

#1γ



**Μελέτη της συμπεριφοράς  
γραμμικών ελεγκτών και της  
επίδρασης τους σε απλά  
συστήματα αυτόματου ελέγχου.**

**Μπακάλης Σπύρος  
υπεύθυνοι καθηγητές :  
Δ. Καλλιγερόπουλος Σ.Βασιλειάδου  
2012**

*Εφαρμογές &  
παραδείγματα  
στο Matlab*

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ  
ΤΕΙ ΠΕΙΡΑΙΑ

472  
Α47

<b>ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΛΕΓΚΤΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΟΥΣ ΣΕ ΑΠΛΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ</b> .....	<b>2</b>
<b>ΕΛΕΓΚΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ (P)</b> .....	<b>17</b>
<b>ΕΛΕΓΚΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ-ΔΙΑΦΟΡΙΣΗΣ (PD)</b> .....	<b>22</b>
<b>ΕΛΕΓΚΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ-ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ (PI)</b> .....	<b>27</b>
<b>ΕΛΕΓΚΤΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ-ΔΙΑΦΟΡΙΣΗΣ-ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ PID</b> .....	<b>33</b>
<b>ΕΛΕΓΚΤΗΣ ΠΡΟΠΟΡΕΙΑΣ ΦΑΣΗΣ LEAD</b> .....	<b>38</b>
<b>ΕΛΕΓΚΤΗΣ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ ΦΑΣΗΣ LAG</b> .....	<b>42</b>
<b>ΕΛΕΓΚΤΗΣ ΠΡΟΠΟΡΕΙΑΣ-ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ LEAD-LAG</b> .....	<b>48</b>
<b>ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ</b> .....	<b>53</b>
ΟΙ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΑΠΟΚΡΙΣΕΙΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ .....	54
ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ.....	59
ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ NYQUIST ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ.....	64
ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΤΟΥ ΤΟΠΟΥ ΡΙΖΩΝ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ .....	69
ΚΩΔΙΚΕΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΟ MATLAB .....	74
<b>ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ</b> .....	<b>82</b>
ΟΙ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΑΠΟΚΡΙΣΕΙΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ .....	83
ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ. ....	87
ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ NYQUIST ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ. ....	93
ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΤΟΥ ΤΟΠΟΥ ΡΙΖΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ.....	98
ΟΙ ΚΩΔΙΚΕΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΟ MATLAB .....	103
<b>ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΡΙΤΗΣ ΤΑΞΗΣ</b> .....	<b>110</b>
ΟΙ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΑΠΟΚΡΙΣΕΙΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΤΡΙΤΗΣ ΤΑΞΗΣ.....	111
ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ BODE ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΤΡΙΤΗΣ ΤΑΞΗΣ .....	116
ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ NYQUIST ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ.....	120
ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΤΟΥ ΤΟΠΟΥ ΡΙΖΩΝ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ .....	126
ΟΙ ΚΩΔΙΚΕΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΤΟ MATLAB .....	131

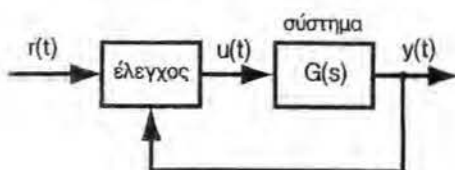


# Μελέτη της συμπεριφοράς γραμμικών ελεγκτών και της επίδρασης τους σε απλά συστήματα αυτόματου ελέγχου με εφαρμογές και παραδείγματα

Στην εργασία αυτή θα εξετάσουμε το πρόβλημα του ελέγχου απλών συστημάτων μέσω γραμμικών ελεγκτών.

Ο έλεγχος σε ένα κλειστό σύστημα ελέγχου γίνεται συνήθως με ανάδραση της εξόδου  $y(t)$  του συστήματος, σύγκριση της εξόδου με την επιθυμητή είσοδο αναφοράς, δημιουργεί έτσι τη διαφορά μεταξύ πραγματικής και επιθυμητής τιμής της εξόδου, που ονομάζεται σφάλμα ελέγχου και τροφοδοτεί με αυτό το σφάλμα ελέγχου τον ελεγκτή ώστε να οδηγήσει αυτός το σύστημα στην επιθυμητή του έξοδο.

Η διαδικασία αυτή του ελέγχου με ανάδραση της ελεγχόμενης εξόδου του συστήματος περιγράφεται γενικά στο παρακάτω σχήμα. (βλ.Σχ.1)

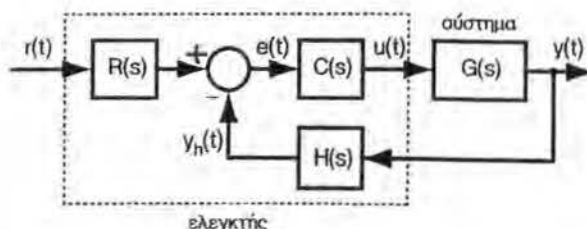


Σχήμα 1

Έλεγχος με ανάδραση εξόδου

Ο έλεγχος αυτός μπορεί να πραγματοποιηθεί ειδικότερα με:

- έναν ελεγκτή σειράς  $C(s)$ , εντός του κλειστού βρόχου του συστήματος
- Έναν ελεγκτή εισόδου  $R(s)$ , που ασκεί ανοικτό έλεγχο στο όλο σύστημα
- Έναν ελεγκτή ανάδρασης  $H(s)$ , στην ανάδραση του κλειστού βρόχου. (βλ.Σχ.2)



Σχήμα 2

Ελεγκτές σε κλειστό σύστημα ελέγχου με ανάδραση εξόδου

Η συνηθισμένη διαδικασία ελέγχου γίνεται μέσω ενός απλού ελεγκτή σειράς. (βλ.Σχ.3)



Σχήμα 3

Έλεγχος συστήματος με ελεγκτή σειράς

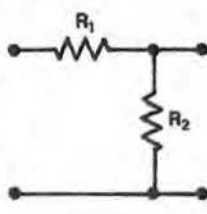
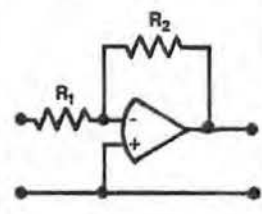
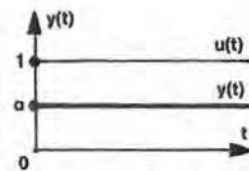
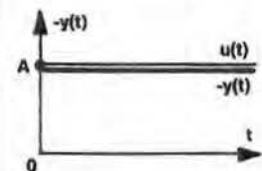
Τέτοιος ελεγκτής σειράς συνίστανται συνήθως από βασικά στοιχεία ελέγχου υλοποιημένα με παθητικά στοιχεία όπως αντιστάσεις, πυκνωτές και αυτεπαγωγές (κυρίως μόνο αντιστάσεις και πυκνωτές) είτε επιπρόσθετα με ενεργητικά στοιχεία όπως κυκλώματα τελεστικών ενισχυτών που επιτυγχάνουν μεγάλες ενισχύσεις.

Παραθέτουμε παρακάτω τέτοιους πίνακες (Πιν.1-6) βασικών στοιχείων ελέγχου, όπως στοιχείων αναλογίας, ολοκλήρωσης, διαφόρισης, αναλογίας-διαφόρισης, αναλογίας-ολοκλήρωσης, αναλογίας-ολοκλήρωσης-διαφόρισης, κατασκευασμένα είτε μόνο με παθητικά στοιχεία (όπως αντιστάσεις και χωρητικότητες) είτε επιπρόσθετα και με τελεστικούς ενισχυτές.

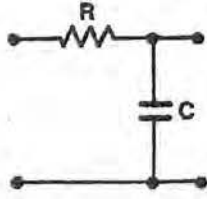
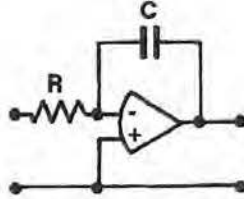
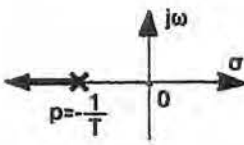
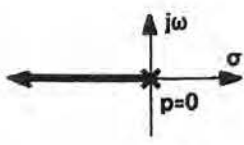
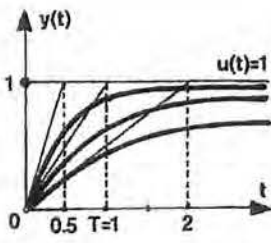
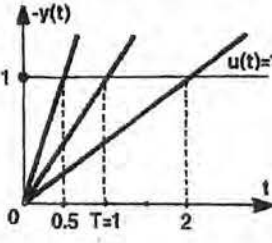
Τα παθητικά στοιχεία ελέγχου εξομοιώνουν προσεγγιστικά, ενώ τα ενεργητικά στοιχεία ελέγχου εξομοιώνουν με ακρίβεια της μαθηματικές σχέσεις της παραγώγισης και της ολοκλήρωσης και εξασφαλίζουν επίσης μεγαλύτερες ενισχύσεις.

*(Οι πίνακες αυτοί είναι από το βιβλίο: Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου II, Δ.Καλλιγερόπουλος Σ.Βασιλειάδου, εκδόσεις Σύγχρονη Εκδοτική, Αθήνα 2005)*

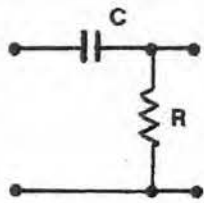
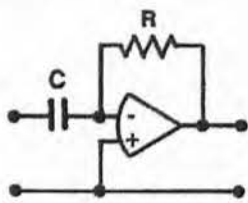
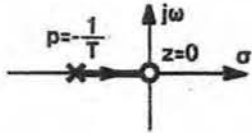
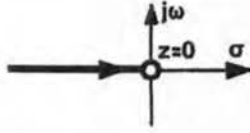
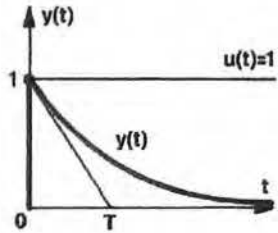
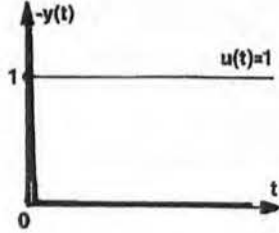


1. Στοιχεία αναλογίας		
	Διαίρετης τάσης	Αναστροφείας – Στοιχείο P
Κύκλωμα		
Σχέση	$C(s) = a$	$C(s) = -A$
Συντελεστές	$a = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$	$A = -\frac{R_2}{R_1} < -1 \text{ ή } > 1$
Βηματική απόκριση		

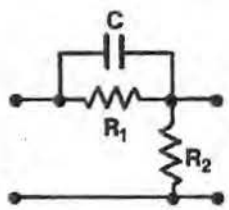
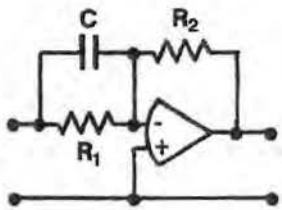
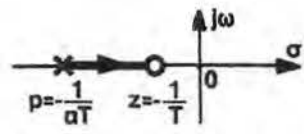
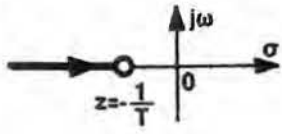
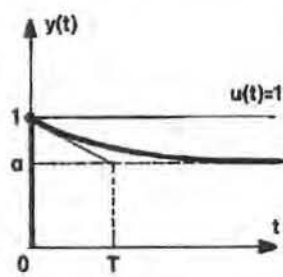
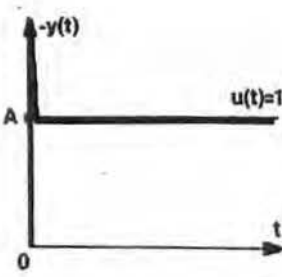
Πίνακας 1. Στοιχεία αναλογίας

2. Στοιχεία ολοκλήρωσης		
	Στοιχείο RC	Ολοκληρωτής - Στοιχείο I
Κύκλωμα		
Σχέση	$C(s) = \frac{1}{1 + Ts}$	$C(s) = -\frac{1}{Ts}$
Συντελεστές	$T = RC$	$T = RC$
Τόπος ριζών		
Βηματική απόκριση		

Πίνακας 2. Στοιχεία ολοκλήρωσης

3. Στοιχεία διαφόρισης		
	Στοιχείο CR	Διαφοριστής - Στοιχείο D
Κύκλωμα		
Σχέση	$C(s) = \frac{Ts}{1+Ts}$	$C(s) = -Ts$
Συντελεστές	$T = RC$	$T = RC$
Τόπος ριζών		
Βηματική απόκριση		

Πίνακας 3. Στοιχεία διαφόρισης

4. Στοιχεία αναλογίας-διαφόρισης		
	Στοιχείο προπορείας φάσης – Στοιχείο Lead	Στοιχείο PD
Κύκλωμα		
Σχέση	$C(s) = a \frac{1 + Ts}{1 + aTs}$	$C(s) = -A(1 + Ts)$
Συντελεστές	$a = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = a < 1, T = R_1 C$	$A = \frac{R_2}{R_1}, T = R_1 C$
Τόπος ριζών		
Βηματική απόκριση		

Πίνακας 4. Στοιχεία αναλογίας-διαφόρισης



5. Στοιχεία αναλογίας-ολοκλήρωσης		
	Στοιχείο καθυστέρησης φάσης – Στοιχείο Lag	Στοιχείο PI
Κύκλωμα		
Σχέση	$C(s) = \frac{1+Ts}{1+Ts/a}$	$C(s) = -A\left(1 + \frac{1}{Ts}\right) = -A \frac{1+Ts}{Ts}$
Συντελεστές	$a = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = a < 1, T = R_2 C$	$A = \frac{R_2}{R_1}, T = R_2 C$
Τόπος ριζών		
Βηματική απόκριση		

Πίνακας 5. Στοιχεία αναλογίας-ολοκλήρωσης

6. Στοιχεία αναλογίας-ολοκλήρωσης-διαφορίσης		
	Στοιχείο προπορείας - καθυστέρησης φάσης - Στοιχείο Lead-Lag	Στοιχείο PID
Κύκλωμα		
Σχέση	$C(s) = \frac{(1+T_1s)(1+T_2s)}{(1+aT_2s)(1+T_2s/a)}$	$C(s) = -A(1+T_Ds + \frac{1}{T_I s})$
Συντελεστές	$T_1 = R_1 C_1, T_2 = R_2 C_2,$ $T_{12} = R_1 C_2$ $aT_1 + T_2/a = T_1 + T_2 + T_{12}$	$T_D = \frac{T_1 + T_2}{T_{12}}, T_I = T_1 + T_2$ $A = T_1 + T_2/T_{12}$
Τόπος ριζών		
Βηματική απόκριση		

Πίνακας 6. Στοιχεία αναλογίας-ολοκλήρωσης-διαφορίσης

## Από τους πίνακες αυτούς συμπεραίνουμε τα εξής:

### 1) Τα στοιχεία Αναλογίας:

- Το παθητικό στοιχείο του διαιρέτη τάσης εξασφαλίζει μια ενίσχυση  $a < 1$ .
- Αντίθετα το ενεργητικό στοιχείο αναλογίας (P), ο λεγόμενος αναστροφέας (inverter) λόγω της αλλαγής πρόσημου, παρέχει τη δυνατότητα για ενίσχυση  $A > 1$ .

Είναι και τα δύο στοιχεία με σταθερή συνάρτηση μεταφοράς.

### 2) Τα στοιχεία Ολοκλήρωσης:

- Το παθητικό στοιχείο RC είναι στη πραγματικότητα ένα απλό σύστημα 1ης τάξης με έναν πόλο  $p = -\frac{1}{T}$  με μεγάλη σταθερά χρόνου  $T = RC$ . Η βηματική του απόκριση είναι κατά προσέγγιση, μόνο στην αρχή της μεταβατικής του φάσης για  $t < T$ , μια καμπύλη ολοκλήρωσης της βηματικής εισόδου  $u(t) = 1$ .
- Αντίθετα το ενεργητικό στοιχείο του ολοκληρωτή (I) εξομοιώνει με ακρίβεια τη πράξη της ολοκλήρωσης, έχει ακριβή πόλο  $p = 0$  και η χρονική του απόκριση είναι καθαρή ολοκλήρωση.

### 3) Τα στοιχεία Διαφόρισης

- Το παθητικό στοιχείο CR είναι ένα κατά προσέγγιση στοιχείο διαφορίσης για μικρές σταθερές χρόνου  $T = RC$ . Διαθέτει μια ακριβή ρίζα  $z = 0$  αλλά και έναν επιπρόσθετο πόλο  $p = -\frac{1}{T}$  που την επηρεάζει. Έτσι η βηματική της απόκριση είναι μια φθίνουσα εκθετική συνάρτηση με αρχή στην αρχική θέση  $t = 0$ .
- Αντίθετα το ενεργητικό στοιχείο του διαφοριστή (D) είναι με ακρίβεια ένα στοιχείο διαφορίσης, που διαθέτει μια ακριβή ρίζα  $z = 0$  και η βηματική του απόκριση είναι η παράγωγος της βηματικής εισόδου, δηλαδή μια συνάρτηση  $\delta(t)$  για  $t = 0$ .

### 4) Τα στοιχεία Αναλογίας-Διαφόρισης

- Το παθητικό στοιχείο προπορείας φάσης ή στοιχείο Lead όπως λέγεται είναι κατά προσέγγιση ένα στοιχείο αναλογίας-διαφορίσης και αποτελεί σύνθεση ενός απλού διαιρέτη τάσης με μικρή ενίσχυση  $a < 1$  και ενός στοιχείου CR με μεγάλη σταθερά χρόνου  $T$ . Διαθέτει κατά

συνέπεια μια μικρή αρνητική ρίζα  $z = -\frac{1}{T}$  κοντά στο μηδέν και έναν μιγαδικό αρνητικό πόλο  $p = -\frac{1}{\alpha T}$ . Η χρονική του απόκριση είναι αρχικά μια κατά προσέγγιση διαφόριση για  $t=0$  και στη συνέχεια μια αναλογία με  $\alpha < 1$  στη μόνιμη κατάσταση.

- Αντίθετα το ενεργητικό στοιχείο αναλογίας-διαφόρισης (PD) είναι μια ακριβής εξομοίωση των πράξεων της αναλογίας και της διαφόρισης, έχει μια ενίσχυση  $A$  που μπορεί να είναι μικρότερη ή και μεγαλύτερη του 1, διαθέτει μια μικρή αρνητική ρίζα  $z = -\frac{1}{T}$  και η χρονική του απόκριση είναι καθαρή διαφόριση για  $t=0$  και σταθερή ενίσχυση αναλογίας στη συνέχεια.

### **5) Τα στοιχεία Αναλογίας-Ολοκλήρωσης**

- Το παθητικό στοιχεία καθυστέρησης φάσης ή αλλιώς στοιχείο Lag, αποτελεί ένα κατά προσέγγιση στοιχείο αναλογίας-ολοκλήρωσης. Προκύπτει από σύνθεση του διαιρέτη τάσης με ένα στοιχείο RC. Διαθέτει επίσης μικρή ενίσχυση  $\alpha < 1$  και μικρή σταθερά χρόνου  $T$ . Έχει ως εκ τούτου ένα μικρό αρνητικό πόλο  $p = -\frac{\alpha}{T}$  κοντά στο 0 και μια μεγαλύτερη αρνητική ρίζα  $z = -\frac{1}{T}$ . Η βηματική του απόκριση ξεκινά για  $t=0$  από την αρχική τιμή  $y_0 = \alpha$  και αποτελεί μια κατά προσέγγιση ολοκλήρωση μόνο στην αρχή της μεταβατικής φάσης για  $t < T$ .
- Αντίθετα το στοιχείο αναλογίας-ολοκλήρωσης (PI) εξασφαλίζει μια ακριβή εξομοίωση των πράξεων της αναλογίας και της ολοκλήρωσης. Έχει επίσης μια ενίσχυση  $A$  που μπορεί να είναι μεγαλύτερη της μονάδας, διαθέτει έναν ακριβή πόλο ολοκλήρωσης  $p=0$  και μια ρίζα  $z = -\frac{1}{T}$ . Η χρονική του απόκριση έχει αφετηρία  $y=A$  την ενίσχυση του στοιχείου και στη συνέχεια μια καθαρή εικόνα ολοκλήρωσης της εισόδου.

### **6) Τα στοιχεία Αναλογίας-Ολοκλήρωσης-Διαφόρισης**

- Το παθητικό στοιχείο προπορείας-καθυστέρησης φάσης, στοιχείο Lead-Lag όπως λέγεται εξασφαλίζει μια κατά προσέγγιση εξομοίωση των πράξεων της αναλογίας, της ολοκλήρωσης και της διαφόρισης. Αποτελεί σύνθεση του διαιρέτη τάσης και των στοιχείων RC και CR. Διαθέτει πάλι μια μικρή ενίσχυση  $\alpha < 1$  και δύο ζεύγη πόλων και ριζών που αντιστοιχούν σε δύο διαφορετικές σταθερές χρόνου  $T_1 < T_2$  και



εξασφαλίζουν την κατά προσέγγιση διαφορίση και ολοκλήρωση κατά τη μεταβατική φάση της χρονικής απόκρισης.

