟΥΝ ΙΣΟΤΗΤΑ ΣΧΕΣΕΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

Θεωρούμε τρεις μονοφασικούς Μ/Σ σε παράλληλη ζεύξη. Σχεδιάζουμε το ισοδύναμο κύκλωμα αυτών και κάνουμε αναγωγή των στοιχείων του δευτερεύοντος στο πρωτεύον, θεωρώντας ότι το ρεύμα  $I_o$  είναι αμελητέο.

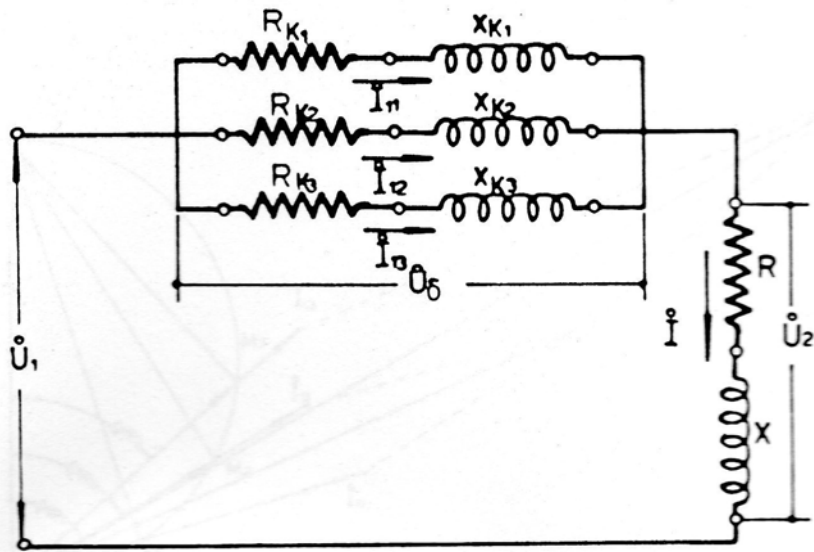
Προφανώς τότε οι σύνθετες αντιστάσεις των Μ/Σ θα είναι συνδεδεμένες παράλληλα όπως φαίνεται στο σχήμα (4.1) επίσης δε ο καταναλωτής αντιπροσωπευόμενος από τα στοιχεία R και X ανηγμένα στο πρωτεύον θα είναι σε σειρά συνδεδεμένος με τις παραπάνω αντιστάσεις.

Από το σχήμα (4.1) έχουμε:

$$\overset{\circ}{I}_{11} = \frac{\overset{\circ}{U}_\delta}{\overset{\circ}{Z}_{K1}} = \overset{\circ}{U}_\delta \overset{\circ}{\Psi}_{K1} \quad (4.1)$$

$$\overset{\circ}{I}_{12} = \frac{\overset{\circ}{U}_\delta}{\overset{\circ}{Z}_{K2}} = \overset{\circ}{U}_\delta \overset{\circ}{\Psi}_{K2} \quad (4.2)$$

$$\overset{\circ}{I}_{13} = \frac{\overset{\circ}{U}_\delta}{\overset{\circ}{Z}_{K3}} = \overset{\circ}{U}_\delta \overset{\circ}{\Psi}_{K3} \quad (4.3)$$



Σχήμα 4.1

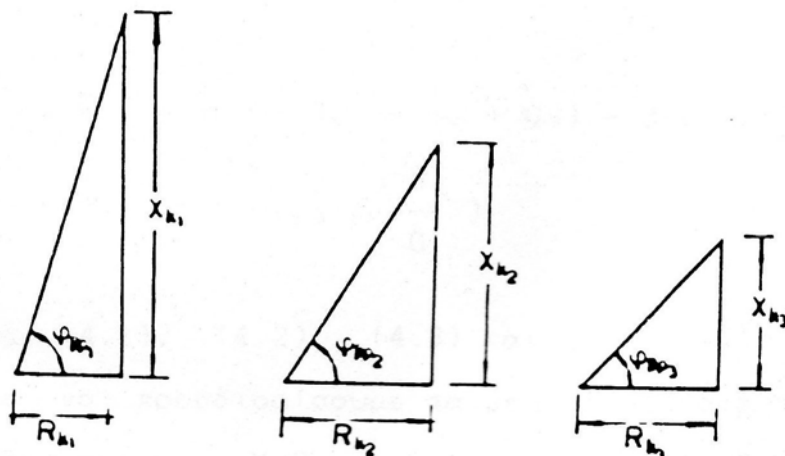
ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΣΧΗΜΑ ΤΡΙΩΝ Μ/Σ, ΑΝΟΙΓΜΕΝΩΝ ΣΤΟ ΠΡΩΤΕΥΟΝ

όπου:

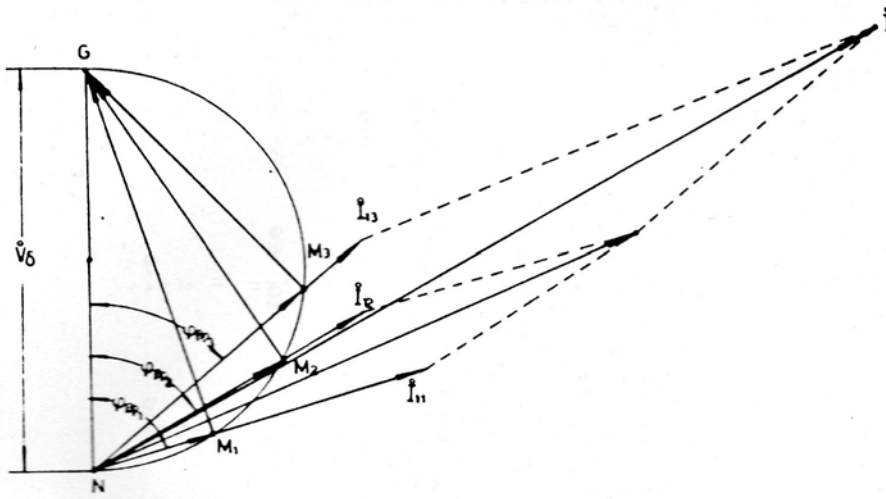
$$\Psi_{K1} = G_1 - jB_1 = \Psi_{K1} e^{-j\varphi_1} \quad \varepsilon\varphi\varphi_1 = \left[ \begin{array}{c} B_1 \\ G_1 \end{array} \right] = \frac{X_{K1}}{R_{K1}} \quad (4.4)$$

$$\Psi_{K2} = G_2 - jB_2 = \Psi_{K2} e^{-j\varphi_2} \quad \varepsilon\varphi\varphi_2 = \frac{B_2}{G_2} = \frac{X_{K2}}{R_{K2}} \quad (4.5)$$

$$\Psi_{K3} = G_3 - jB_3 = \Psi_{K3} e^{-j\varphi_3} \quad \varepsilon\varphi\varphi_3 = \frac{B_3}{G_3} = \frac{X_{K3}}{R_{K3}} \quad (4.6)$$