- Αντίθετα το ενεργητικό στοιχείο αναλογίας-ολοκλήρωσης-διαφορίσης (PID) εξασφαλίζει μια ακριβή εξομοίωση αυτών των μαθηματικών πράξεων στη χρονική απόκριση και διαθέτει μια ενίσχυση  $A > 1$ , έναν ακριβή πόλο ολοκλήρωσης  $p_2 = 0$  και έναν απλό ευσταθή αρνητικό πόλο  $p_1$  που τείνει στο άπειρο.

Η χρησιμότητα τέτοιων βασικών στοιχείων σαν αυτών που εξετάσαμε στη θέση των ελεγκτών ενός κλασικού συστήματος ελέγχου ερευνώνται θεωρητικά στους παρακάτω πίνακες (Πιν. 7,8)

Το ελεγχόμενο σύστημα είναι εδώ δεύτερης τάξης με συνάρτηση μεταφοράς:

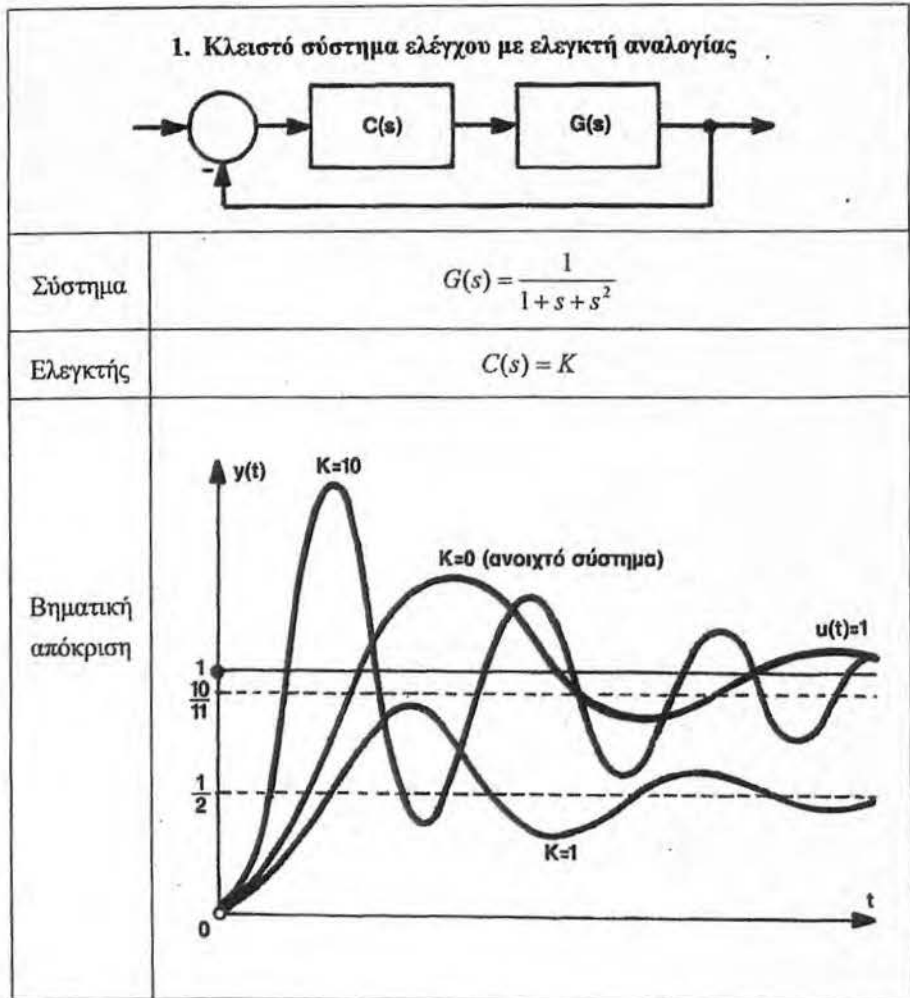
$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

που διαθέτει συζυγής μιγαδικούς πόλους:

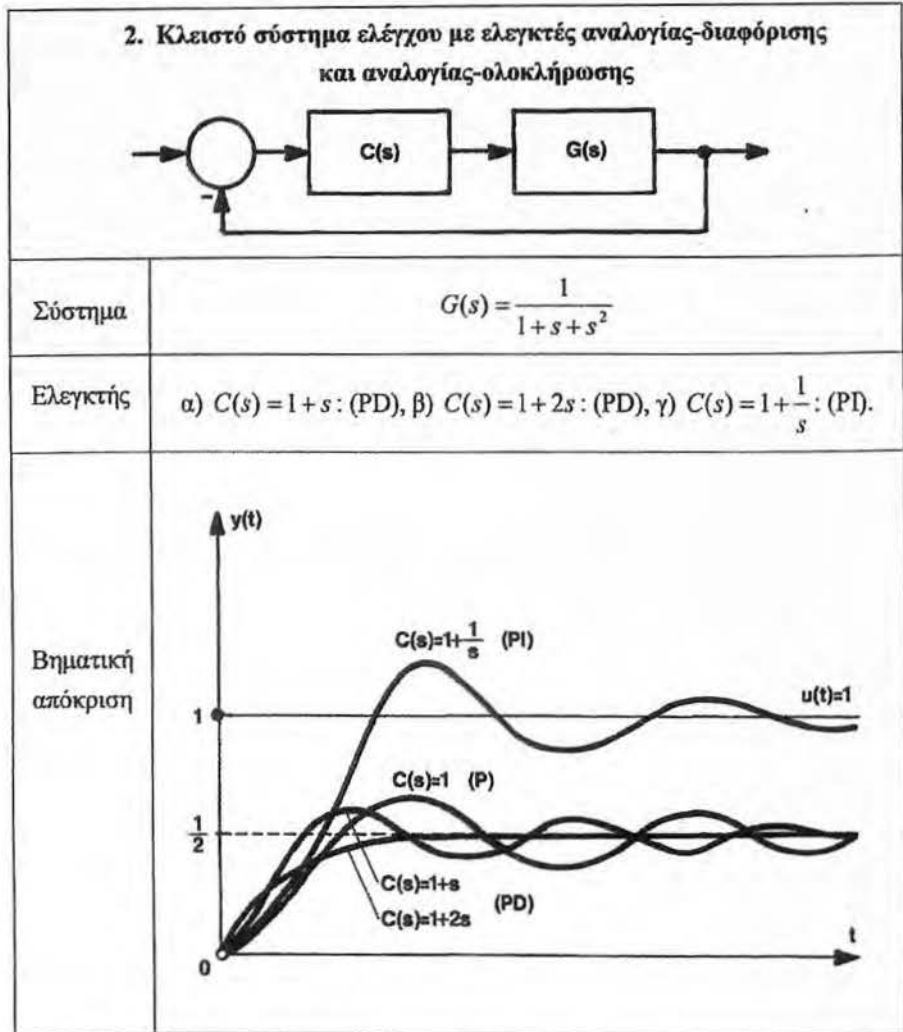
$$p_1 = -0,5 + 0,866i$$

$$p_2 = -0,5 - 0,866i$$

Έχει δηλαδή από μόνο του μια βηματική χρονική απόκριση με ευθεία φθίνουσα ταλάντωση. (Σχ.σελ 19-20 σημ).



Πίνακας 7. Κλειστό σύστημα ελέγχου με ελεγκτή αναλογίας



Πίνακας 8. Κλειστό σύστημα ελέγχου με ελεγκτές αναλογίας-διαφορίσης και αναλογίας-ολοκλήρωσης

Από τα θεωρητικά αυτά παραδείγματα των κλειστών συστημάτων με τα διάφορα είδη των ελεγκτών συμπεραίνουμε συνοπτικά τα εξής:

### **1) Στο κλειστό σύστημα ελέγχου με ελεγκτή Αναλογίας $C(s)=K$**

- Ένα μικρό  $K$  ( $K=1$ ) επιβραδύνει τη συμπεριφορά του συστήματος εξασφαλίζει μικρότερη υπερύψωση αλλά δημιουργεί ένα μεγάλο μόνιμο σφάλμα (50%).
- Ένα μεγαλύτερο  $K$  ( $K=10$ ) επιτυγχάνει τη συμπεριφορά του συστήματος αλλά δημιουργεί μεγαλύτερη υπερύψωση ενώ μικραίνει το μόνιμο σφάλμα (9%)

### **2) Στο κλειστό σύστημα ελέγχου με ελεγκτή Αναλογίας-Διαφοράς (PD)**

- $C(s)=1+s$  και  $C(s)=1+2s$

### **3) ελεγκτή Αναλογίας-Ολοκλήρωσης (PI)**

- $C(s)=1+\frac{1}{s}$

διαπιστώνουμε ότι:

Οι ελεγκτές Αναλογίας-Διαφοράς επηρεάζουν περισσότερο τη μεταβατική φάση κοντά στην εκκίνηση ( $t=0$ ) και μπορούν να επιταχύνουν τη συμπεριφορά του συστήματος, δεν βελτιώνουν όμως τη τελική τιμή στη μόνιμη κατάσταση διατηρώντας έτσι ένα μεγάλο μόνιμο σφάλμα.

Αντίθετα ο ελεγκτής Αναλογίας-Ολοκλήρωσης δεν βελτιώνει τη ταχύτητα της μεταβατικής φάσης, βελτιώνει όμως σημαντικά τη τελική τιμή στη μόνιμη κατάσταση, εξασφαλίζοντας έτσι ένα πολύ μικρό μόνιμο σφάλμα.

Αντίστοιχα ισχύουν θεωρητικά και για τους προσεγγιστικούς ελεγκτές, που ονομάσαμε “παθητικούς” γιατί συνίστανται μόνο από αντιστάσεις και χωρητικότητες, και είναι :

- Ο ελεγκτής προπορείας φάσης (Lead)  
*αντίστοιχος του αναλογίας-διαφοράς (PD)*
- Ο ελεγκτής καθυστέρησης φάσης (Lag)  
*αντίστοιχος του αναλογίας-ολοκλήρωσης (PI)*

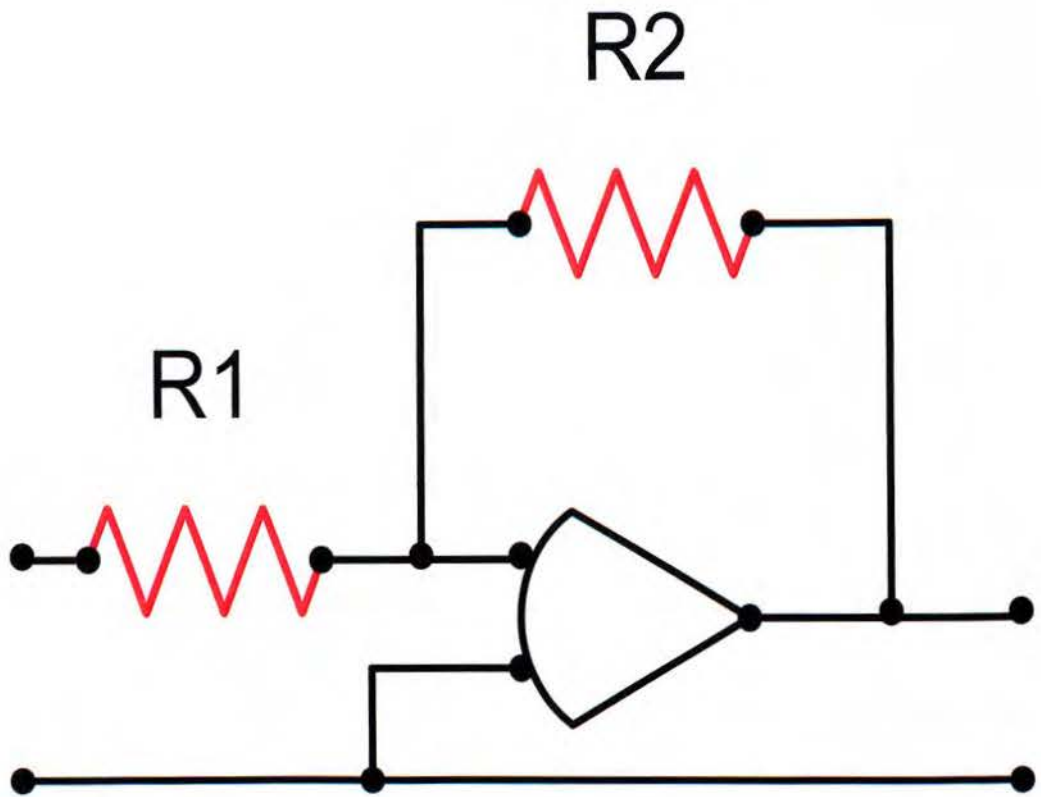
Μικρή διαφορά εμφανίζεται μόνο στη ταχύτητα της μεταβατικής φάσης και τη τελική τιμή του μόνιμου σφάλματος.



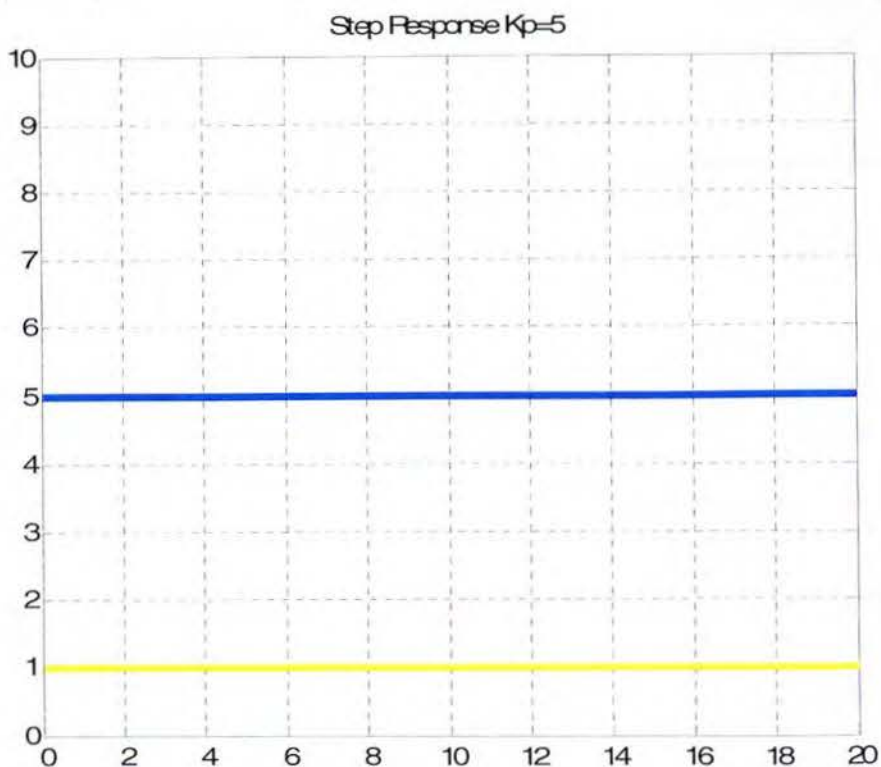
*Ακολουθούν στη συνέχεια παραδείγματα σε Matlab της συμπεριφοράς γραμμικών ελεγκτών και της επίδρασής τους σε κλειστά συστήματα αυτομάτου ελέγχου.*

*Αξίζει να σημειωθεί ότι οι τιμές που έχουμε πάρει στα παραδείγματα είναι ενδεικτικές και όχι οι βέλτιστες αφού σκοπός της εργασίας είναι να δείξουμε τις μεταβολές που δημιουργούν οι ελεγκτές στα προς έλεγχο συστήματα. Όλα τα συστήματα γιαυτό το λόγο είναι ευσταθή έτσι ώστε να δοθεί σημασία στη βελτίωση των ποσοτικών και ποιοτικών απαιτήσεων και όχι ευστάθειας.*

Ελεγκτής Αναλογίας (P)

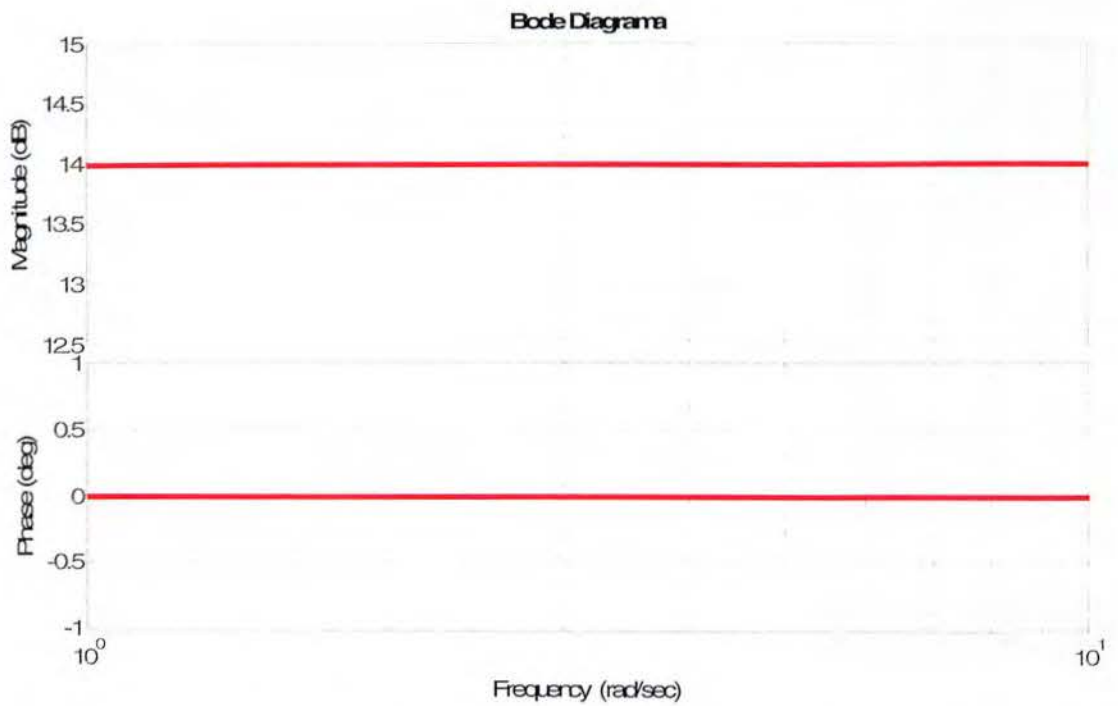


- Έχει συνάρτηση μεταφοράς:  $C(s)=Kp$
- Η βηματική του απόκριση για: **είσοδο  $u(t)=1$  και  $Kp$**



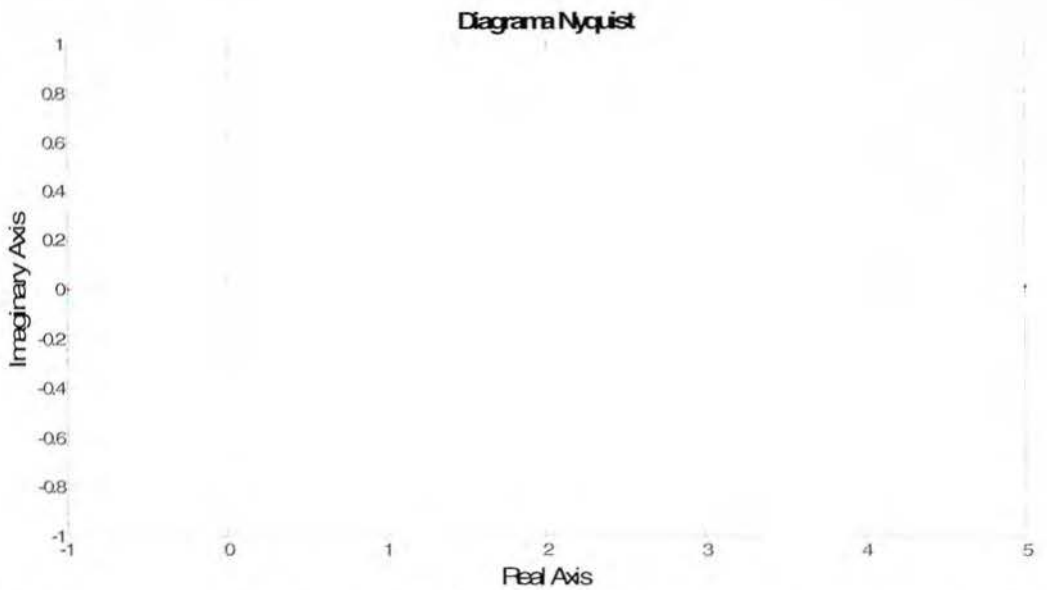
Παρατηρήσεις: Για μοναδιαία βηματική είσοδο η έξοδος του ελεγκτή είναι ενισχυμένη κατά πέντε μονάδες όση ήταν και η ενίσχυση  $Kp$  που θέσαμε.

## Το διάγραμμα Bode του ελεγκτή P



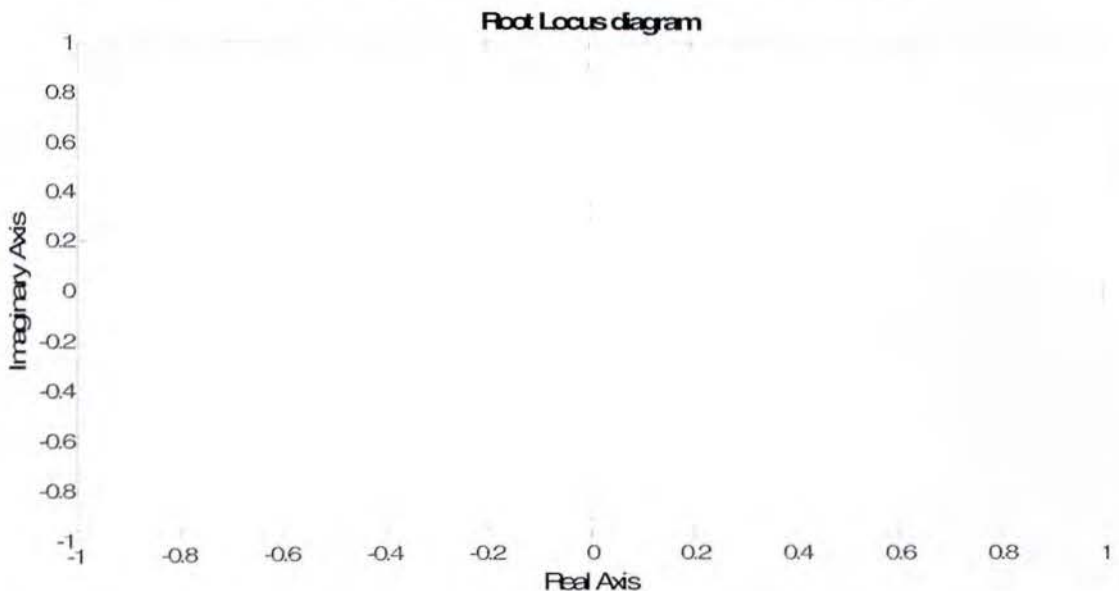
Παρατηρήσεις: Παραμένει σταθερό το κέρδος πλάτους στα 14dB που ισούται με  $20\log 5$ , ενώ παράλληλα έχει μηδενική φάση.

## Το διάγραμμα Nyquist του ελεγκτή P



Παρατηρήσεις: Στο διάγραμμα Nyquist δεν παίρνουμε κανένα γραφικό συμπέρασμα αφού ο  $K_p$  ελεγκτής δεν έχει μιγαδικό μέρος άρα βλέπουμε μόνο το πραγματικό του μέρος που είναι ο αριθμός πέντε.

## Το διάγραμμα Τόπου Ριζών του ελεγκτή



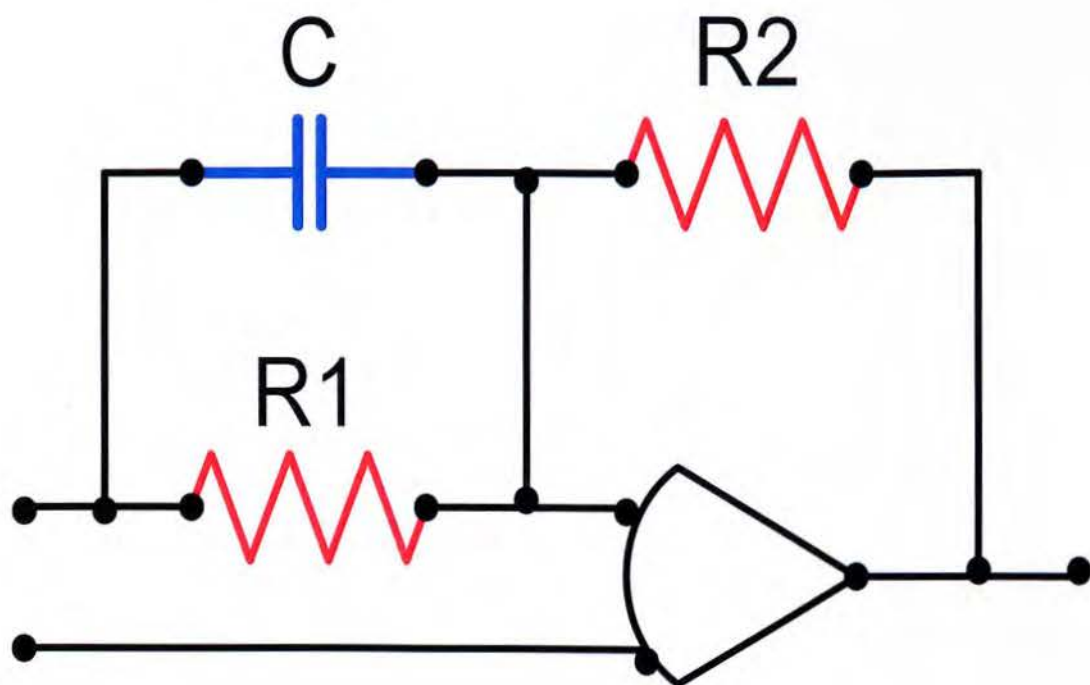
Παρατηρήσεις: Δεν παίρνουμε κανένα γραφικό συμπέρασμα αφού ο ελεγκτής αναλογίας  $K_p$  δεν έχει πόλους και ρίζες.

## Ο κώδικας υλοποίησης του ελεγκτή P στο Matlab:

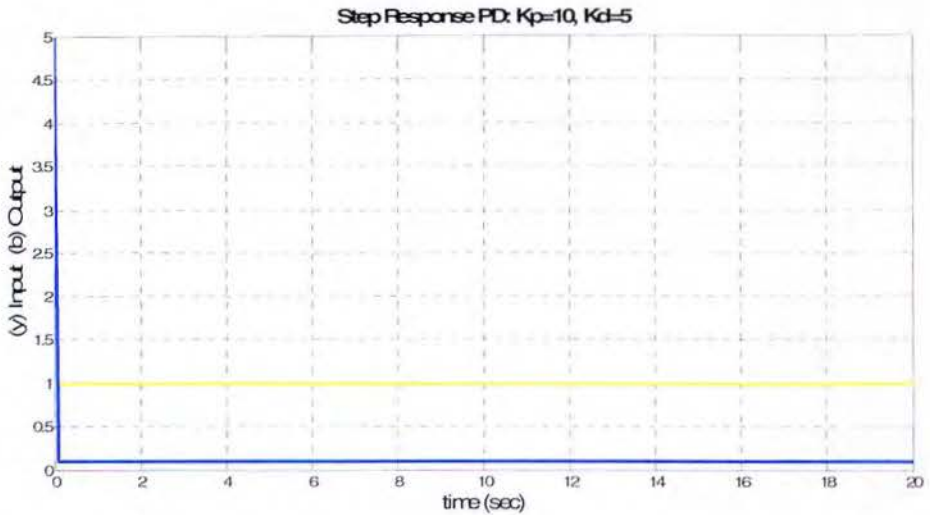
```
%P
clear all;close all; clc;
% Variables
Kp=5;
t=[0:0.1:20];
% Declare Controller
P=tf([Kp],[1])
% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(P,u,t);
plot(t,u,'y',T,y,'b','Linewidth',3)
title('Step Response Kp=5')
grid
%Bode
figure(2)
bode(P)
title('Bode Diagrama')
grid
%Nyquist
figure(3)
nyquist(P)
title('Diagrama Nyquist')
%Routlocus
figure(4)
rlocus(P)
title('Diagrama Topou Rizwn')
```



## Ελεγκτής Αναλογίας-Διαφόρισης (PD)

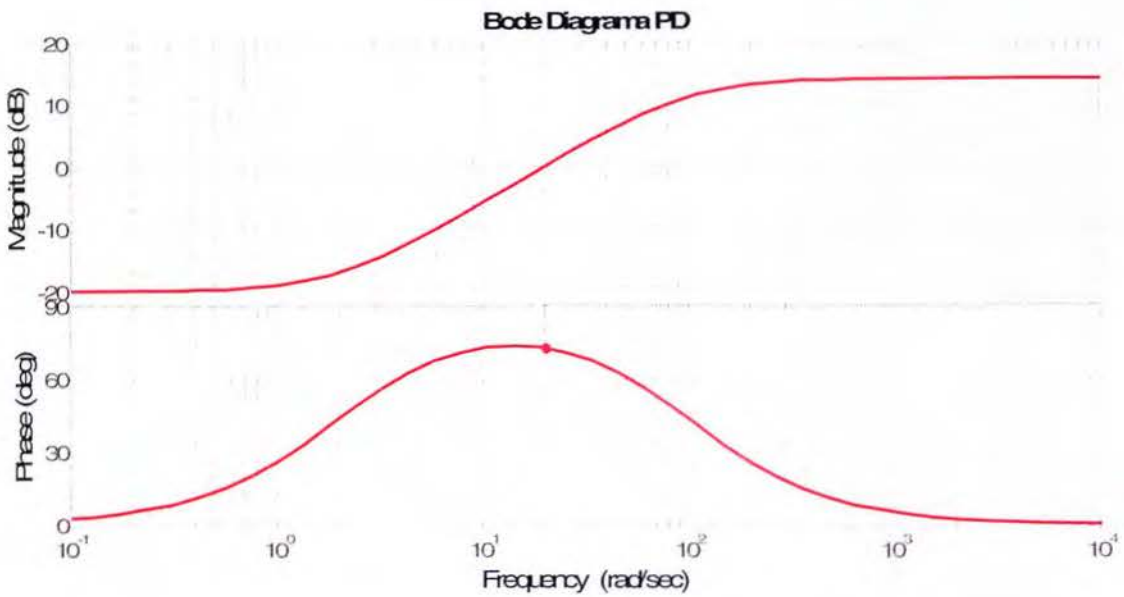


- Έχει συνάρτηση μεταφοράς:  $C(s) = K_d \cdot s + K_p$
- Η βηματική του απόκριση για:  $K_d=10$ ,  $K_p=10$



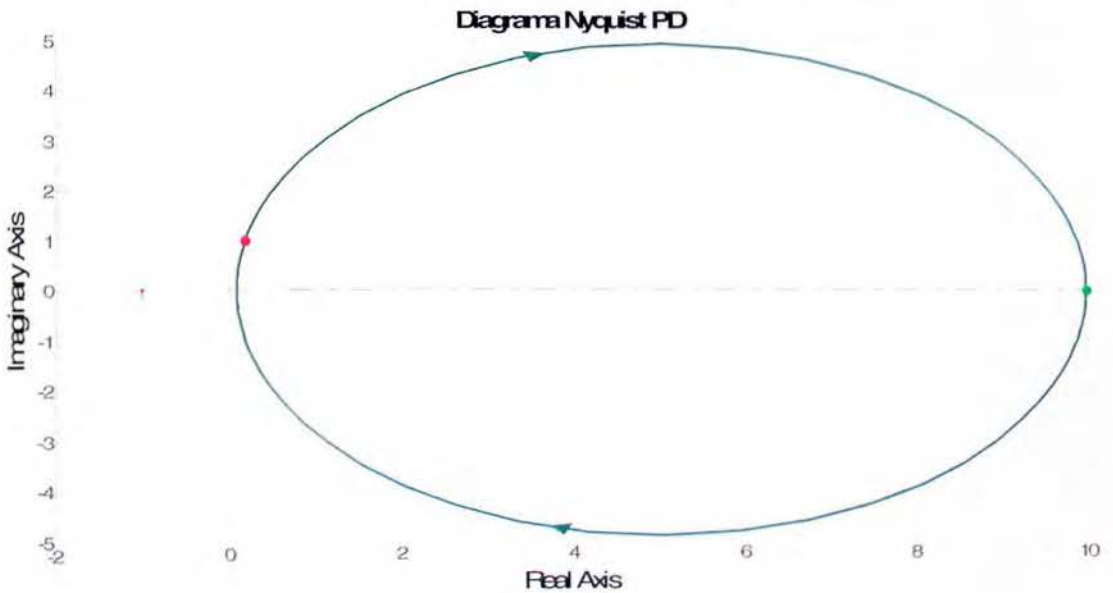
Παρατηρήσεις: Ο ελεγκτής διαφορίσης στη βηματική του απόκριση και για είσοδο ίση με ένα βλέπουμε ότι μας δίνει μια κρουστική αρχικά συνάρτηση και σε πάρα πολύ μικρό χρόνο επιστρέφει με αρκετά μεγάλο σφάλμα σε σταθερή κατάσταση παράλληλα με την έξοδο.

## Το Διάγραμμα Bode του ελεγκτή PD



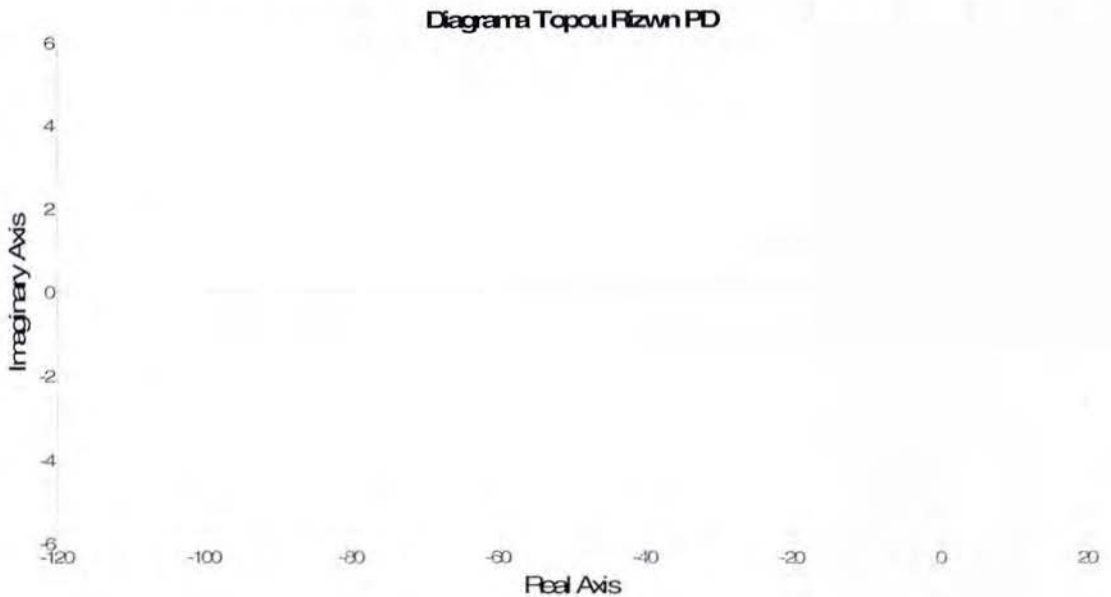
Παρατηρήσεις: Από το διάγραμμα Bode του ελεγκτή συμπεραίνουμε ότι παραμένει ευσταθής σε όλο το φάσμα των συχνοτήτων του με περιθώριο φάσης στη συχνότητα 20 rad/sec με διαφορά πάνω από -180 μοίρες.

## Το διάγραμμα Nyquist του ελεγκτή PD



Παρατηρήσεις:

## Το διάγραμμα Τόπου Ριζών του ελεγκτή PD

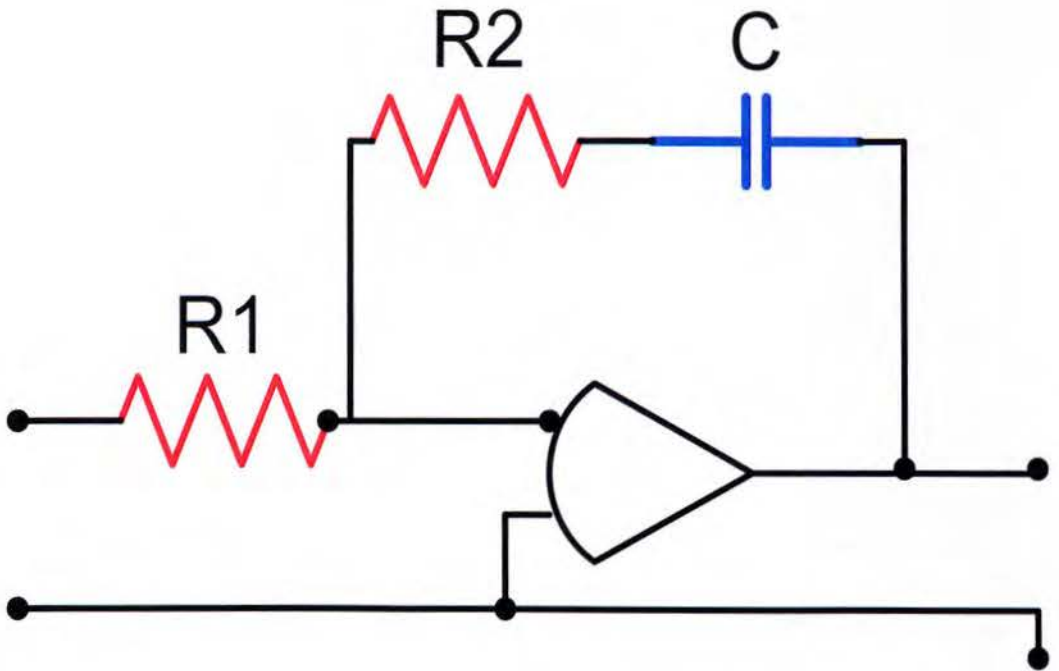


Παρατηρήσεις: Ο ελεγκτής PD ουσιαστικά θα προσθέσει στο προς έλεγχο σύστημα μια ρίζα, στο προκείμενο παράδειγμα η ρίζα βρίσκεται στο -2. (Αν παρατηρήσουμε στο γράφημα του Τ.Ρ. θα δούμε ότι υπάρχει και ένας μακρινός πόλος στο -100, αυτό συμβαίνει γιατί αναγκαστικά στο Matlab για να καταφέρουμε να τρέξουμε το κώδικα που να προσομοιώνει έναν PD ελεγκτή, πρέπει να προσθέσουμε και ένα πόλο αφού το λογισμικό δεν μπορεί να τρέξει συνάρτηση μεταφοράς που οι ρίζες είναι περισσότερες από τους πόλους, έτσι με αυτό το τέχνασμα βάζοντας ένα μακρινό πόλο που δεν επηρεάζει τη ρίζα καταφέρνουμε να δημιουργούμε εικονικά τις συνθήκες Αναλογίας-Διαφόρισης.)