Σχήμα 4.2 ΤΡΙΓΩΝΑ ΒΡΑΧΥΚΥΚΛΩΣΗΣ



**Σχήμα 4.3**

**ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ ΕΡΓΑΖΟΜΕΝΩΝ Μ/Σ**

Δεδομένου ότι:

$$G_1 = \frac{R_{K1}}{R_{K1}^2 + X_{K1}^2}, \quad B_1 = \frac{X_{K1}}{R_{K1}^2 + X_{K1}^2} \quad (4.7)$$

Επίσης είναι:

$$\overset{\circ}{I} = \overset{\circ}{I}_{11} + \overset{\circ}{I}_{12} + \overset{\circ}{I}_{13} = \overset{\circ}{U}_\delta (\overset{\circ}{\Psi}_{K1} + \overset{\circ}{\Psi}_{K2} + \overset{\circ}{\Psi}_{K3}) = \overset{\circ}{U}_\delta \overset{\circ}{\Psi}_K \quad (4.8)$$

όπου:

$$\overset{\circ}{\Psi}_K = \overset{\circ}{\Psi}_{K1} + \overset{\circ}{\Psi}_{K2} + \overset{\circ}{\Psi}_{K3} = (G_1 + G_2 + G_3) - j(B_1 + B_2 + B_3) =$$

$$= G - jB = \Psi_K e^{-j\varphi} \left[ \begin{array}{c} B \\ \text{εφφ} = \frac{B}{G} \\ G \end{array} \right] \quad (4.9)$$

Από τις (4.1), (4.2), (4.3) και (4.4), (4.5), (4.6) μπορούμε να προσδιορίσουμε τα μερικά ρεύματα τα οποία διέρχονται από τους Μ/Σ, αν

δε γνωρίζουμε το  $I$  μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους παρακάτω τύπους:

$$\dot{I}_{11} = \frac{\dot{\Psi}_{K1}}{\dot{\Psi}_K} I \quad (4.10)$$

$$\dot{I}_{12} = \frac{\dot{\Psi}_{K2}}{\dot{\Psi}_K} I \quad (4.11)$$

$$\dot{I}_{13} = \frac{\dot{\Psi}_{K3}}{\dot{\Psi}_K} I \quad (4.12)$$

Οι οποίες σε συνδυασμό με τις σχέσεις (4.4), (4.5), (4.6) και (4.7) μπορούν να γραφτούν:

$$\dot{I}_{11} = I \frac{\Psi_{K1}}{\Psi_K} e^{-j(\varphi_1 - \varphi)} \quad (4.13)$$

$$\dot{I}_{12} = I \frac{\Psi_{K2}}{\Psi_K} e^{-j(\varphi_2 - \varphi)} \quad (4.14)$$

$$\dot{I}_{13} = I \frac{\Psi_{K3}}{\Psi_K} e^{-j(\varphi_3 - \varphi)} \quad (4.15)$$

Σε εξαιρετική περίπτωση, όταν πληρήται και η τέταρτη συνθήκη τότε έχουμε:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 \quad (4.16)$$

και συνεπώς οι τρεις εντάσεις είναι σε φάση.



**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΩΝ**  
**ΟΙ ΟΠΟΙΟΙ ΕΡΓΑΖΟΝΤΑΙ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ**

**ΑΣΚΗΣΗ 1<sup>η</sup>**

Τρεις τριφασικοί Μ/Σ του ίδιου λόγου μετασχηματισμού εργάζονται παράλληλα και έχουν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

A/A	$P_n$ (KVA)	$U_{BP}$ % (V)
M/Σ <sub>A</sub>	100	4,5
M/Σ <sub>B</sub>	150	4,0
M/Σ <sub>Γ</sub>	200	3,5

Ζητούνται να βρεθούν:

- 1) Η κατανομή των φορτίων αν η παραλαμβανόμενη ισχύς είναι 450 KVA και 300 KVA αντίστοιχα.
- 2) Τα αντίστοιχα ποσοστά υπερφόρτισης ή υποφόρτισης στις παραπάνω περιπτώσεις.

**ΛΥΣΗ**

1) Για την περίπτωση των 450 KVA έχουμε:

$$P_1 = \frac{P_\varphi}{\frac{P_{1n}}{U_{BP1}} + \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} + \frac{P_{3n}}{U_{BP3}}} = \frac{450}{\frac{100}{4,5} + \frac{150}{4} + \frac{200}{3,5}} = \frac{450}{22,22 + 37,5 + 57,14} = \frac{450}{116,86} = 3,85 \text{ KVA}$$

$$P_\varphi \quad P_{2n}$$



$$P_2 = \frac{P_{1n}}{U_{BP1}} + \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} + \frac{P_{3n}}{U_{BP3}} + \frac{P_\phi}{U_{BP2}}$$

$$= \frac{100}{4,5} + \frac{150}{4} + \frac{200}{3,5} + \frac{150}{4} = 144 \text{ KVA}$$

$$P_3 = \frac{P_{1n}}{U_{BP1}} + \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} + \frac{P_{3n}}{U_{BP3}} + \frac{P_\phi}{U_{BP3}}$$

$$= \frac{100}{4,5} + \frac{150}{4} + \frac{200}{3,5} + \frac{100}{3,5} = 220 \text{ KVA}$$

Για την περίπτωση των 300 KVA έχουμε:

$$P_1 = \frac{P_{1n}}{U_{BP1}} + \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} + \frac{P_{3n}}{U_{BP3}} + \frac{P_\phi}{U_{BP1}}$$

$$= \frac{300}{\frac{100}{4,5} + \frac{150}{4} + \frac{200}{3,5}} \cdot \frac{100}{4,5} = 57 \text{ KVA}$$

$$P_2 = \frac{P_\varphi}{\frac{P_{1n}}{U_{BP1}} + \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} + \frac{P_{3n}}{U_{BP3}}} \cdot \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} =$$

$$= \frac{300}{\frac{100}{4,5} + \frac{150}{4} + \frac{200}{3,5}} \cdot \frac{150}{4} = 96,3 \text{ KVA}$$

$$P_3 = \frac{P_\varphi}{\frac{P_{1n}}{U_{BP1}} + \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} + \frac{P_{3n}}{U_{BP3}}} \cdot \frac{P_{3n}}{U_{BP3}} =$$

$$= \frac{300}{\frac{100}{4,5} + \frac{150}{4} + \frac{200}{3,5}} \cdot \frac{100}{3,5} = 146,5 \text{ KVA}$$

**2) Για την περίπτωση των 450 KVA έχουμε:**

- Ο Μ/Σ<sub>1</sub> υποφορτίζεται κατά 14 %

Ο Μ/Σ<sub>2</sub> στα 200 ΚVA υποφορτίζεται κατά 6 ΚVA

Ο Μ/Σ<sub>2</sub> στα 100 ΚVA υποφορτίζεται κατά Χ; ΚVA

$$X = \frac{100}{150} \cdot 6 \implies X = 4$$

- Ο Μ/Σ<sub>2</sub> υποφορτίζεται κατά 4%

Ο Μ/Σ<sub>3</sub> στα 200 ΚVA υπερφορτίζεται κατά 20 ΚVA

Ο Μ/Σ<sub>3</sub> στα 100 ΚVA υπερφορτίζεται κατά Χ; ΚVA

$$X = \frac{100}{200} \cdot 20 \implies X = 10$$

- Ο Μ/Σ<sub>3</sub> υποφορτίζεται κατά 10%.

Για την περίπτωση των 300 ΚVA κατά τον ίδιο τρόπο και οι τρεις μετασχηματιστές υποφορτίζονται αντίστοιχα κατά 43%, 35% και 26,8.

**ΑΣΚΗΣΗ 2<sup>η</sup>**

Τρεις μετασχηματιστές των 100 KVA ο καθένας της ίδιας ομάδας ζεύξης Δ/Δ με λόγο μετασχηματισμού  $k = 10.000 / 400$ .

Οι ισοδύναμες αντιστάσεις τους ανοιγμένες στο δευτερεύον είναι:

$$Z_{K1} = 0,008 + j 0,045$$

$$Z_{K2} = 0,008 + j 0,045$$

$$Z_{K3} = 0,008 + j 0,045$$

Αν οι παραπάνω Μ/Σ τροφοδοτούν στο δευτερεύον ένα συμμετρικό φορτίο των 250 KVA, το οποίο είναι το επί τοις εκατό φορτίο παραλαμβάνει ο κάθε Μ/Σ.

**ΛΥΣΗ**

Τα μέτρα των σύνθετων αντιστάσεων είναι:

$$Z_{K1} = Z_{K2} = \sqrt{0,008^2 + 0,045^2} = 0,0457$$

$$Z_{K3} = \sqrt{0,009^2 + 0,035^2} = 0,0361$$

Το ονομαστικό φασικό ρεύμα του δευτερεύοντος σε καθένα από τους παραπάνω Μ/Σ θα είναι:

$$I_{2\phi} = \frac{P}{3E_2} = \frac{100.000}{3 \cdot 400} = 83,5 \text{ A}$$

Οι τάσεις βραχυκύκλωσης των Μ/Σ είναι:

$$U_{BP1} = U_{BP2} = Z_K I_{2\phi} = 0,0457 \cdot 83,5 = 3,82 \text{ V}$$

$$U_{BP3} = Z_{K3} I_{2\phi} = 0,0361 \cdot 83,5 = 3 \text{ V}$$

Οι εκατοστιαίες τιμές των παραπάνω τάσεων βραχυκύκλωσης είναι:

$$U_{BP1}\% = \frac{U_{BP1}}{U_\phi} \cdot 100 = \frac{3,82}{400} \cdot 100 = 0,955$$

Ομοίως  $U_{BP1}\% = 0,955$

$$\text{και } U_{BP3}\% = \frac{U_{BP3}}{U_{\phi}} \cdot 100 = \frac{3,82}{400} \cdot 100 = 0,75$$

Επομένως το φορτίο που αναλαμβάνει κάθε Μ/Σ είναι:

$$P_1 = \frac{P_{\phi}}{\frac{P_{1n}}{U_{BP1}} + \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} + \frac{P_{3n}}{U_{BP3}}} = \frac{P_{1n}}{\frac{P_{1n}}{U_{BP1}} + \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} + \frac{P_{3n}}{U_{BP3}}} =$$

$$= \frac{250}{\frac{100}{0,955} + \frac{100}{0,955} + \frac{100}{0,75}} = 76,3 \text{ KVA}$$

$$P_2 = P_1 = 76,3 \text{ KVA}$$

$$P_3 = \frac{P_{\phi}}{\frac{P_{1n}}{U_{BP1}} + \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} + \frac{P_{3n}}{U_{BP3}}} = \frac{P_{3n}}{\frac{P_{1n}}{U_{BP1}} + \frac{P_{2n}}{U_{BP2}} + \frac{P_{3n}}{U_{BP3}}} =$$

$$= \frac{250}{\frac{100}{0,955} + \frac{100}{0,955} + \frac{100}{0,75}} = 97,3 \text{ KVA}$$

Σε εκατοστιαία μορφή η ισχύς που αναλαμβάνει καθένας από τους Μ/Σ, είναι:

M/Σ<sub>A</sub> και M/Σ<sub>B</sub>

$$P_1\% = P_2\% = \frac{76,3}{250} \cdot 100 = 30,5\%$$

M/Σ<sub>Γ</sub>

$$P_3\% = \frac{97,3}{250} \cdot 100 = 39\%$$

Άρα ο M/Σ<sub>A</sub> και ο M/Σ<sub>B</sub> αναλαμβάνουν από 30,5% και ο M/Σ<sub>Γ</sub> αναλαμβάνει το 39% του φορτίου.