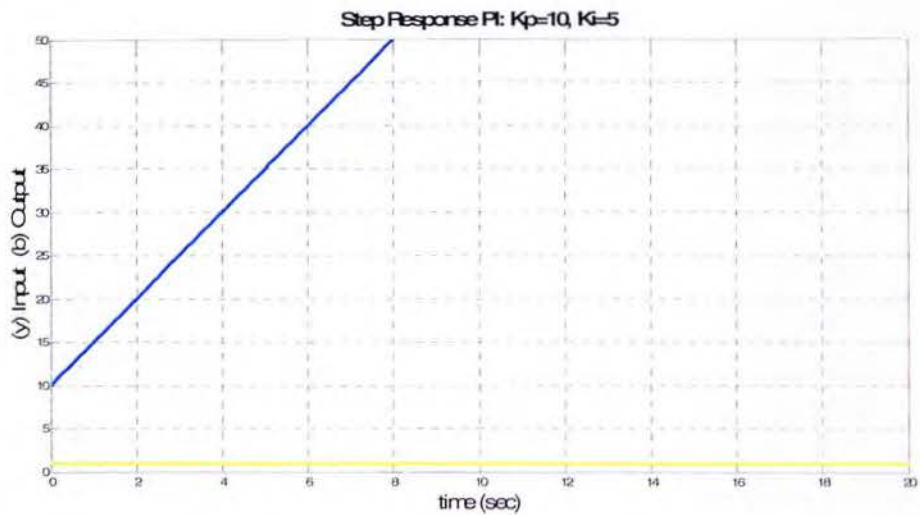
## Ο κώδικας υλοποίησης του ελεγκτή PD στο Matlab

```
% PD
clear all;close all; clc;
% Variables
Kp=10;
Kd=10;
t=[0:0.1:20];
% Declare Controller
PD=tf([Kd Kp],[1 100]); % έχουμε προσθέσει αναγκαστικά
ένα πόλο πολύ μακριά από τη ρίζα γιατί αλλιώς το matlab δεν
κάνει εξομοίωση
% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(PD,u,t);
plot(t,u,'y',T,y,'b','Linewidth',3)
title('Step Response PD: Kp=10, Kd=10')
grid
%Bode
figure(2)
bode(PD)
title('Bode Diagrama PD')
grid
%Nyquist
figure(3)
nyquist(PD)
title('Diagrama Nyquist PD')
%Routlocus
figure(4)
rlocus(PD)
title('Diagrama Topou Rizwn PD')
```

## Ελεγκτής Αναλογίας-Ολοκλήρωσης (PI)



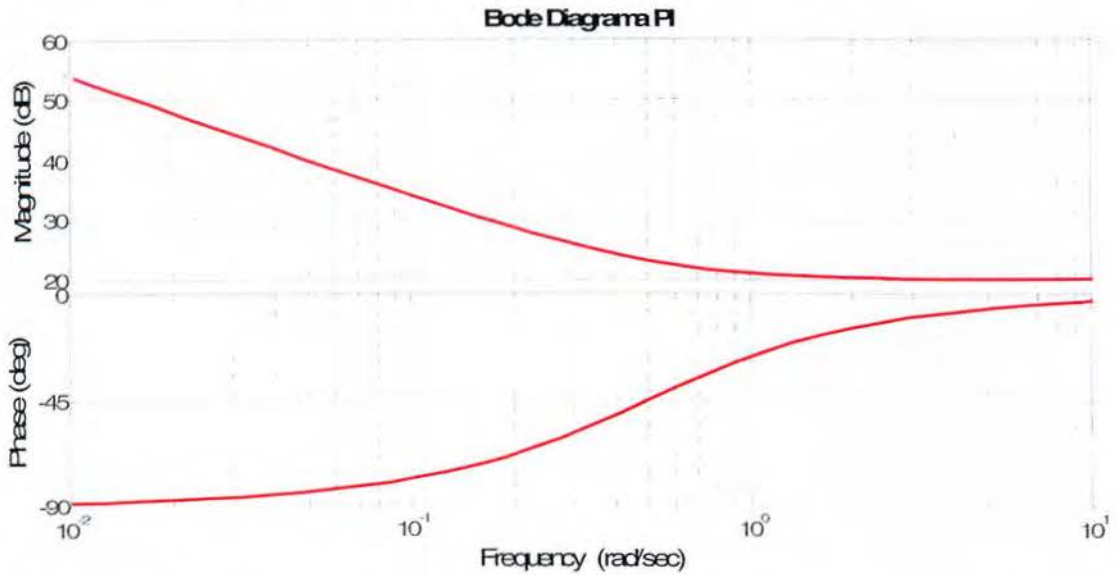
- Έχει συνάρτηση μεταφοράς:  $C(s) = K_p \cdot \frac{K_i}{s}$
- Η βηματική του απόκριση για:  $K_p=10$ ,  $K_i=5$



Παρατηρήσεις: Η έξοδος παρουσιάζει συνεχώς αυξανόμενο σφάλμα σε σχέση με την επιθυμητή είσοδο, αφού την ολοκληρώνει συνεπώς δεν πρόκειται να τη πλησιάσει ποτέ. Βλέπουμε επίσης ότι η ολοκλήρωση ξεκινάει από το 10, αυτή η αρχική τιμή καθορίζεται από το  $K_p$  που έχουμε δώσει.



## Το διάγραμμα Bode του ελεγκτή PI



Παρατηρήσεις: Ο ελεγκτής Ολοκλήρωσης με  $K_p=10$  και  $K_i=5$  έχει μια ρίζα στο  $-1$ , άρα στο διάγραμμα κέρδους βλέπουμε ότι έχει κέρδος 60dB δηλαδή  $20\log 100$ , αφού το κέρδος της συγκεκριμένης συνάρτησης μεταφοράς είναι 100. Στο διάγραμμα φάσης βλέπουμε ότι η φάση ξεκινάει από το  $-90$  και παραμένει σταθερή μέχρι μια δεκάδα πριν και μια μετά, της κρίσιμης συχνότητας που είναι το  $-1$ , στην ενδιάμεση περιοχή η φάση έχει κλίση 45 μοίρες ανά δεκάδα.

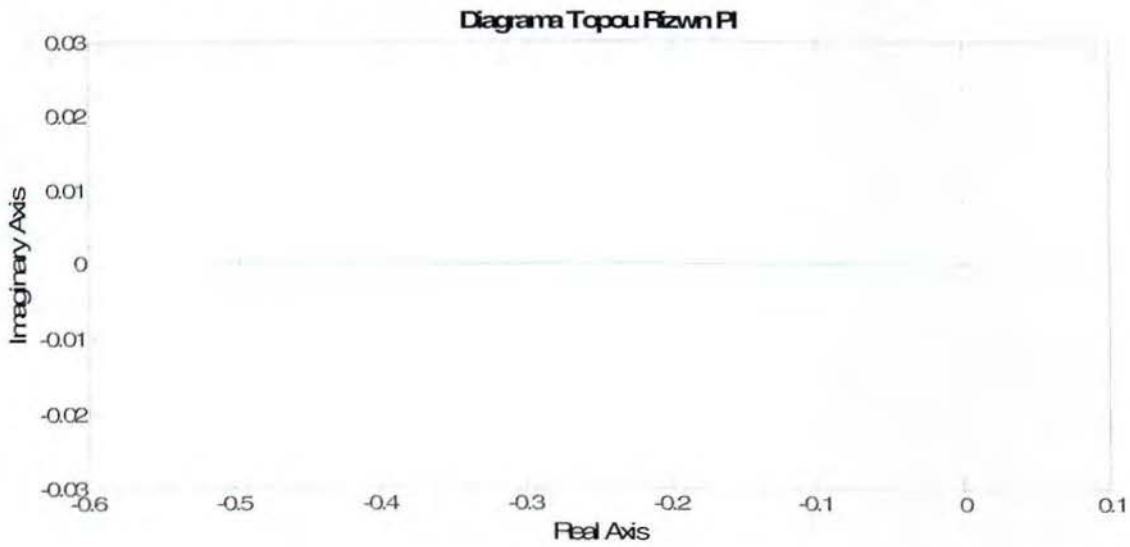


## Το διάγραμμα Nyquist του ελεγκτή PI



Παρατηρήσεις: Από το διάγραμμα Nyquist παίρνουμε τις ίδιες πληροφορίες με το Bode όσον αφορά το μέτρο και τη φάση του ελεγκτή απλά είναι ενσωματωμένες στο ίδιο διάγραμμα και επιβεβαιώνουμε ότι ο ελεγκτής έχει πραγματικό μέρος 10 (σταθερό για όλες τις συχνότητες) και φανταστικό μέρος  $\pm i5\omega$  (όπου για  $\omega=0$  το φανταστικό μέρος είναι μηδέν και για  $\omega=\infty$  τείνει στο άπειρο).

## Το διάγραμμα Τόπου Ριζών του ελεγκτή PI

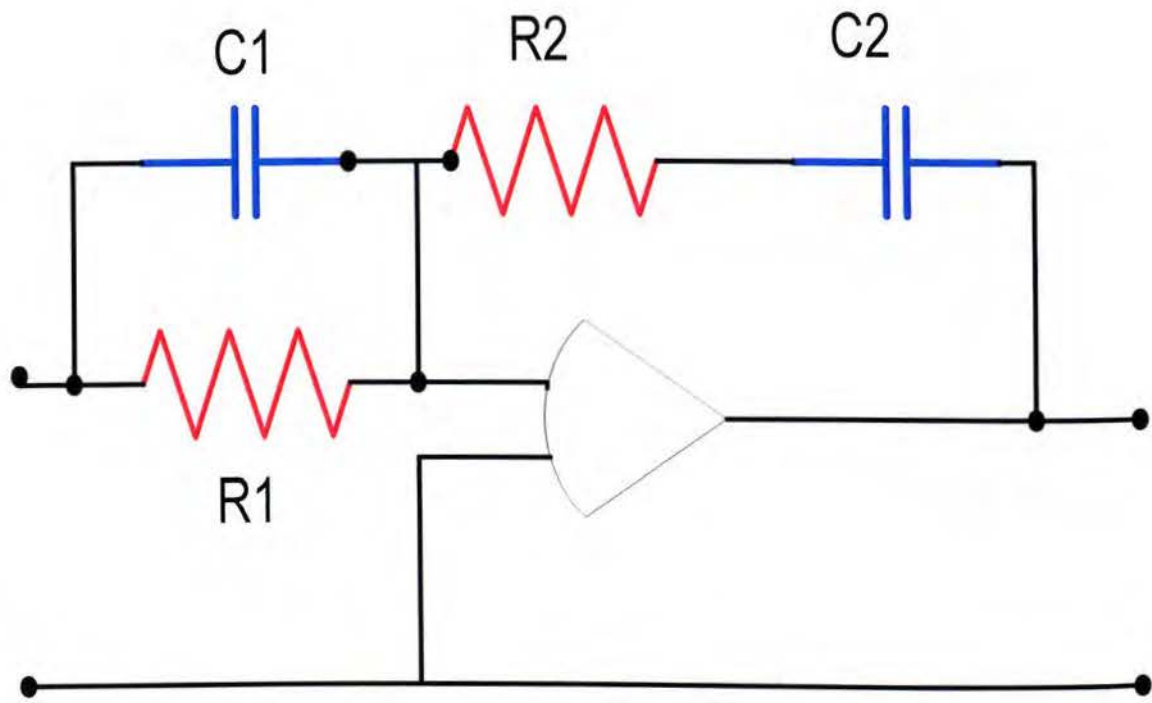


Παρατηρήσεις: Ο ελεγκτής PI έχει μια ρίζα και ένα πόλο, τους οποίους και προσθέτει στο προς έλεγχο σύστημα για να πετύχει τη βελτίωσή του. Στο παράδειγμα που έχουμε πάρει και ο πόλος και η ρίζα είναι πολύ κοντά στο μηδέν.

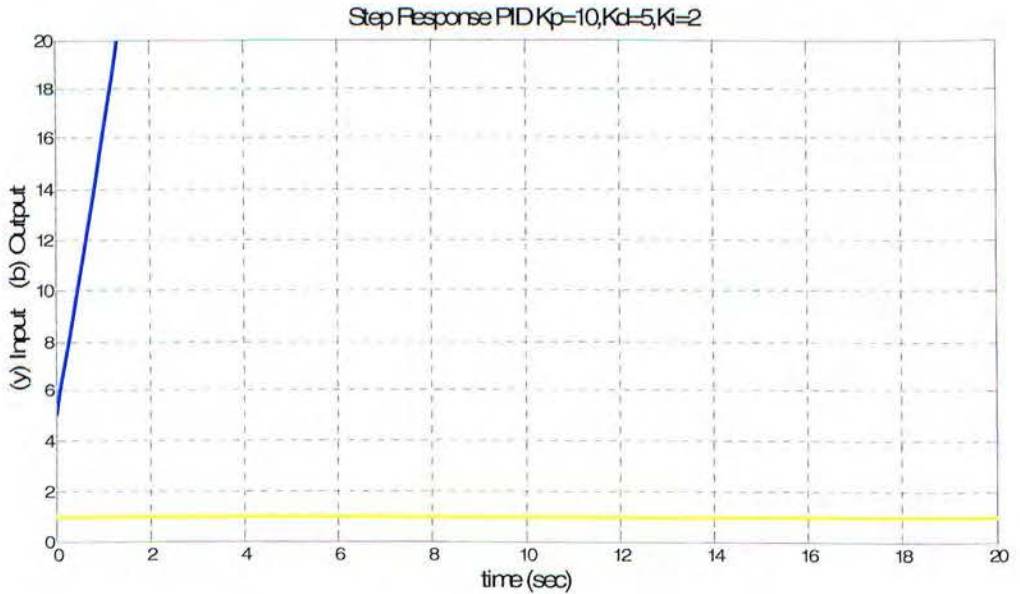
## Ο κώδικας υλοποίησης του ελεγκτή στο Matlab

```
% PI
clear all;close all; clc;
% Variables
Kp=10;
Ki=5;
t=[0:0.1:20];
%Declare Controller
PI=tf([Kp Ki],[1 0]);
%step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(PI,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',3)
title('step response PI: Kp=10, Ki=5')
grid
%Bode
figure(2)
bode(PI)
title('Bode Diagrama PI')
grid
%Nyquist
figure(3)
nyquist(PI)
title('Diagrama Nyquist PI')
%Rootlocus
figure(4)
rlocus(PI)
title('Diagrama Topou Rizwn PI')
```

Ελεγκτής Αναλογίας-Διαφόρισης-Ολοκλήρωσης PID

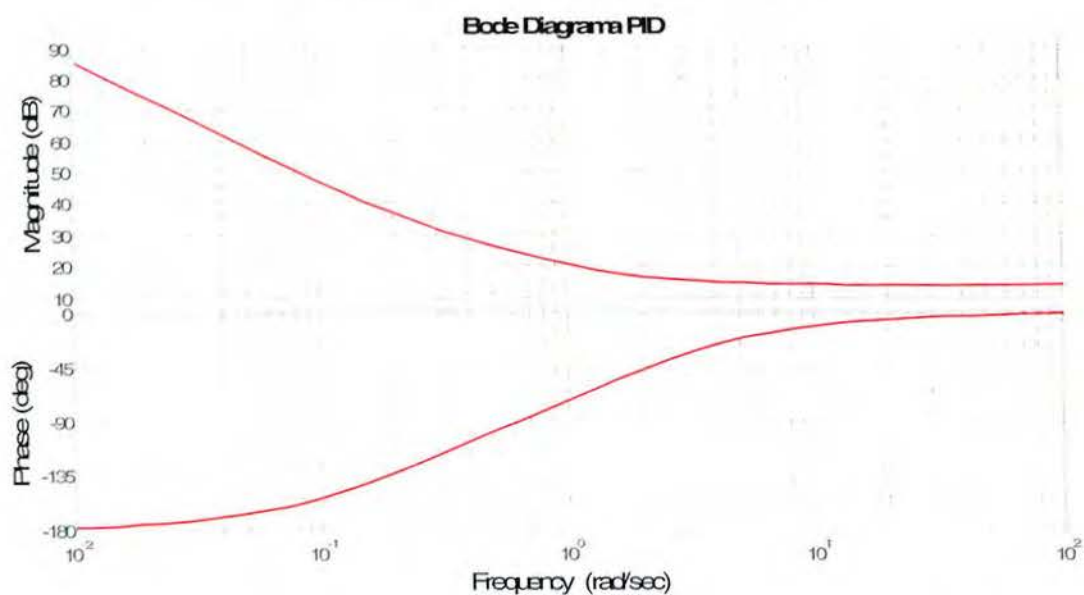


- Έχει συνάρτηση μεταφοράς:  $C(s) = \frac{K_d \cdot s^2 + K_p \cdot s + K_i}{s}$
- Η βηματική του απόκριση για:  $K_p=10, K_d=5, K_i=2$



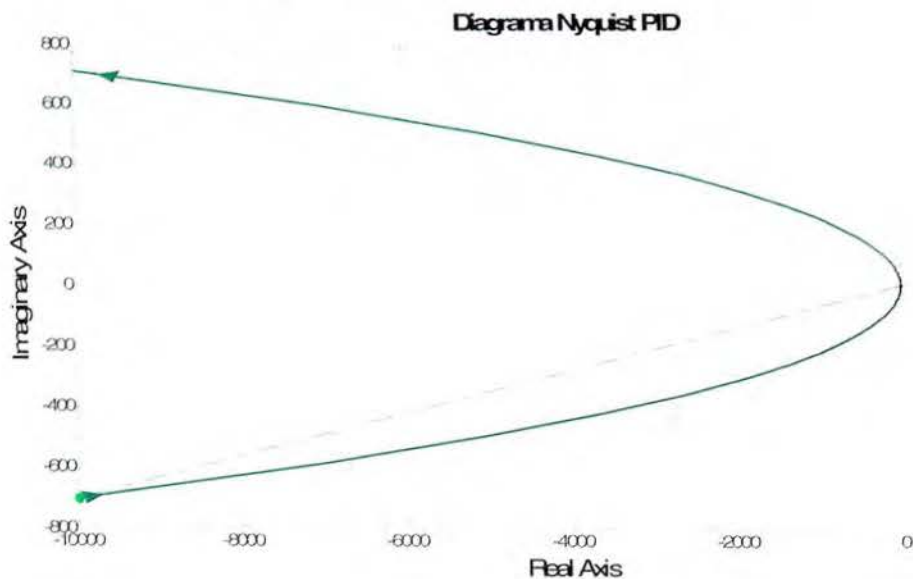
Παρατηρήσεις: Ο ελεγκτής ταυτόχρονα διαφωτίζει και ολοκληρώνει την είσοδο δίνοντας της και μια σχετική ενίσχυση. Φαίνεται χαρακτηριστικά πως η διαφορίση έχει επιταχύνει τη μεταβατική κατάσταση και πως η ολοκλήρωση επηρεάζει τη τελική.

## Το διάγραμμα Bode του ελεγκτή



Παρατηρήσεις: Από το διάγραμμα Bode του ελεγκτή βλέπουμε ότι στις μικρές συχνότητες ξεκινάει με μεγάλο κέρδος ενώ στις μεγάλες μειώνεται με κλίση 45 μοίρες/dB.

## Το διάγραμμα Nyquist του ελεγκτή



Παρατηρήσεις:

## Το διάγραμμα Τόπου Ριζών του ελεγκτή



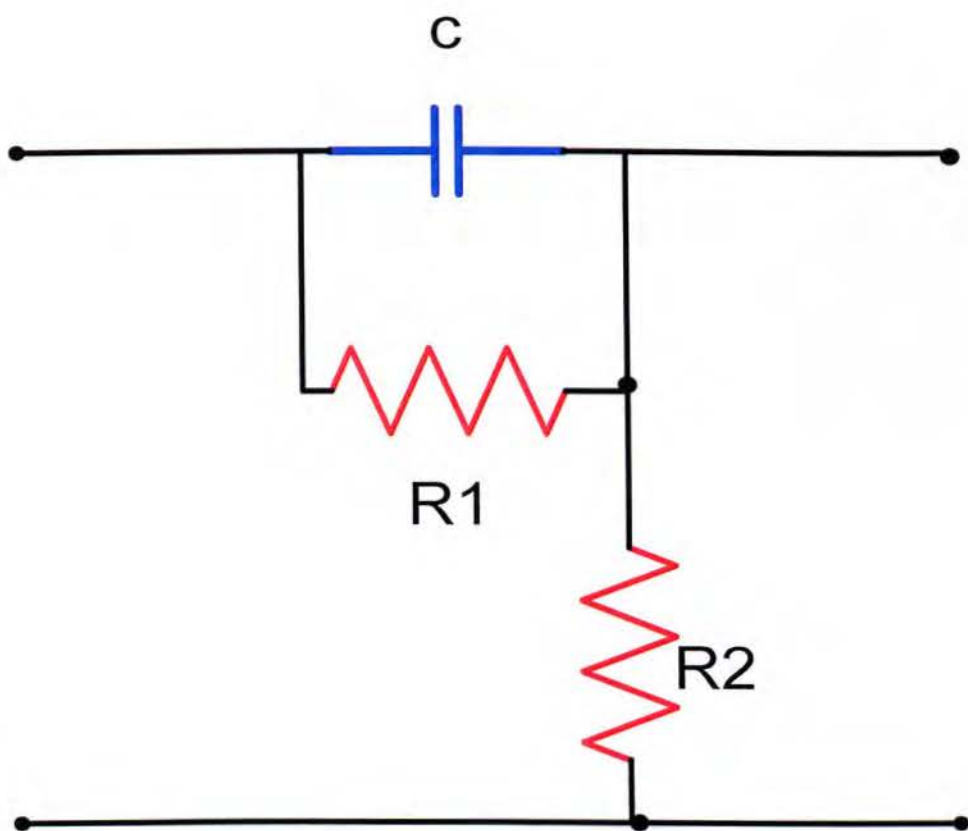
Παρατηρήσεις: Στο διάγραμμα του τόπου ριζών βλέπουμε πως ταξινομούνται οι πόλοι και οι ρίζες του ελεγκτή ανάλογα με τις τιμές που θα δώσουμε στα  $K_p, K_i, K_d$ .