**ΑΣΚΗΣΗ 3<sup>η</sup>**

Δύο παράλληλα εργαζόμενοι μονοφασικοί Μ/Σ έχουν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

A/A	$I_{KAN}$ (A)	$P_n$ (KVA)	k	$X_k$ ( $\Omega$ )	$R_k$ ( $\Omega$ )
M/Σ <sub>A</sub>	435	100	4600/230	0,027	0,008
M/Σ <sub>B</sub>	890	200	4610/225	0,013	0,003

Όπου τα  $X_k$  και  $R_k$  είναι ανηγμένα στο δευτερεύον. Το ολικό φορτίο του δευτερεύοντος είναι 150KW με  $\cos\phi = 0,85$  ( $\phi > 0$ ) με τάση  $U_2 = 225V$ .

Ζητούνται η πρωτογενής τάση  $U_1$  και η ένταση κάθε Μ/Σ.

**ΛΥΣΗ**

Βρίσκουμε για κάθε Μ/Σ τον λόγο μετασχηματισμού, την σύνθετη αντίσταση και την σύνθετη αγωγιμότητα.

**M/Σ<sub>A</sub>**

$$4.600$$

$$k_1 = \frac{\quad}{230} = 20$$

$$230$$

$$Z_1 = 0,008 + j0,027 = 0,028 \angle 73,5^\circ$$

$$1$$

$$\dot{\Psi}_1 = \frac{\quad}{0,028 \angle 73,5^\circ} = 35,7 \angle -73,5^\circ = 10,1 - j 34,2$$

$$\frac{\dot{\Psi}_1}{k_1} = \frac{35,7 \angle -73,5^\circ}{20} = 1,79 \angle -73,5^\circ = 0,508 - j1,72$$

**M/Σ<sub>B</sub>**

$$4.610$$

$$K_2 = \frac{\quad}{225} = 20,5$$

$$225$$

$$Z_2 = 0,003 + j0,013 = 0,013 \angle 77^\circ$$

$$\Psi_2 = \frac{1}{0,013 \angle 77^\circ} = 76,9 \angle -77^\circ = 17,2 - j 74,9$$

$$\frac{\dot{\Psi}_2}{K_2} = \frac{76,9 \angle -77^\circ}{20,5} = 3,75 \angle -77^\circ = 0,84 - j 3,65$$

Η ολική ένταση του ρεύματος του δευτερεύοντος είναι:

$$P_2 = U_2 I_2 \cos\phi_2 \implies I_2 = \frac{P_2}{U_2 \cos\phi_2} = \frac{150.000}{225 \cdot 0,85} = 784 \text{ (A)}$$

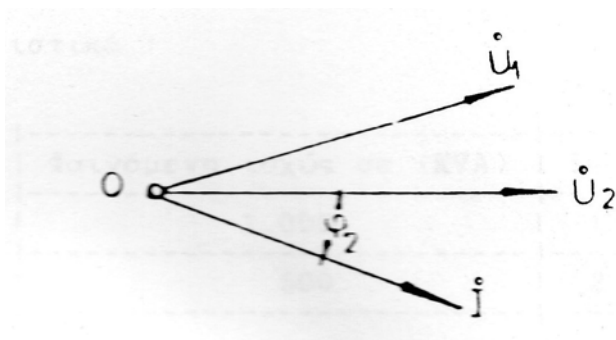
Επομένως το  $I_2$  σε μορφή μιγαδική είναι:

$$\dot{I}_2 = I_2 (\cos\phi_2 - j\sin\phi_2) = 784(0,85 + j 0,527) = 666,4 - j 413,17$$

Η  $\dot{U}_1$  υπολογίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \frac{\dot{U}_2 (\dot{\Psi}_1 + \dot{\Psi}_2) - \dot{I}_2}{\frac{\dot{\Psi}_1}{k_1} + \frac{\dot{\Psi}_2}{k_1}} = \\ &= \frac{225 (10,1 - j 34,2 + 17,2 - j 74,9) + 666,4 - j 413,17}{0,508 - j 1,72 + 0,84 - j 3,65} + \\ &= 4.671 \angle 1,3^\circ = 4.670 + j 106 \end{aligned}$$

Παίρνουμε το διάνυσμα της τάσης  $U_2$  στο πραγματικό άξονα και επειδή το ρεύμα  $I_2$  έπεται της τάσης  $U_2$ , έχουμε το διάγραμμα του σχήματος.



Διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων  $U_1$ ,  $U_2$  και του ρεύματος  $I$



Τα μερικά ρεύματα των Μ/Σ  $\overset{\circ}{I}_{21\phi}$  και  $\overset{\circ}{I}_{22\phi}$  είναι τα εξής:

$$\overset{\circ}{I}_{21\phi} = \overset{\circ}{U}_1 \frac{\overset{\circ}{\Psi}_1}{k_1} - U_{20} \overset{\circ}{\Psi}_1 = \left[ \frac{\overset{\circ}{U}_1}{k_1} - U_{20} \right] \overset{\circ}{\Psi}_1 =$$

$$= \left[ \frac{4.671 \angle 1,3^\circ}{k_1} - 225 \right] 35,7 \angle -73,5^\circ = 357 \angle -41,6^\circ$$

$$\overset{\circ}{I}_{22\phi} = \left[ \frac{\overset{\circ}{U}_1}{k_2} - U_{20} \right] \overset{\circ}{\Psi}_2 =$$

$$= \left[ \frac{4.671 \angle 1,3^\circ}{20,5} - 225 \right] 76,9 \angle -77^\circ = 461 \angle -17^\circ$$

**Άσκηση 4<sup>η</sup>**

Δύο τριφασικοί Μ/Σ ζεύξης Δ/Υ ο καθένας των οποίων έχει λόγο μετασχηματισμού κατά την εν κενώ λειτουργία 6.600 /400 συνδέονται παράλληλα και έχουν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

A/A	Φαινόμενη ισχύς σε (KVA)	$E_R$ %	$E_X$ %
M/Σ <sub>A</sub>	1.000	1%	3%
M/Σ <sub>B</sub>	500	2%	2%

Εάν οι δύο Μ/Σ τροφοδοτούν στο δευτερεύον ένα συμμετρικό φορτίο 1.200 KVA με παράγοντα ισχύος 0,85 (επαγωγικό) προσδιορίστε για κάθε Μ/Σ τα παρακάτω:

- 1) Την κατανομή της φαινόμενης ισχύος.
- 2) Την κατανομή των ρευμάτων.
- 3) Τον παράγοντα ισχύος.