## Ο κώδικας υλοποίησης στο Matlab

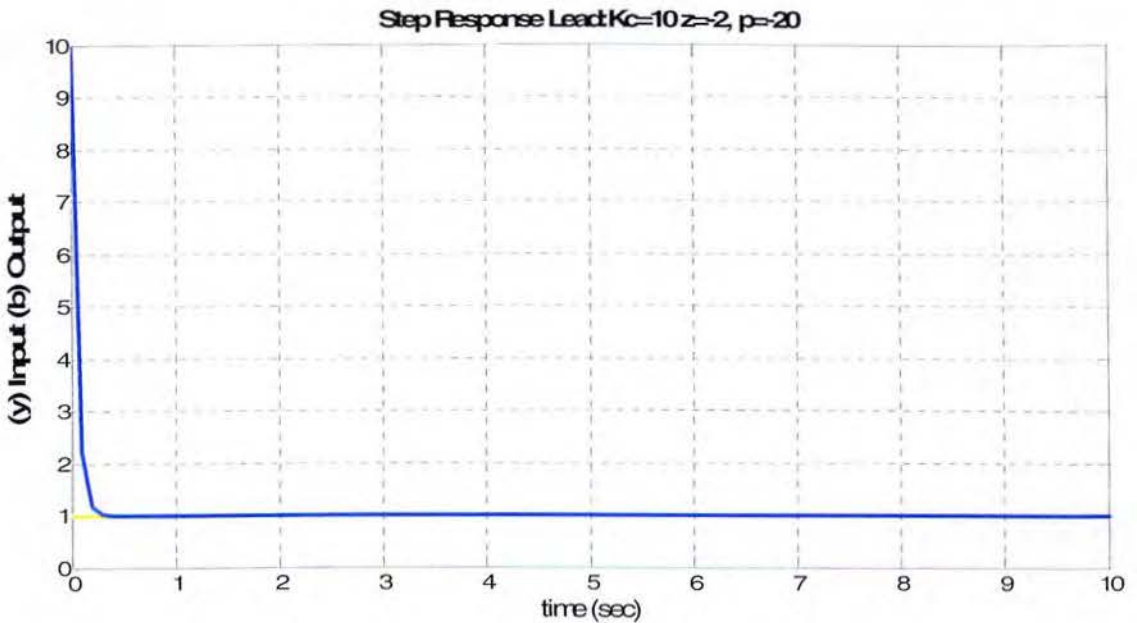
```
%PID Cotroller
Kp=10;
Ki=2;
Kd=5;
t=[0:0.1:20];
%Declare PID
num=[Kd Kp Ki];
den=[1 0 0];
PID=tf(num,den)
% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(PID,u,t);
plot(t,u,'y',T,y,'b','Linewidth',3)
title('Step Response Kp=10,Kd=5,Ki=2')
axis([0 20 0 10])
grid
%Bode
figure(2)
bode(PID)
title('Bode Diagrama PID')
grid
%Nyquist
figure(3)
nyquist(PID)
title('Diagrama Nyquist PID')
%Rootlocus
figure(4)
rlocus(PID)
title('Diagrama Topou Rizwn PID')
```



## Ελεγκτής προπορείας φάσης Lead

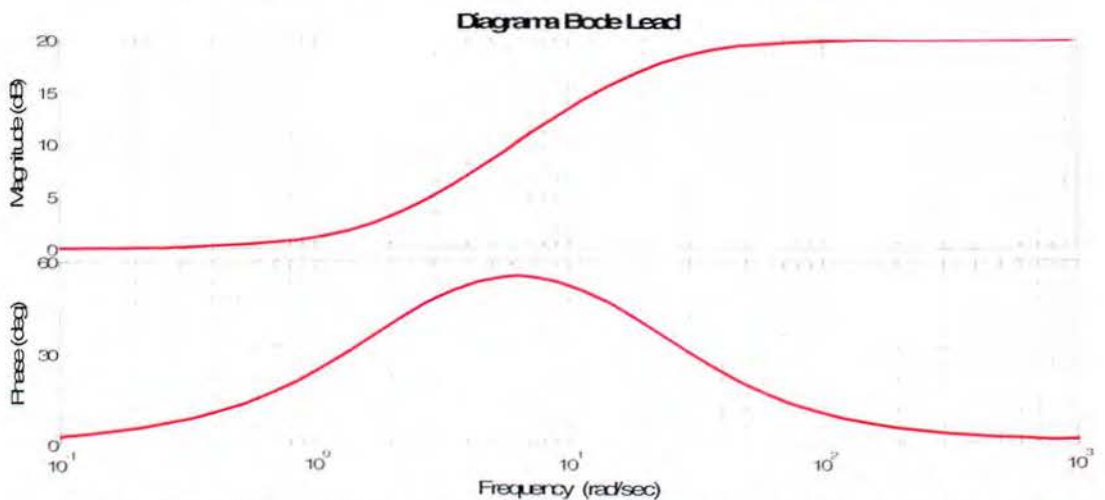


- Έχει συνάρτηση μεταφοράς:  $C(s) = Kc \cdot \frac{(s+z)}{(s+p)}$ ,  $p \gg z$
- Η βηματική του απόκριση για:  $Kc=10$ ,  $z=-2$ ,  $p=-20$



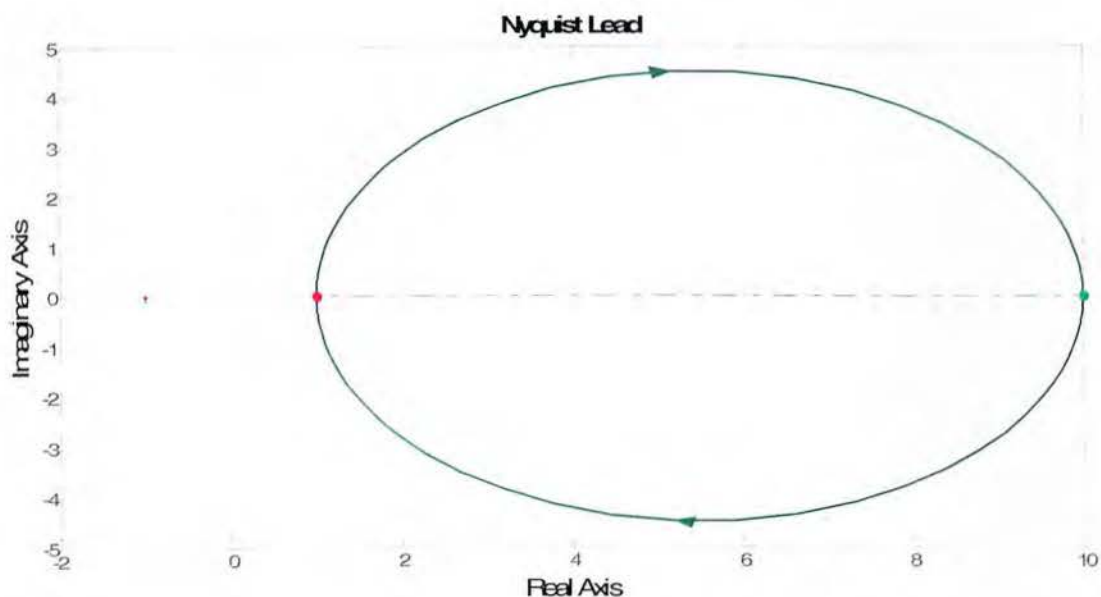
Παρατηρήσεις: Στη βηματική απόκριση του ελεγκτή προπορείας φάσης Lead βλέπουμε αρχικά η έξοδος να παίρνει πολύ μεγάλες τιμές λόγω της διαφόρισης αλλά σε πολύ μικρό χρόνο έρχεται και βρίσκει την είσοδο που έχουμε δώσει.

### Το διάγραμμα Bode του ελεγκτή Lead



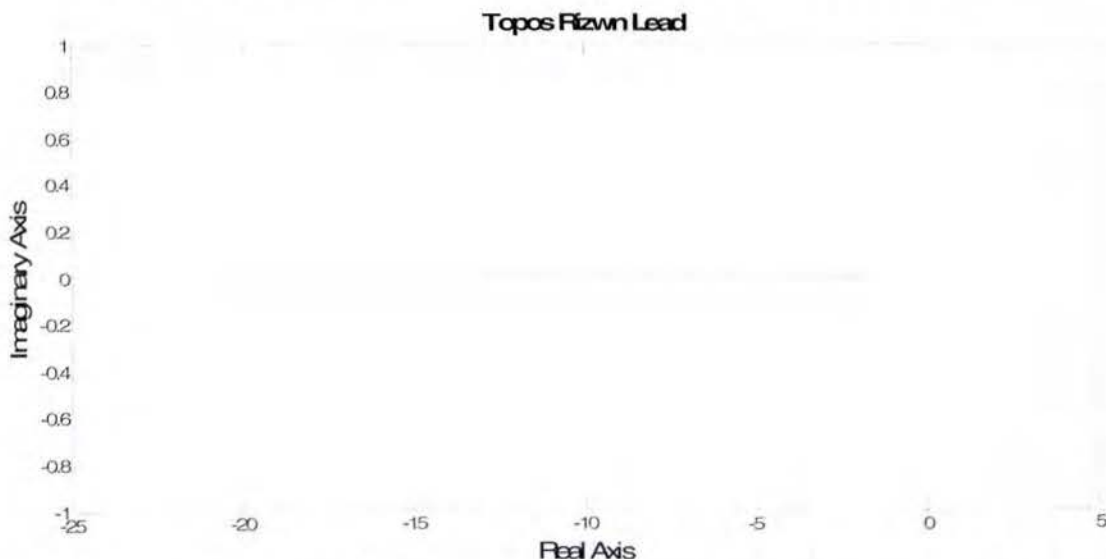
Παρατηρήσεις: Το κέρδος πλάτους από τα 0dB φτάνει τα 20dB. Το κέρδος φάσης παραμένει σε όρια ευστάθειας αφού δεν θα πλησιάσει τις 180 μοίρες.

## Το διάγραμμα Nyquist του ελεγκτή Lead



Παρατηρήσεις: Το διάγραμμα Nyquist επιβεβαιώνει το θεωρητικό αποτέλεσμα ότι για  $s \rightarrow i\omega$  το Re μέρος του συστήματος για  $\omega=0$  είναι ίσο με 1 και για  $\omega=\infty$  το Re μέρος είναι ίσο με 10

## Το διάγραμμα Τόπου Ριζών του ελεγκτή Lead

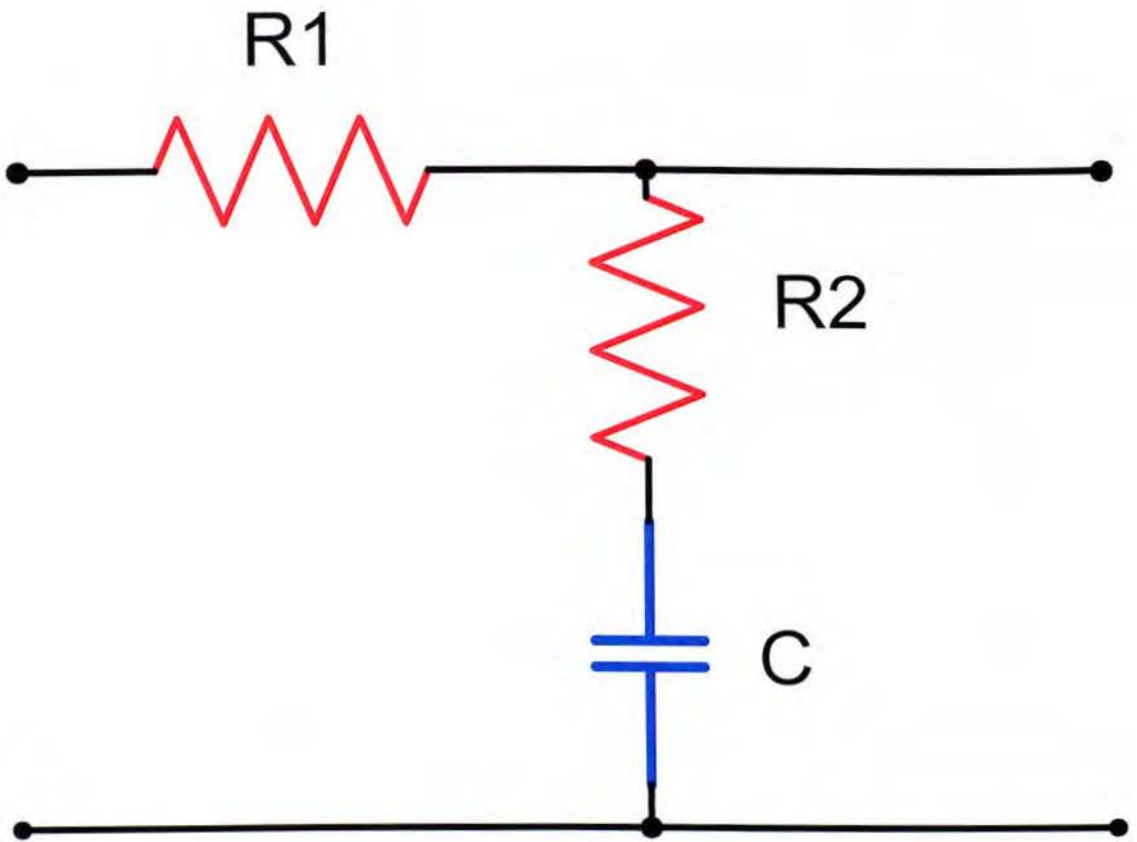


Παρατηρήσεις: Ο ελεγκτής Lead έχει μια ρίζα και ένα πόλο τους οποίους και θα προσθέσει στο προς έλεγχο σύστημα. Η σχέση που έχουν μεταξύ τους είναι ότι ο πόλος ( $p$ ) πρέπει να είναι πολύ μεγαλύτερος της ρίζας ( $z$ ),  $p \gg z$ .

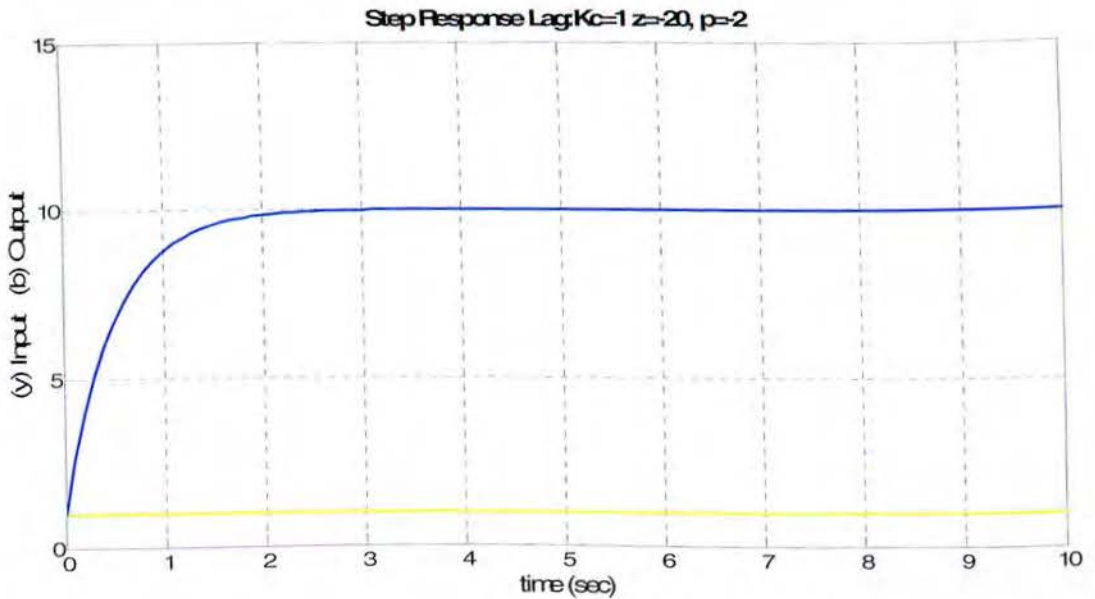
## Ο κώδικας υλοποίησης του Matlab είναι

```
%Lead p>>z
clear all;close all; clc;
% Variables
Kc=10;
z=-2;
p=-20;
t=[0:0.1:20];
%Declare Cotroller
%Lead=tf(Kc*[1 z],[1 p])
Lead=zpk(z,p,Kc)
% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(Lead,u,t);
plot(t,u,'y',T,y,'b','Linewidth',3)
title('Step Response Lead:Kc=10 z=-2, p=-20')
grid
%Bode
figure(2)
bode(Lead)
title('Bode Lead')
grid
%Nyquist
figure(3)
nyquist(Lead)
title('Nyquist Lead')
%RoutLocus
figure(4)
rlocus(Lead)
title('Topos Rizwn Lead')
```

Ο ελεγκτής καθυστέρησης φάσης Lag

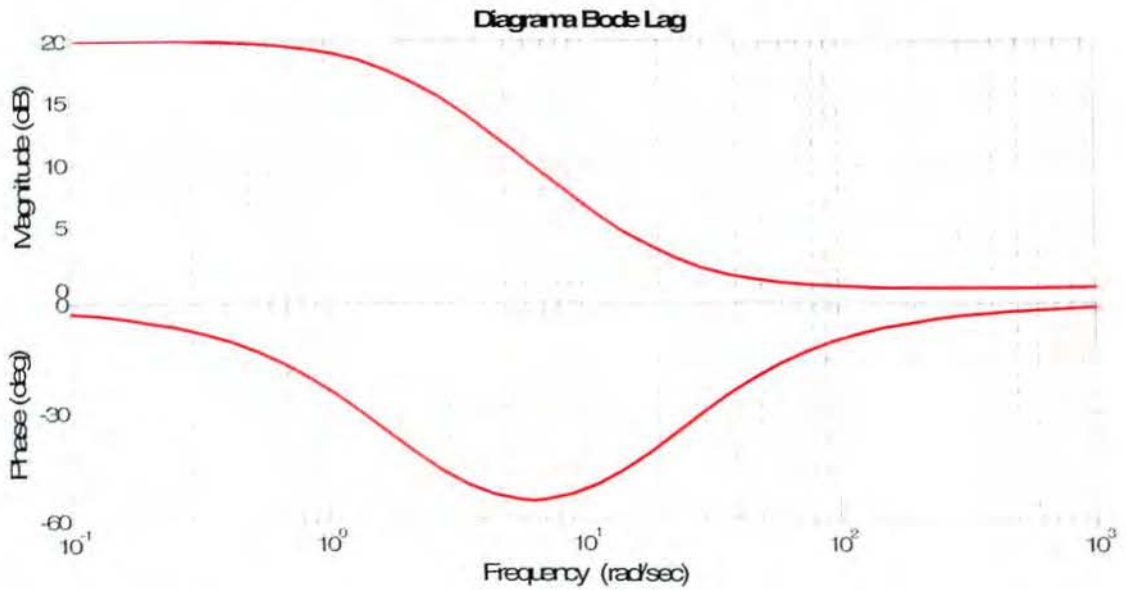


- Έχει συνάρτηση μεταφοράς:  $C(s) = \frac{(s+z)}{(s+p)}$  ,  $p < z$
- Η βηματική του απόκριση για:  $u=1$ ,  $z=-20$  και  $p=-2$



Παρατηρήσεις: Η βηματική απόκριση του ελεγκτή καθυστέρησης φάσης, ξεκινάει από την είσοδο αλλά αποκτάει αμέσως μεγάλο σφάλμα το οποίο και θα σταθεροποιηθεί μετά από περίπου δύο δευτερόλεπτα στο νέο πλάτος 10. Αυτό συμβαίνει γιατί οι τιμές που έχουν ο πόλος και η ρίζα δημιουργούν μια ενίσχυση ίση με 10.

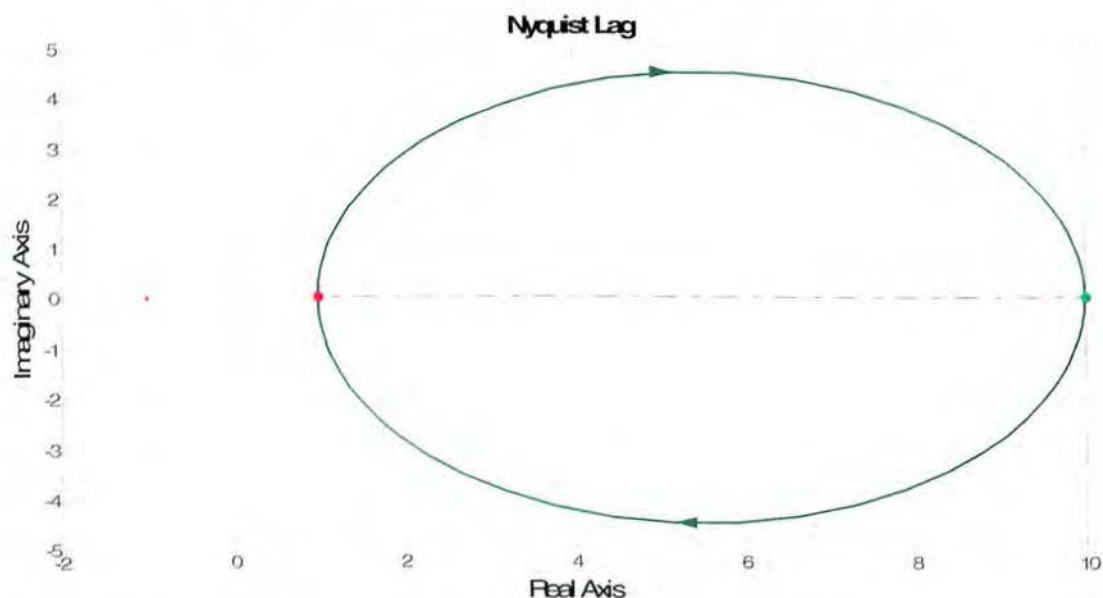
## Το διάγραμμα Bode του ελεγκτή Lag



Παρατηρήσεις: Στο διάγραμμα μέτρου παρατηρούμε ότι για μικρές συχνότητες έχουμε ενίσχυση ίση με 20dB ενώ για μεγάλες συχνότητες έχουμε μηδενικό κέρδος. Όσον αφορά τη φάση παρατηρούμε ότι γύρω από τον πόλο που βρίσκεται στο -2 έχουμε κλίση -45 μοίρες ανά δεκάδα ενώ γύρω από τη συχνότητα της ρίζας στο -20 έχουμε κλίση +45 μοίρες ανά δεκάδα.