**ΛΥΣΗ**

1) Για τον Μ/Σ<sub>A</sub> έχουμε:

$$I_{\phi 1} = \frac{P_{1n}}{3E_{21}} = \frac{1.000.000}{3 \cdot 6.600} = 50,5 \text{ (A)}$$

$$R_{KA} = \frac{E_R \% E_{21}}{I_{\phi 1}} = \frac{0,01 \cdot 6.600}{50,5} = 1,31 \text{ (}\Omega\text{)}$$

$$X_{KA} = \frac{E_X \% E_{21}}{I_{\phi 1}} = \frac{0,03 \cdot 6.600}{50,5} = 3,92 \text{ (}\Omega\text{)}$$

$$\overset{\circ}{Z}_{KA} = R_{KA} + j X_{KA} = 1,31 + j 3,92 = 4,15 \angle 71,5^{\circ} \text{ (}\Omega\text{)}$$

$$U_{BPA} = | \overset{\circ}{Z}_{KA} | I_{\phi 1} = 4,15 \cdot 50,5 = 210 \text{ (V)}$$

$$U_{BPA} \% = \frac{210}{6.600} \cdot 100 = 3,18 \% (V)$$

**Για τον Μ/Σ<sub>B</sub> έχουμε:**

$$I_{\varphi 2} = \frac{P_{2n}}{3E_{22}} = \frac{500.000}{3 \cdot 6.600} = 25,2 (A)$$

$$R_{KB} = \frac{E_R \% E_{22}}{I_{\varphi 2}} = \frac{0,02 \cdot 6.600}{25,2} = 5,25 (\Omega)$$

$$X_{KB} = \frac{E_X \% E_{22}}{I_{\varphi 2}} = \frac{0,02 \cdot 6.600}{25,2} = 5,25 (\Omega)$$

$$\overset{\circ}{Z}_{KB} = R_{KB} + j X_{KB} = 5,25 + j 5,25 = 7,42 \angle 45^\circ$$

$$U_{BPB} = |\overset{\circ}{Z}_{KB}| I_{\varphi 2} = 7,42 \cdot 25,2 = 187 (V)$$

$$U_{BPB} \% = \frac{187}{6.600} \cdot 100 = 2,82 \% (V)$$

**Άρα τα φορτίο που αναλαμβάνουν οι Μ/Σ είναι:**

**Μ/Σ<sub>A</sub>**

$$P_A = \frac{P_{\varphi}}{\frac{P_{An}}{U_{BPA}} + \frac{P_{Bn}}{U_{BPB}}} = \frac{P_{An}}{U_{BPA}} = \frac{1200}{\frac{1.000}{3,18} + \frac{500}{2,82}} = \frac{1.000}{3,18} = 770 (KVA)$$

**Μ/Σ<sub>B</sub>**

$$P_B = \frac{P_{\varphi}}{\frac{P_{An}}{U_{BPA}} + \frac{P_{Bn}}{U_{BPB}}} = \frac{P_{Bn}}{U_{BPB}} = \frac{1200}{\frac{1.000}{3,18} + \frac{500}{2,82}} = \frac{1.000}{2,82} = 430 (KVA)$$

2) Η κατανομή των ρευμάτων υπολογίζεται ως εξής:

$$k = \frac{6.600}{\frac{400}{\sqrt{3}}} = 28,6$$

Οι σύνθετες αντιστάσεις ανοιγμένες στο δευτερεύον, είναι:

$$\overset{\circ}{Z}_{KA} = \frac{\overset{\circ}{Z}_{KA}}{(k_{\phi})^2} = \frac{4,15 \angle 71,5^{\circ}}{(28,6)^2} = 0,0051 \angle 71,5^{\circ}$$

$$\overset{\circ}{Z}_{KB} = \frac{\overset{\circ}{Z}_{KB}}{(k_{\phi})^2} = \frac{7,42 \angle 45^{\circ}}{(28,6)^2} = 0,0091 \angle 45^{\circ}$$

$$\overset{\circ}{\Psi}_{KA} = \frac{1}{Z_{KA}} = \frac{1}{0,0051 \angle 71,5^{\circ}} = 196 \angle -71,5^{\circ} = 62,1 - j186$$

$$\overset{\circ}{\Psi}_{KB} = \frac{1}{Z_{KB}} = \frac{1}{0,0091 \angle 45^{\circ}} = 110 \angle -45^{\circ} = 78 - j78$$

$$\frac{\overset{\circ}{\Psi}_{KA}}{k_{\phi}} = \frac{196 \angle -71,5^{\circ}}{28,6} = 6,85 \angle -71,5^{\circ} = 2,17 - j6,5$$

$$\frac{\overset{\circ}{\Psi}_{KB}}{k_{\phi}} = \frac{196 \angle -45^{\circ}}{28,6} = 3,84 \angle -45^{\circ} = 2,72 - j2,72$$

Η ολική ένταση του ρεύματος του δευτερεύοντος είναι:

$$I_2 = \frac{P_{2\phi}}{U_2} = \frac{1.200.000}{\frac{400}{\frac{3}{3}}} = 1.731,6 \text{ (A)}$$