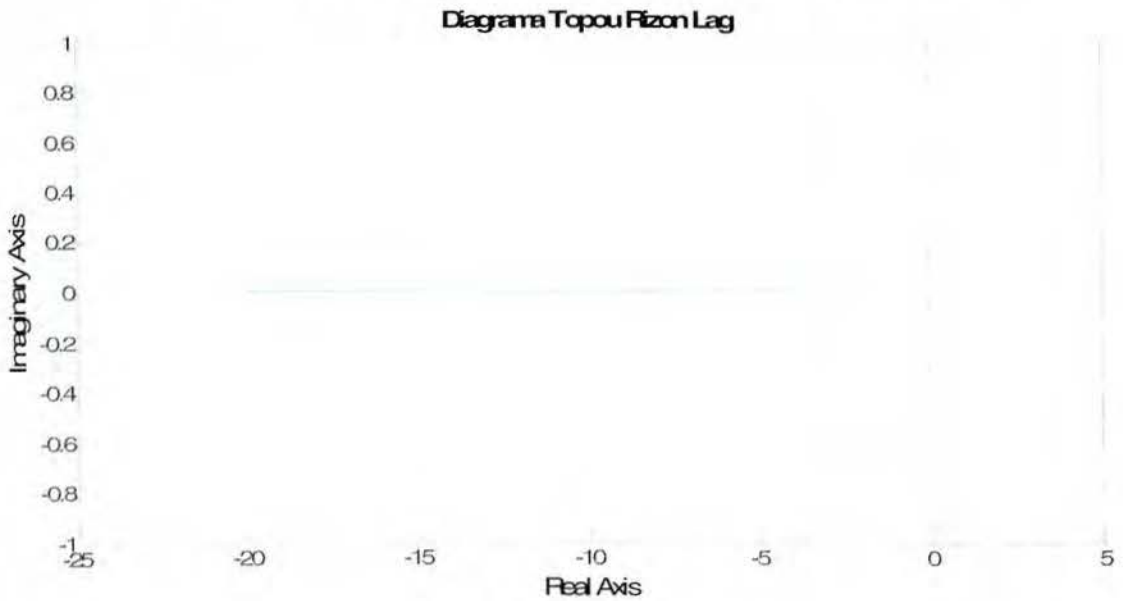
## Το διάγραμμα Nyquist του ελεγκτή Lag



Παρατηρήσεις: Από τη συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή προκύπτει ότι το πραγματικό μέρος είναι  $Re = -40 - \omega^2/\omega^2 + 4$  και το φανταστικό  $Im = -18i\omega$ . Άρα για  $\omega=0$  το πραγματικό μέρος είναι 10 και το φανταστικό 0 και για  $\omega=\infty$  το πραγματικό μέρος είναι 1 και το φανταστικό μηδέν. Για ενδιάμεσες τιμές επισημαίνουμε ότι οι θετικές συχνότητες αντιστοιχούν στο κάτω τόξο και οι αρνητικές στο πάνω.



## Το διάγραμμα Τόπου Ριζών του ελεγκτή Lag

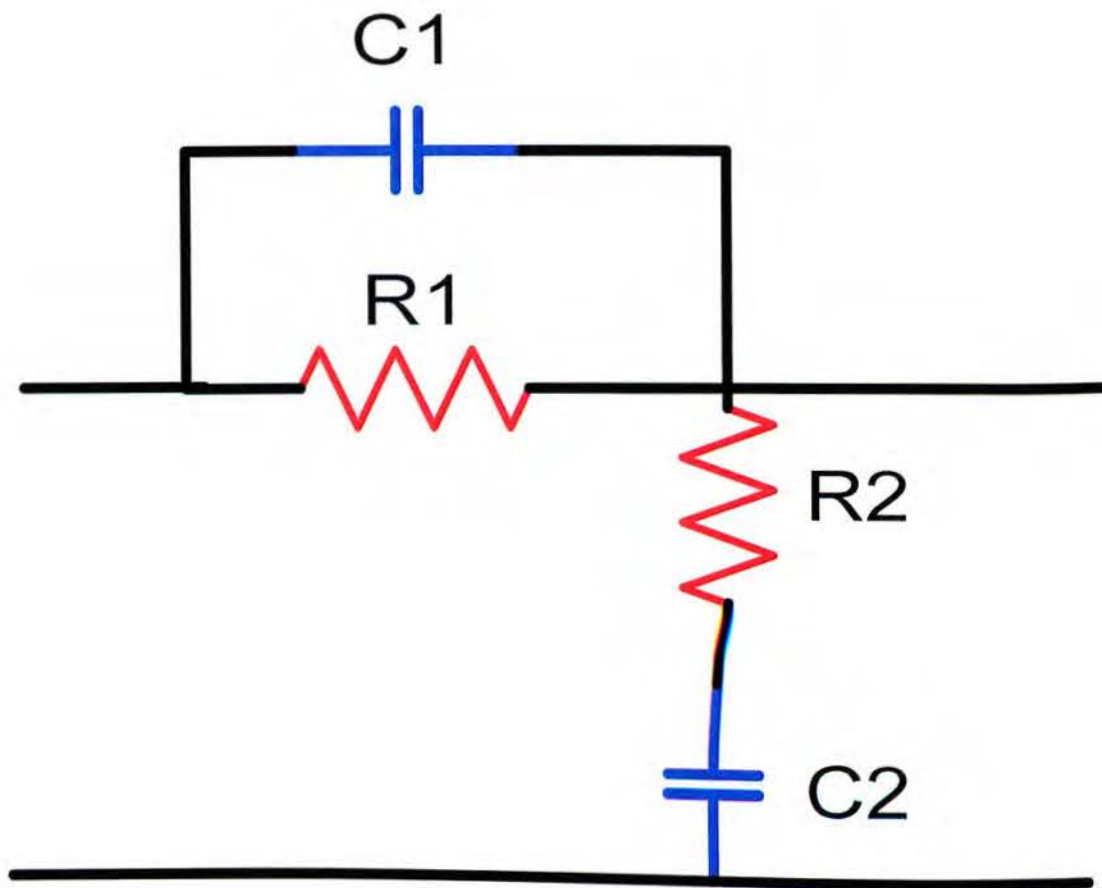


Παρατηρήσεις: Ο ελεγκτής έχει και αυτός μια ρίζα και ένα πόλο τους οποίους και θα προσθέσει στο προς έλεγχο σύστημα. Το ίδιο έχει όμως και ο ελεγκτής Lead εδώ θα πρέπει να προσέξουμε τη διαφορά στη σχέση πόλου και ρίζας που έχει ο ελεγκτής Lag. Τώρα ο πόλος ( $p$ ) είναι πολύ μικρότερος από τη ρίζα ( $z$ ),  $p \ll z$ .

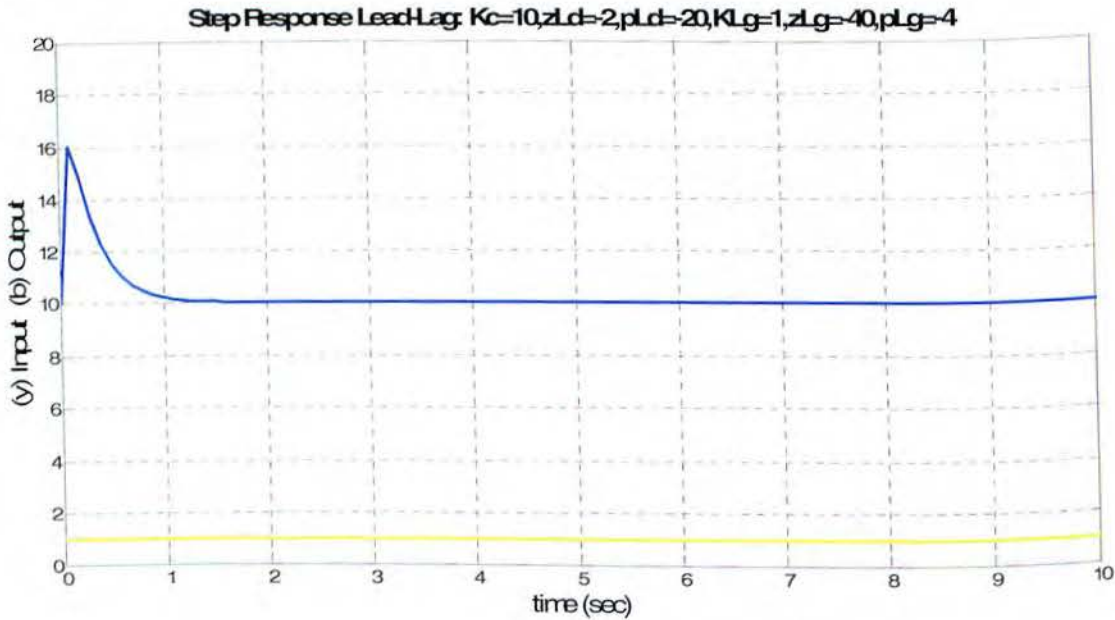
## Ο κώδικας υλοποίησης του Matlab

```
%Lag p<<z
clear all;close all; clc;
% Variables
Kc=1;
z=-20;
p=-2;
t=[0:0.1:20];
%Declare Cotroller
%Lag=tf([1 z],[1 p])
Lag=zpk(z,p,Kc);
% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(Lag,u,t);
plot(t,u,'y',T,y,'b','Linewidth',2.5)
title('Step Response Lag:Kc=1 z=-20, p=-2')
grid
%Bode
figure(2)
bode(Lag)
title('Bode Lag')
grid
%Nyquist
figure(3)
nyquist(Lag)
title('Nyquist Lag')
%RoutLocus
figure(4)
title('Diagrama Topou Rizwn Lag')
rlocus(Lag)
```

Ο ελεγκτής προπορείας-καθυστέρησης Lead-Lag

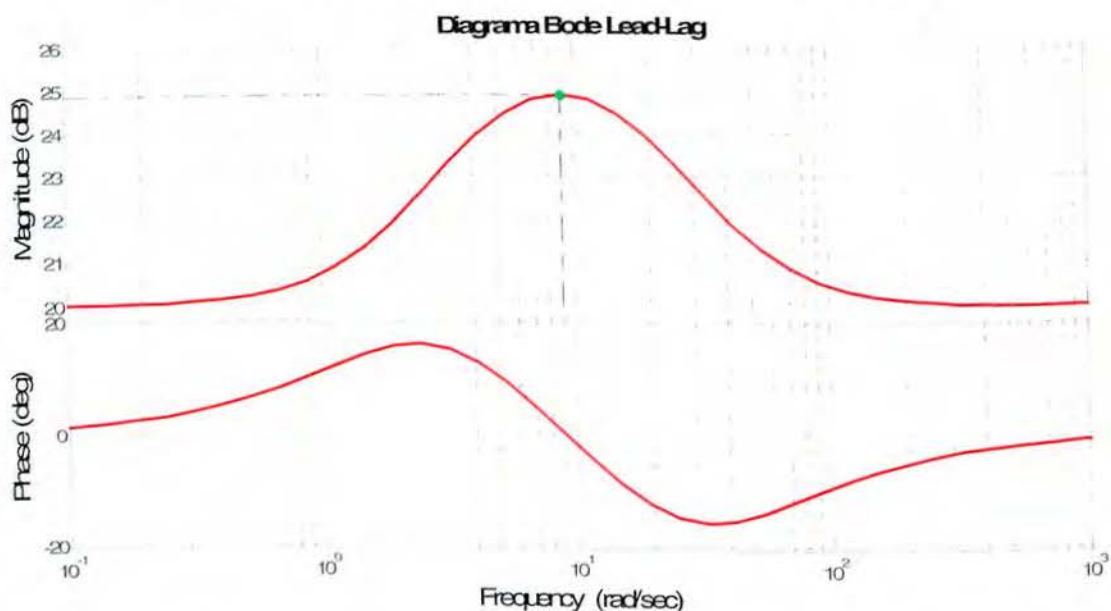


- Έχει συνάρτηση μεταφοράς:  $G(s) = Kc \cdot \frac{(s+zLd)+(s+zLg)}{(s+pLd)+(s+pLg)}$
- Η βηματική του απόκριση είναι για:  $Kc=10$ ,  $zld=-2$ ,  $pld=-20$ ,  $zlg=-40$ ,  $plg=-4$



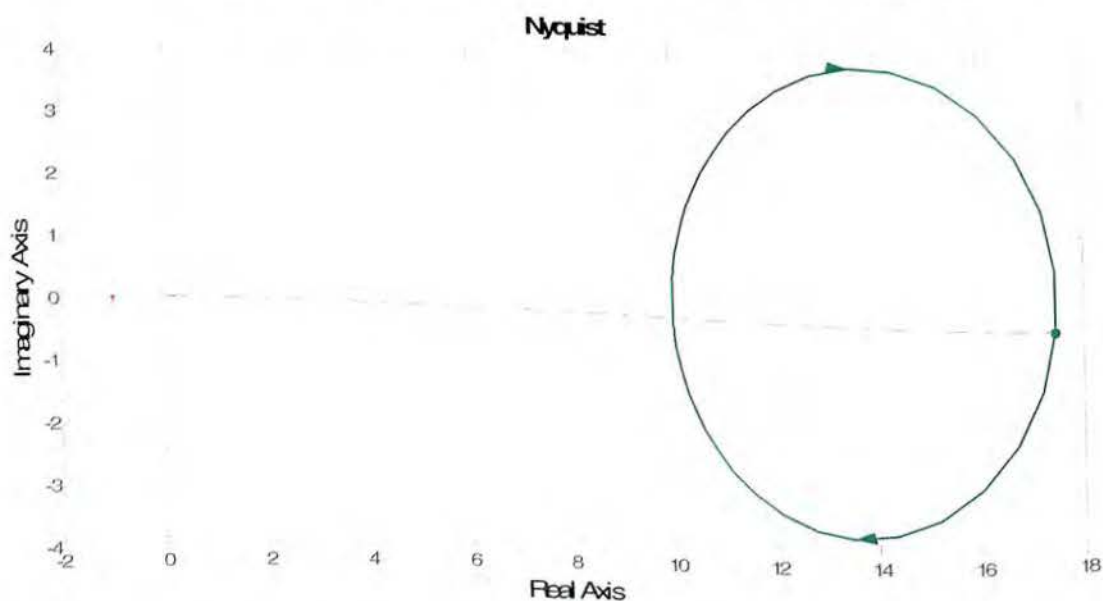
Παρατηρήσεις: Η βηματική απόκριση του ελεγκτή ξεκινάει από το 10 λόγω του  $Kc$  μετά από μια μικρή διαφορά και σε πολύ μικρό χρόνο η έξοδος έρχεται και σταθεροποιείται στο 10 όπου εξακολουθεί να έχει μεγάλο σφάλμα λόγω της ενίσχυσης.

## Το διάγραμμα Bode του ελεγκτή Lead-Lag



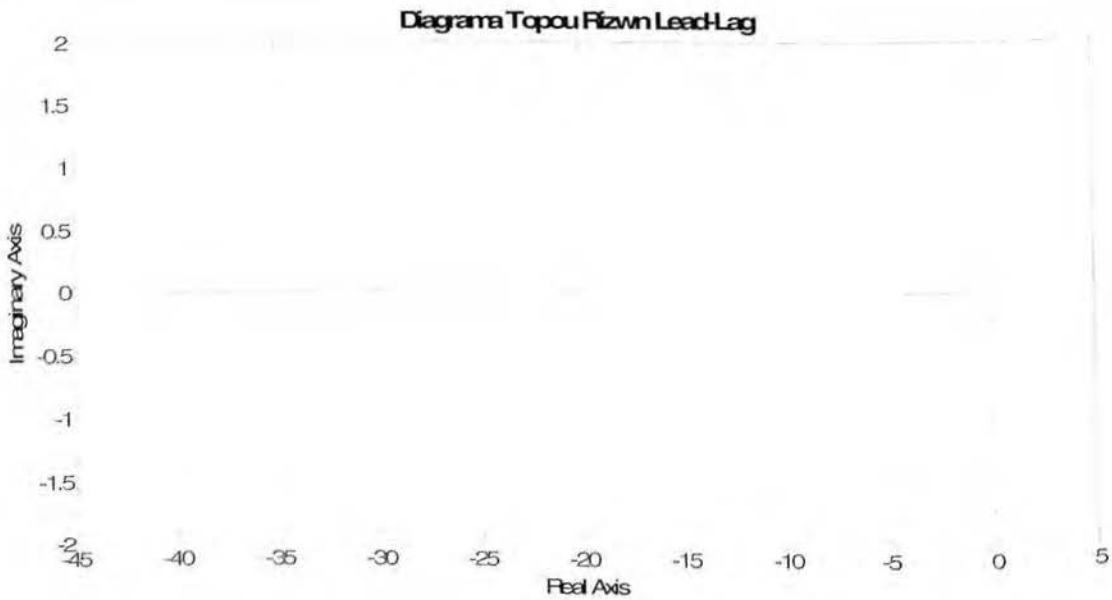
Παρατηρήσεις: Βλέπουμε ότι για το μέτρο έχουμε μεγάλο κέρδος γύρω από τις συχνότητες 1 μέχρι 10 rad/sec και το κέρδος αρχίζει να φθίνει από τις συχνότητες 10 μέχρι 20 rad/sec. Έχουμε ένα συνδυασμό των στοιχείων Lead και Lag που αναλύσαμε προηγουμένως.

## Το διάγραμμα Nyquist του ελεγκτή Lead-Lag



Παρατηρήσεις:

## Το διάγραμμα Τόπου Ριζών του ελεγκτή Lead-Lag



Παρατηρήσεις: Ο ελεγκτής έχει δύο πόλους και δύο ρίζες τις οποίες και θα προσθέσει στο προς έλεγχο σύστημα. Οι σχέσεις που έχουν οι πόλοι και οι ρίζες μεταξύ τους είναι αυτές που έχουν και στους Lead και Lag ελεγκτές.