Σε μιγαδική μορφή είναι:

$$\dot{I}_2 = I_2 (\cos\varphi_2 - j\sin\varphi_2) = 1.731,6 (0,85 - j 0,53) =$$

$$= 1.731,6 \angle -32^\circ = 1.468 - j917,6$$

Η τάση του πρωτεύοντος  $U_1$ , είναι η εξής:

$$U_1 = \frac{U_2 (\Psi_{KA} + \Psi_{KB}) + I_2}{\frac{\Psi_{KA}}{K_\varphi} + \frac{\Psi_{KB}}{K_\varphi}} =$$

$$= \frac{231 (62,1 - j 186 + 78 - j 78) + 1.468 - j 917,6}{2,17 - j 6,5 + 2,72 - j 2,72} =$$

$$= 6.786 \angle 0,7^\circ = 6.785 + j83$$

επομένως τα μερικά ρεύματα είναι:

Για τον Μ/Σ<sub>A</sub>:

$$\dot{I}_{\varphi 2A} = \left[ \frac{\dot{U}_1}{k_\varphi} - U_2 \right] \dot{\Psi}_{KA} = \left[ \frac{6.786 \angle 0,7^\circ}{28,6} - 231 \right] 196 \angle -71,5^\circ =$$

$$= 6,9 \angle 25,8^\circ \quad 196 \angle -71,5^\circ = 1.352 \angle -45,7^\circ$$

Για τον Μ/Σ<sub>B</sub>:

$$\dot{I}_{\varphi 2B} = \left[ \frac{\dot{U}_1}{k_\varphi} - U_2 \right] \dot{\Psi}_{KB} = \left[ \frac{6.786 \angle 0,7^\circ}{28,6} - 231 \right] 110 \angle -45^\circ =$$

$$= 6,9 \angle 25,8^\circ \quad 110 \angle -45^\circ = 759 \angle -19,2^\circ$$

3) Οι παράγοντες ισχύος κάθε μετασχηματιστή είναι:

**M/Σ<sub>A</sub>**

$$\varphi_1 = 45,70 \quad \text{συν}\varphi_1 = 0,7$$

**M/Σ<sub>B</sub>**

$$\varphi_2 = 19,20 \quad \text{συν}\varphi_2 = 0,94$$

**Άσκηση 5<sup>η</sup>**

Δύο τριφασικοί Μ/Σ των 200 ΚVA της ίδιας ομάδας ζεύξης Υ/Υ εργάζονται παράλληλα και έχουν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

A/A	k (εν κενώ)	U <sub>BP</sub> %	συνφ
M/Σ <sub>A</sub>	10.000/228	5%	0,2 (επαγωγικό)
M/Σ <sub>B</sub>	10.000/225	6,5%	0,16 (επαγωγικό)

Να βρεθούν:

- 1) Το ρεύμα που κυκλοφορεί εν κενώ.
- 2) Την κοινή τάση που επικρατεί στα δευτερεύοντα των Μ/Σ.
- 3) Την κατανομή του φορτίου μεταξύ των δύο Μ/Σ, όταν θέλουμε στη δευτερεύουσα γραμμή να απορροφάται μια ισχύς 400 KW με συνφ<sub>2</sub> = 0,7.

**Λύση**

- 1) Κατ' αρχήν υπολογίζουμε τα R και X των δύο Μ/Σ.

**M/Σ<sub>A</sub>**

$$E_{\phi_{2A}} = \frac{228}{\sqrt{3}} = 131,8 \text{ (V)}$$

Η τάση βραχυκύκλωσης στο δευτερεύον είναι:

$$U_{BPA} = 0,05 \cdot 131,6 = 6,58 \text{ (V)}$$

Και δεδομένου ότι:

$$I_{\varphi_{2B}} = \frac{200.000}{3 \cdot 130} = 513 \text{ (A)}$$

Το μέτρο της σύνθετης αντίστασης ανά φάση θα είναι:

$$Z_{KB} = \frac{U_{BPB}}{I_{\varphi_{2B}}} = \frac{8,45}{513} = 0,0165 \text{ (}\Omega\text{)}$$

Συνεπώς:

$$R_{KB} = Z_{KB} \cos\varphi_{BPB} = 0,0165 \cdot 0,16 = 0,00264 \text{ (}\Omega\text{)}$$

$$X_{KB} = Z_{KB} \eta\mu\varphi_{BPB} = 0,0165 \cdot 0,987 = 0,0163 \text{ (}\Omega\text{)}$$

Δεδομένου ότι οι Η.Ε.Δ. Εφ2Α και Εφ2Β είναι σε φάση μεταξύ τους επειδή οι Μ/Σ ανήκουν στην ίδια ομάδα ζεύξης, η διαφορά τους δίνει:

$$E_{\varphi_{2A}} - E_{\varphi_{2B}} = 131,8 - 130 = 1,8 \text{ (V)}$$

Η σύνθετη αντίσταση των δευτερευόντων των Μ/Σ είναι:

$$\begin{aligned} Z_{AB} &= \sqrt{(R_{KA} + R_{KB})^2 + (X_{KA} + X_{KB})^2} = \\ &= \sqrt{(0,0026 + 0,00264)^2 + (0,0127 + 0,0163)^2} = 0,0294 \text{ (}\Omega\text{)} \end{aligned}$$

**Άρα το ρεύμα που κυκλοφορεί εν κενώ είναι:**

$$I_{BP21} = \frac{E_{\varphi_{2A}} - E_{\varphi_{2B}}}{Z_{AB}} = \frac{1,8}{0,0294} = 61,2 \text{ (A)}$$



Παρατηρούμε ότι η διαφορά δυναμικού 1,8 (V) μεταξύ των τάσεων των Μ/Σ μας δίνει ένα ρεύμα κυκλοφορίας αρκετά μεγάλο που αντιστοιχεί στην τάση των 1,8 V, η οποία είναι περίπου το ¼ της μέσης τάσης βραχυκύκλωσης των δύο Μ/Σ. Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ των  $I_{BP21}$  και  $E_{\phi 2A}$  βρίσκεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\phi_{BP} = \frac{X_{KA} + X_{KB}}{R_{KA} + R_{KB}} = \frac{0,0127 + 0,0163}{0,0026 + 0,00264} = \frac{0,02}{0,00524} = 5,53$$

$$\text{Άρα: } \phi_{BP} = 80^\circ$$

$$\text{και } I_{BP21} = 61,2 \angle -80^\circ = 10,6 - j 60$$

**2) Η κοινή τάση που επικρατεί στα δευτερεύοντα των Μ/Σ υπολογίζεται από τη σχέση:**

$$\begin{aligned} \dot{U}_{20} &= \dot{E}_{\phi 2A} - jX_{KA} \dot{I}_{BP21} - R_{KA} \dot{I}_{BP21} = \\ &= E_{\phi 2A} X_{KA} \eta\mu 80^\circ I_{BP21} - R_{KA} \sigma\upsilon\nu 80^\circ I_{BP21} = \\ &= 131,6 - 0,0127 \cdot 0,98 \cdot 62 - 0,0026 \cdot 0,174 \cdot 62 = 131 \text{ (V)} \end{aligned}$$

**3) Την κατανομή του φορτίου την υπολογίζουμε ως εξής:**

$$k_1 = \frac{\frac{10.000}{\sqrt{3}}}{228} = \frac{10.000}{228 \sqrt{3}} = 43,9$$

$$K_2 = \frac{\frac{10.000}{3}}{225} = \frac{10.000}{225 \cdot 3} = 44,4$$

$$\varepsilon\varphi\varphi_A = \frac{X_{KA}}{R_{KA}} = \frac{0,0127}{0,0026} = 4,9 \quad \varphi_A = 78,4^\circ$$

$$\varepsilon\varphi\varphi_B = \frac{X_{KB}}{R_{KB}} = \frac{0,0163}{0,00264} = 6,17 \quad \varphi_B = 80,8^\circ$$

$$\dot{\Psi}_{BP1} = \frac{1}{\overset{\circ}{Z}_{KA}} = \frac{1}{0,013 \angle 78,4^\circ} = 77 \angle -78,4^\circ = 15,5 - j75,4$$

$$\dot{\Psi}_{BP2} = \frac{1}{\overset{\circ}{Z}_{KB}} = \frac{1}{0,0165 \angle 80,8^\circ} = 60,6 \angle -80,8^\circ = 9,7 - j59,8$$

$$\frac{\dot{\Psi}_{BP1}}{k_1} = \frac{77 \angle -78,4^\circ}{43,9} = 1,75 \angle -78,4^\circ = 0,352 - j1,7$$

$$\frac{\dot{\Psi}_{BP2}}{K_2} = \frac{60,6 \angle -80,8^\circ}{44,4} = 1,36 \angle -80,8^\circ = 0,22 - j1,34$$

Το ρεύμα του δευτερεύοντος είναι:

$$I_2 = \frac{400.000}{3 \cdot 130} = 1.025 \text{ (A)}$$

Άρα:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \frac{U_{20} (\dot{\Psi}_{BP1} + \dot{\Psi}_{BP2}) + I_2}{\frac{\dot{\Psi}_{BP1}}{k_1} + \frac{\dot{\Psi}_{BP2}}{k_2}} = \\ &= \frac{130 (15,5 - j75,4 + 9,7 - j59,8 + 1.025)}{0,352 - j1,7 + 0,22 - j1,34} = \\ &= 5.838 \angle 3^\circ = 5.830 + j305 \end{aligned}$$

Τα μερικά ρεύματα είναι:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{21\phi} &= \left[ \frac{\dot{U}_1}{k_1} - U_2 \right] \dot{\Psi}_{BP1} = \\ &= \left[ \frac{5.838 \angle 3^\circ}{43,9} - 131 \right] 77 \angle -78,4^\circ = \\ &= 562 \angle -4,4^\circ = 560 - j43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{22\phi} &= \left[ \frac{\dot{U}_1}{K_2} - U_{20} \right] \dot{\Psi}_{BP2} = \\ &= \left[ \frac{5.838 \angle 3^\circ}{44,4} - 131 \right] 60,6 \angle -80,8^\circ = \\ &= 424 \angle 6,7^\circ = 421 - j49,5 \end{aligned}$$

Από τα παραπάνω τα ολικά ρεύματα των δευτερευόντων των Μ/Σ θα είναι:

$$\overset{\circ}{I}_{21\phi} = \overset{\circ}{I}_{BP21} + \overset{\circ}{I}_{21\phi} = 10,6 - j60 + 560 - j43 = 570,6 - j103 = 579 \angle -10,2^\circ$$

$$\overset{\circ}{I}_{22} = \overset{\circ}{I}_{BP21} + \overset{\circ}{I}_{22\phi} = 10,6 - j60 + 421 - j49,5 = 431,6 - j10,5 = 431 \angle -1,4^\circ$$

Τα αντίστοιχα ρεύματα πρωτεύοντος είναι:

$$\overset{\circ}{I}_{11} = \frac{\overset{\circ}{I}_{21}}{k_1} = \frac{579 \angle 169,8^\circ}{43,9} = 13,2 \angle 169,8^\circ$$

$$\overset{\circ}{I}_{12} = \frac{\overset{\circ}{I}_{22}}{k_2} = \frac{431 \angle 178,6^\circ}{44,4} = 9,7 \angle 178,6^\circ$$

Για την περίπτωση που εργαζόμαστε με  $\cos\phi = 0,7$  η ολική ένταση του δευτερεύοντος θα είναι:

$$I_2 = \frac{P}{3 U_2 \cos\phi_2} = \frac{400.000}{3 \cdot 130 \cdot 0,7} = 1.465 \text{ (A)}$$

Υπό μιγαδική μορφή:

$$I_2 = I_2 (\cos\phi_2 - j\sin\phi_2) = 1.465 (0,7 - j0,715) = 1.025,5 - j1.047,5$$