## Ο κώδικας υλοποίησης στο Matlab είναι

```
%Lead-Lag
clear all;close all; clc;
% Variables
Kc=10;
zLd=-2;
pLd=-20;
KLg=1;
zLg=-40;
pLg=-4;
t=[0:0.1:20];
%Declare Controller Lead-Lag
Lead=zpk(zLd,pLd,Kc);
Lag=zpk(zLg,pLg,KLg);
LeadLag=series(Lead,Lag);
% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(LeadLag,u,t);
plot(t,u,'y',T,y,'b','Linewidth',2.5)
title('Step Response: Kc=10,zLd=-2,pLd=-20,KLg=1,zLg=-40,pLg=-4')
grid
%Bode
figure(2)
bode(LeadLag)
title('Bode')
grid
%Nyquist
figure(3)
nyquist(LeadLag)
title('Nyquist')
%RoutLocus
figure(4)
title('Topos Rizwn')
rlocus(LeadLag)
```

## Σύστημα πρώτης τάξης

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

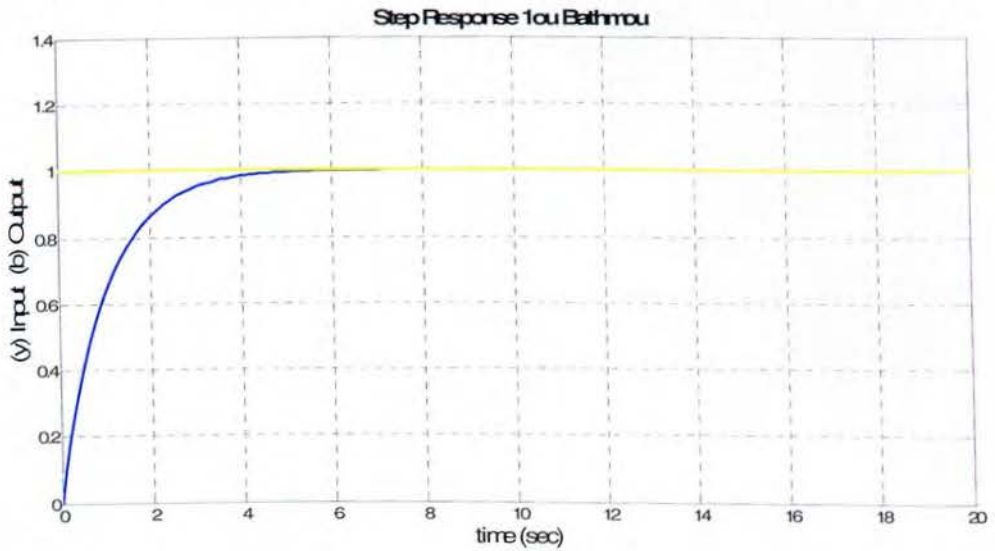
- ✓ Παραδείγματα της συμπεριφοράς του κλειστού συστήματος με ελεγκτές **P,PD,PI,PID,Lead,Lag,Lead-Lag**
- ✓ Χρονικές αποκρίσεις
- ✓ Διαγράμματα Bode
- ✓ Διαγράμματα Nyquist
- ✓ Διαγράμματα Τόπου Ριζών
- ✓ Κώδικες εφαρμογής στο Matlab



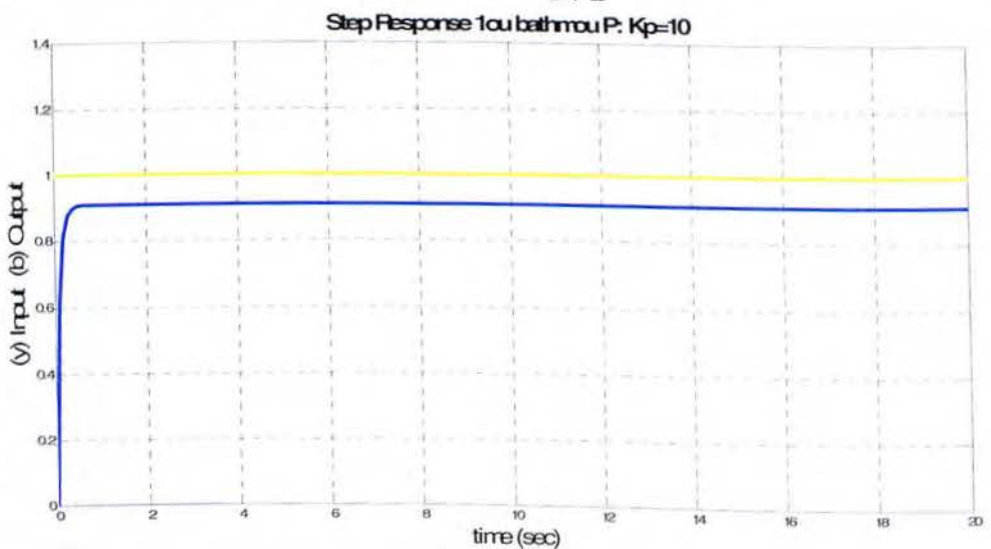
## Οι χρονικές αποκρίσεις του συστήματος πρώτου βαθμού

### ❖ Για $u=1$

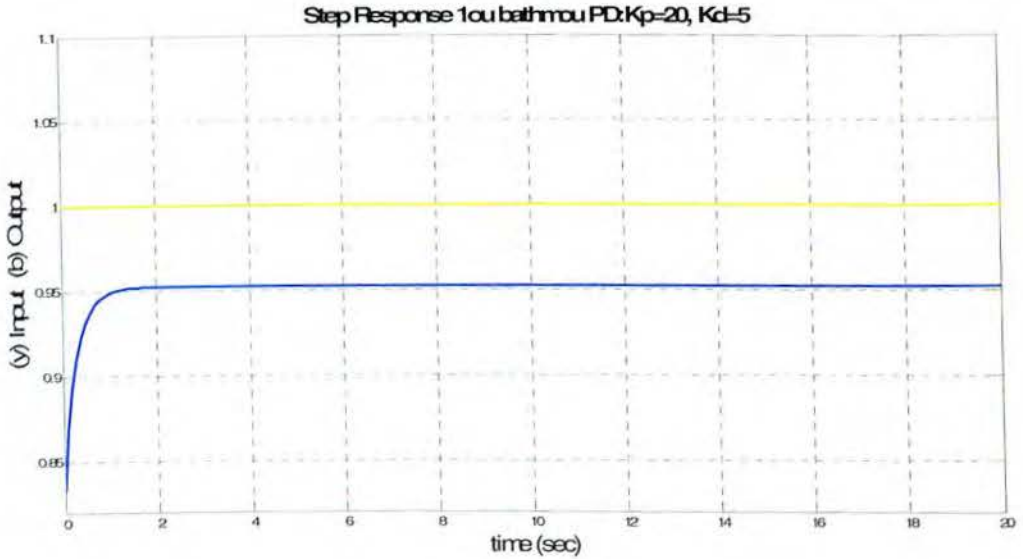
- Η Χρονική απόκριση του συστήματος με συνάρτηση μεταφοράς  $G(s)=\frac{1}{s+1}$



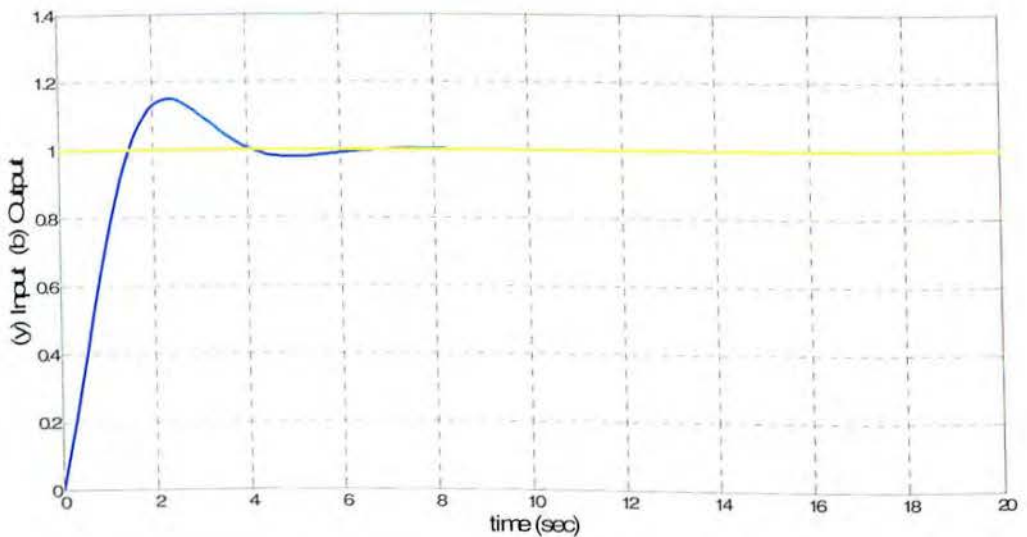
- Η χρονική απόκριση του συστήματος με ελεγκτή Αναλογίας **P**. Με  $K_p=10$  και συνάρτηση μεταφοράς,  $G(s)=K_p \cdot \frac{1}{s+1}$



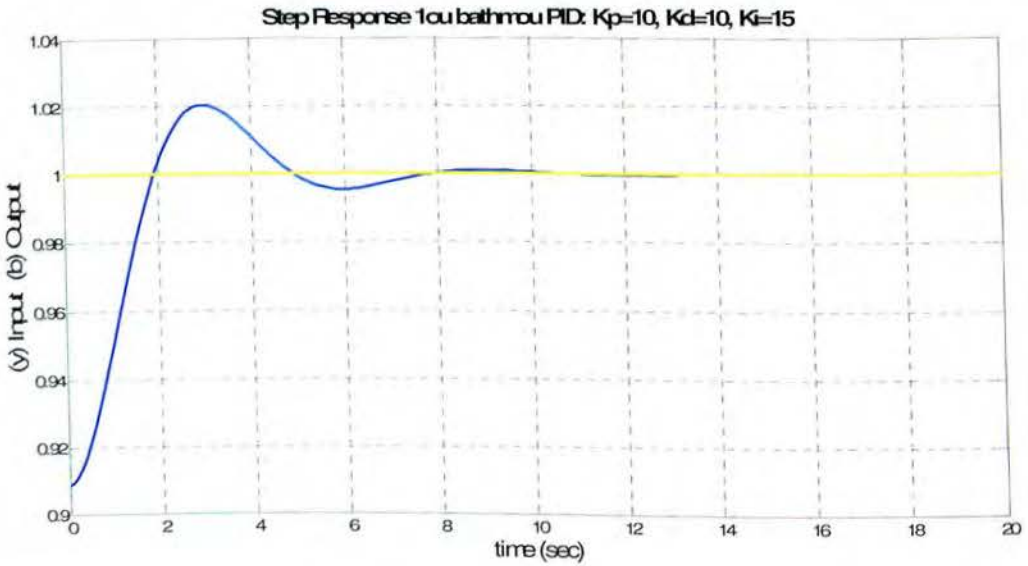
- Η χρονική του απόκριση με ελεγκτή Αναλογίας-Διαφόρισης **PD**. Με  $K_p=20$ ,  $K_d=5$  και συνάρτηση μεταφοράς  $G(s)=\frac{5s+20}{s+1}$



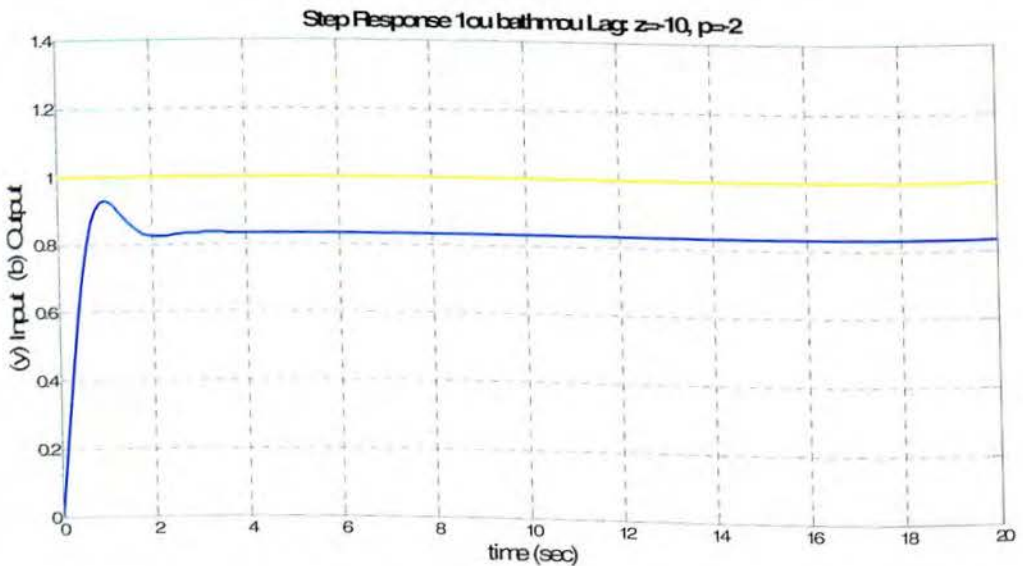
- Η χρονική του απόκριση με ελεγκτή Αναλογίας-Ολοκλήρωσης **PI**. Με  $K_p=0.5$ ,  $K_i=2$  και συνάρτηση μεταφοράς  $G(s)=\frac{0.5s+2}{s^2+s}$



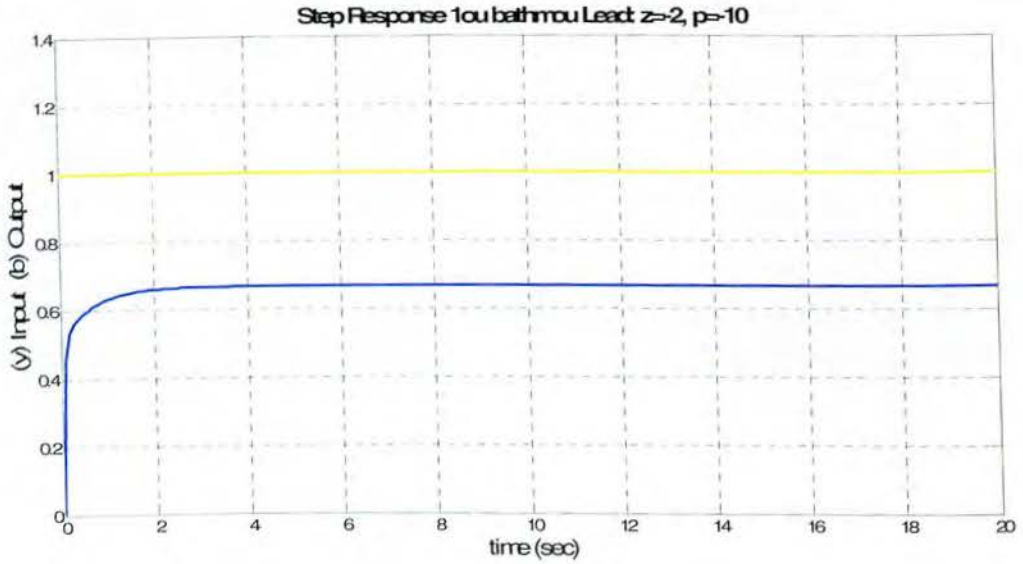
- Η χρονική του απόκριση με ελεγκτή *Αναλογίας-Ολοκλήρωσης-Διαφόρισης* **PID**. Με  **$K_p=10, K_d=10, K_i=15$**  και συνάρτηση μεταφοράς  **$G(s)=\frac{10s^2+10s+15}{s^2+s}$**



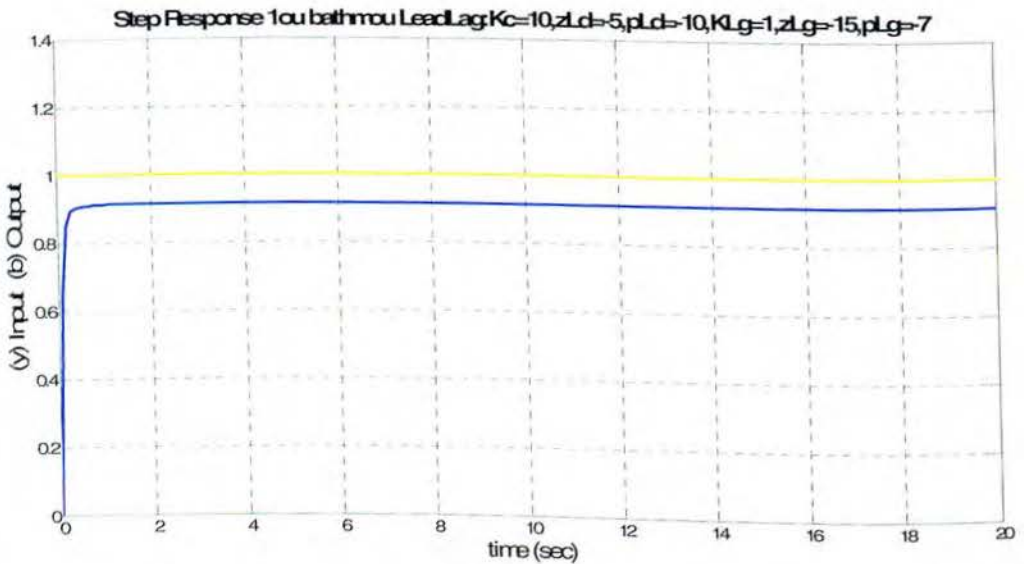
- Η χρονική του απόκριση με ελεγκτή *Καθυσιέρησης Φάσης* **Lag**. Με  **$zLg=-10, pLg=-2$**  και συνάρτηση μεταφοράς  **$G(s)=\frac{s+10}{s^2+3s+2}$**



- Η χρονική του απόκριση με ελεγκτή Προπορείας Φάσης **Lead**. Με  $z_{ld}=-2$  ,  $p_{ld}=-10$  και συνάρτηση μεταφοράς  $G(s)=\frac{10s+20}{s^2+11s+10}$



- Η χρονική του απόκριση με ελεγκτή Προπορείας-Καθυσιέρησης Φάσης **Lead-Lag**. Με  $K_c=10, z_{Ld}=-5, p_{Ld}=-10, z_{Lg}=-15, p_{Lg}=-7$  και συνάρτηση μεταφοράς  $G(s)=\frac{10s^2+210s+20}{s^3+26s^2+275s+250}$

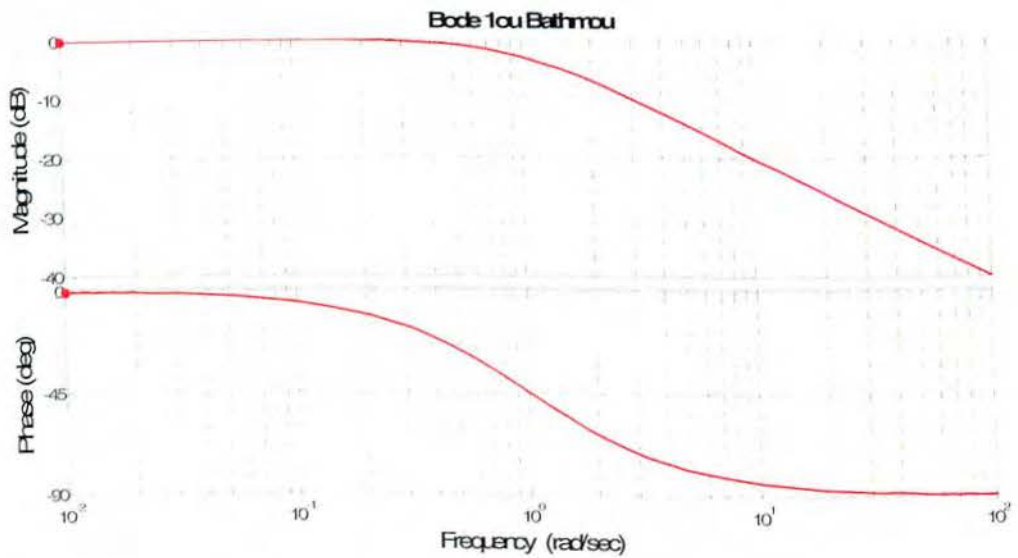


Συμπεράσματα: Από τις χρονικές αποκρίσεις του συστήματος πρώτης τάξης με τους ελεγκτές μπορούμε να δούμε το σφάλμα που αφήνουν οι παθητικοί ελεγκτές Lead, Lag, Lead-Lag σε σχέση με τους ενεργητικούς ελεγκτές P, PD, PI, PID. Επίσης συγκρίνοντας μεταξύ τους το παθητικό στοιχείο αναλογίας-διαφόρισης με το ενεργητικό βλέπουμε ότι το ενεργητικό εξασφαλίζει ακριβώς τη πράξη της διαφόρισης και το σφάλμα που διατηρεί στη τελική κατάσταση είναι μικρότερο. Το ίδιο συμβαίνει και με τα στοιχεία αναλογίας-ολοκλήρωσης όπου και εκεί πιο ποιοτικό είναι το ενεργητικό στοιχείο PI παρ' όλο που έχει μια μικρή υπερύψωση στο τέλος μηδενίζει το σφάλμα, αφού πρακτικά αυτό που κάνει είναι να ολοκληρώνει το σφάλμα που προκύπτει από την επιθυμητή είσοδο σε σχέση με την έξοδο. Στις διαφορές που έχουν τα στοιχεία διαφόρισης με αυτά της ολοκλήρωσης, από τη χρονική απόκριση μπορούμε να δούμε πως τα πρώτα επηρεάζουν τη μεταβατική κατάσταση διατηρώντας ένα σταθερό μόνιμο σφάλμα και πως τα δεύτερα επηρεάζουν τη τελική κατάσταση εξαλείφοντας το σφάλμα.