Άρα:

$$\overset{\circ}{U}_1 = \frac{\overset{\circ}{U}_{20} (\overset{\circ}{\Psi}_{BP1} + \overset{\circ}{\Psi}_{BP2}) + \overset{\circ}{I}_2}{\frac{\overset{\circ}{\Psi}_{BP1}}{k_1} + \frac{\overset{\circ}{\Psi}_{BP2}}{k_2}} =$$

$$= \frac{130 (15,5 - j75,4 + 9,7 - j59,8 + 1.025 - j1.047,5)}{0,352 - j1,7 + 0,22 - j1,34} =$$

$$= 6.185 \angle 2^\circ = 6.181 + j215$$

Τα μερικά ρεύματα είναι:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{21\varphi} &= \left[ \frac{\dot{U}_1}{k_1} - U_2 \right] \dot{\Psi}_{BP1} = \\ &= \left[ \frac{6.185 \angle 2^\circ}{43,9} - 130 \right] 77 \angle -78,4^\circ = \\ &= 908 \angle -53,4^\circ = 541 - j729 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{22\varphi} &= \left[ \frac{\dot{U}_1}{k_2} - U_{20} \right] \dot{\Psi}_{BP2} = \\ &= \left[ \frac{6.185 \angle 2^\circ}{44,4} - 130 \right] 60,6 \angle -80,8^\circ = \\ &= 642,5 \angle -52,5^\circ = 391 - j510 \end{aligned}$$

Οπότε τα ολικά ρεύματα των δευτερογενών των Μ/Σ θα είναι

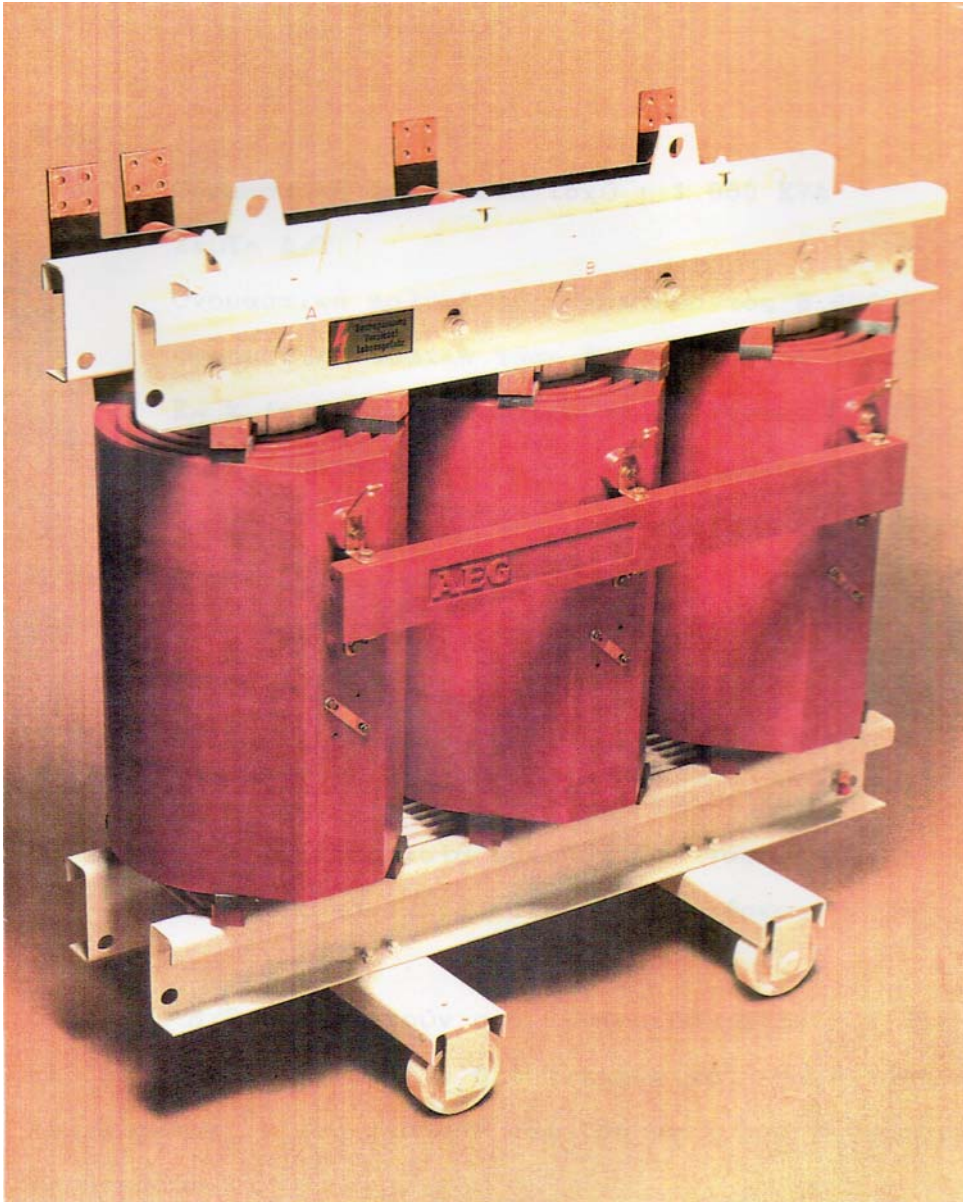
$$\dot{I}_{21} = \dot{I}_{BP21} + \dot{I}_{21\varphi} = 10,6 - j60 + 541 - j729 = 551,6 - j789 = 963 \angle -55^\circ$$

$$\dot{I}_{22} = \dot{I}_{BP21} + \dot{I}_{22\varphi} = 10,6 - j60 + 391 - j510 = 401,6 - j570 = 697 \angle -55^\circ$$

Τα ρεύματα των πρωτογενών θα είναι:

$$\dot{I}_{11} = \frac{\dot{I}_{21}}{k_1} = \frac{963 \angle 125^\circ}{43,9} = 22 \angle 125^\circ$$

$$\overset{\circ}{i}_{12} = \frac{\overset{\circ}{i}_{22}}{k_2} = \frac{697 \angle 125^\circ}{44,4} = 17 \angle 125^\circ$$



**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

1. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΑΙ, Δρ. Ευάγγελου Σερβετά
2. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΑΙ, Αντωνίου Τσακίρη
3. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΑΙ ΙΣΧΥΟΣ, Ε. Ζώη
4. ΗΛΕΚΤΡΙΚΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ  
ΤΟΜΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΣ, Ίδρυμα Ευγενιδίου
5. ΗΛΕΚΤΡΙΚΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ, Ν. Νικολαΐδη
6. ΤΕΧΝΙΚΑ ΦΥΛΛΑΔΙΑ Α.Ε.Γ.