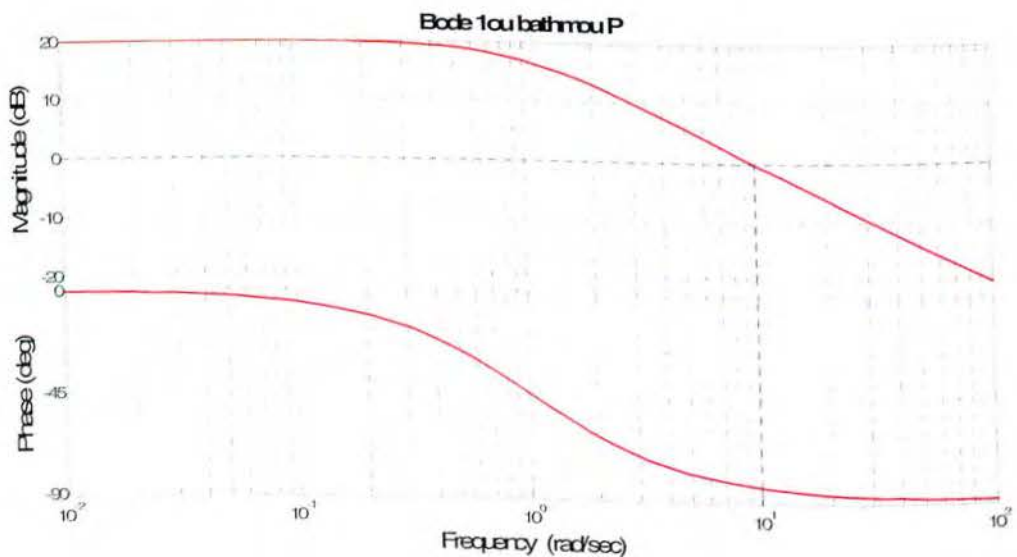


## Τα διαγράμματα Bode του συστήματος

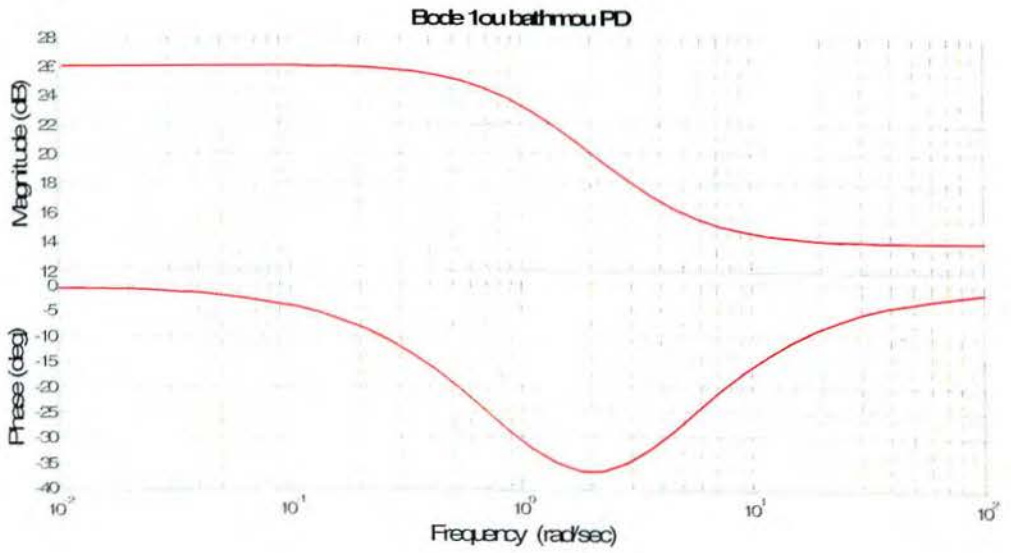
- Ανοικτό σύστημα πρώτης τάξης



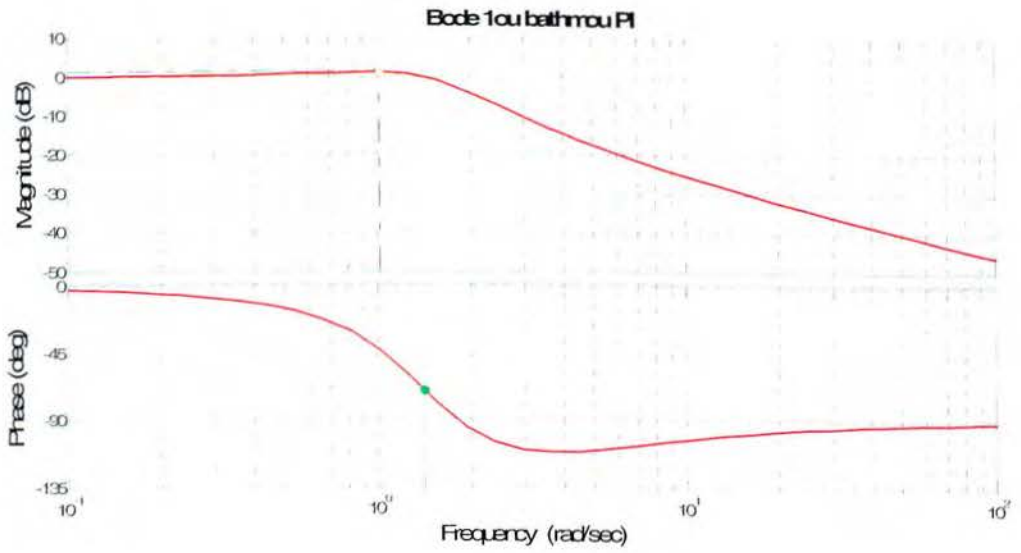
- Κλειστό σύστημα πρώτης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας **P**



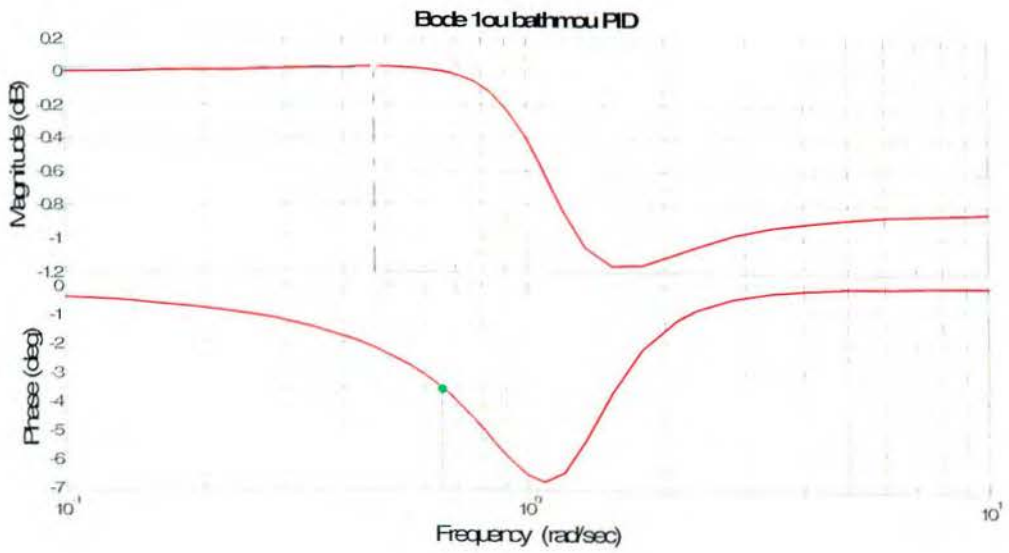
- Σύστημα πρώτης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας-Διαφόρισης **PD**



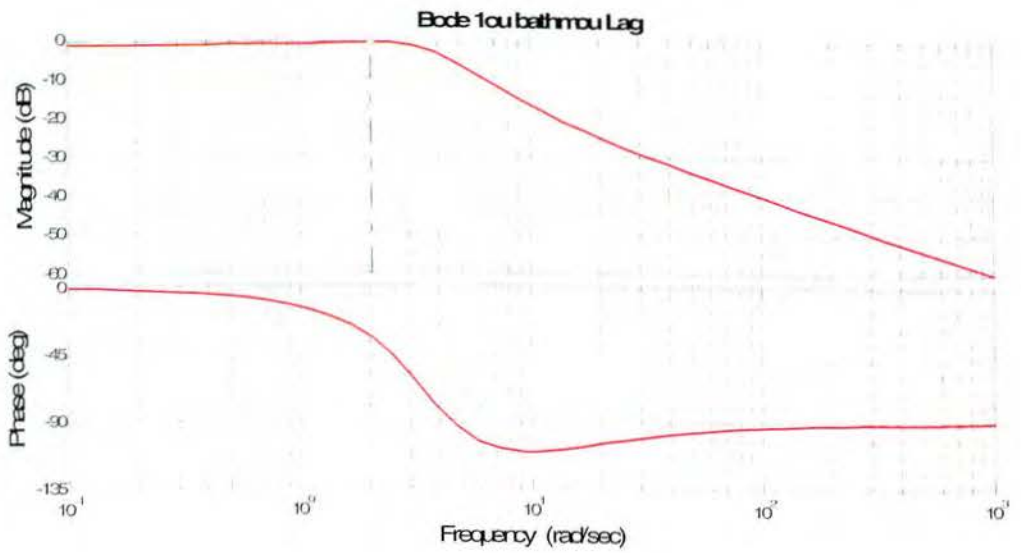
- Σύστημα πρώτης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας-Ολοκλήρωσης **PI**



- Σύστημα πρώτης τάξης με ελεγκτή *Αναλογίας-Ολοκλήρωσης-Διαφόρισης* **PID**

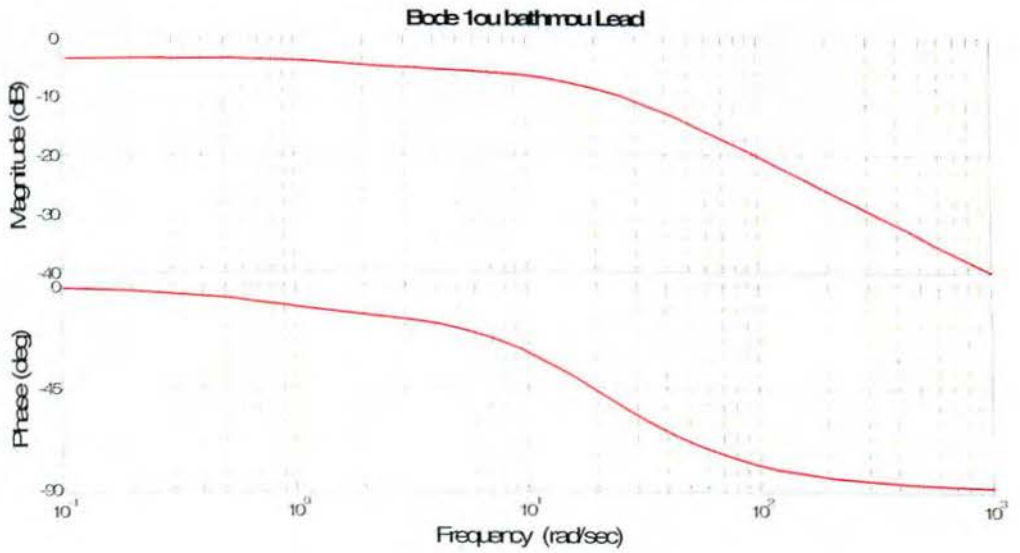


- Σύστημα πρώτης τάξης με ελεγκτή *Καθυστερήσης Φάσης* **Lag**

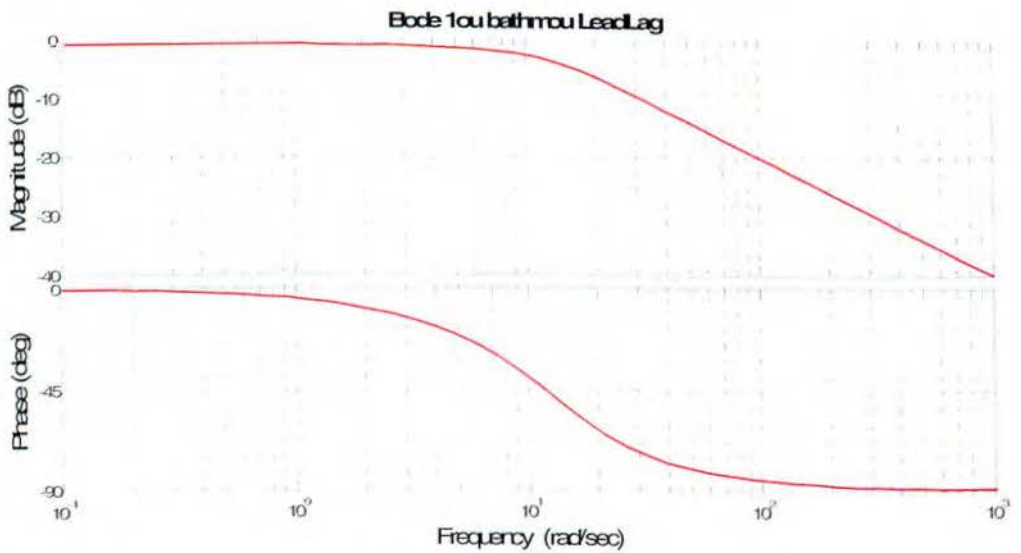




- Σύστημα πρώτης τάξης με ελεγκτή Προπορείας Φάσης **Lead**



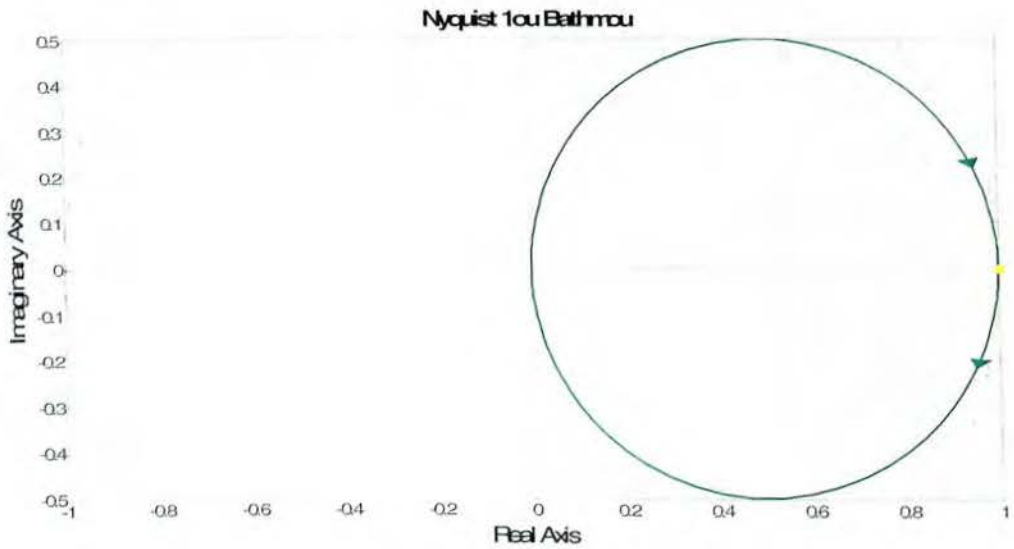
- Σύστημα πρώτης τάξης με ελεγκτή Προπορείας-Καθυστέρησης Φάσης **Lead-Lag**



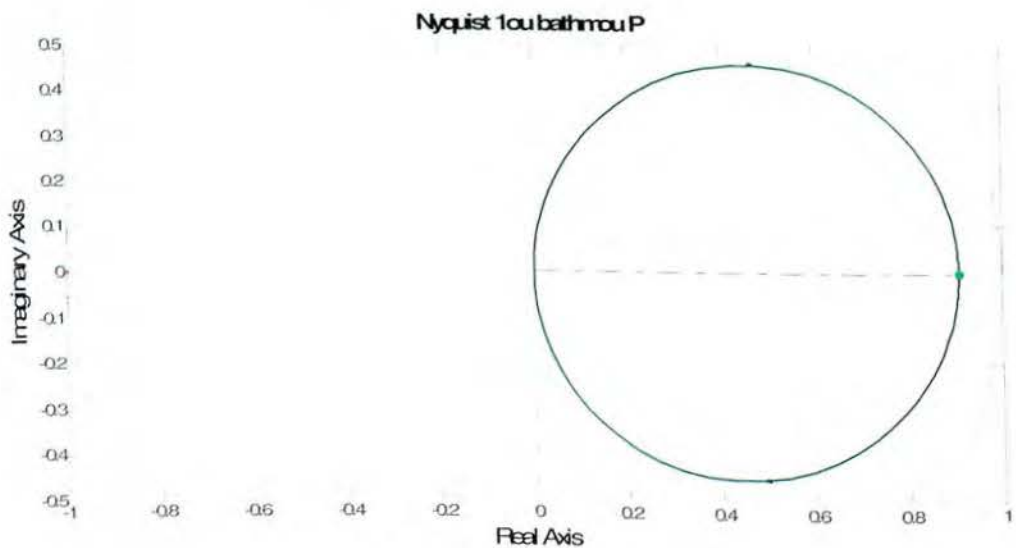
Συμπεράσματα: Από τα διαγράμματα Bode μπορούμε να δούμε πως οι ελεγκτές επηρεάζουν το περιθώριο κέρδους και φάσης. Αφού οι ελεγκτές επιδρούν πάνω στις ρίζες και στους πόλους του συστήματος. Μέσα από τα διαγράμματα Bode και βασικά από το διάγραμμα του ανοικτού συστήματος παίρνουμε πληροφορίες για την ευστάθεια του συστήματος. Εμείς πήραμε και διαγράμματα Bode των κλειστών συστημάτων με τους ελεγκτές για να δείξουμε με αυτό τον τρόπο την επίδρασή τους στο σύστημα στο πεδίο των συχνοτήτων.

## Τα διαγράμματα Nyquist του συστήματος

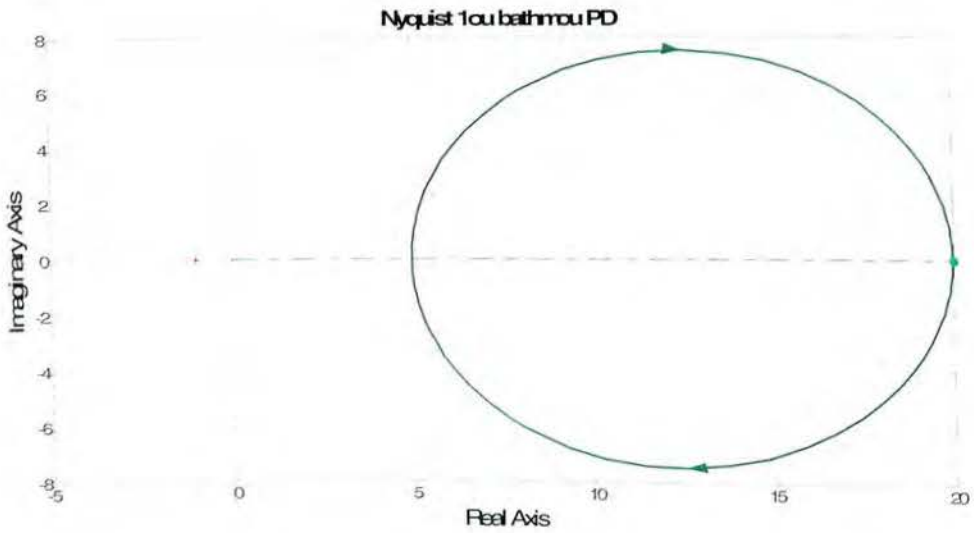
- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος πρώτης τάξης



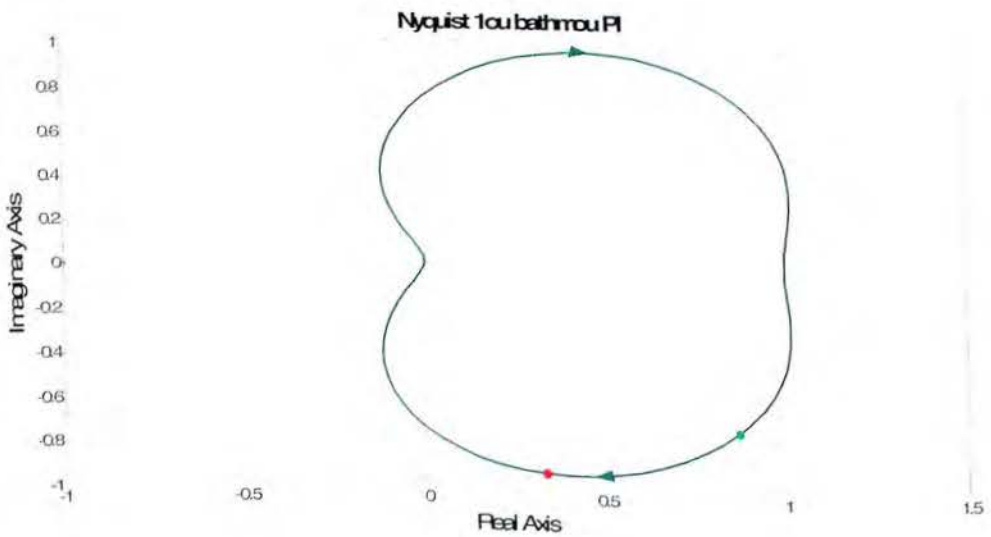
- Το διάγραμμα Nyquist συστήματος πρώτης τάξης με ελεγκτή *Αναλογίας P*



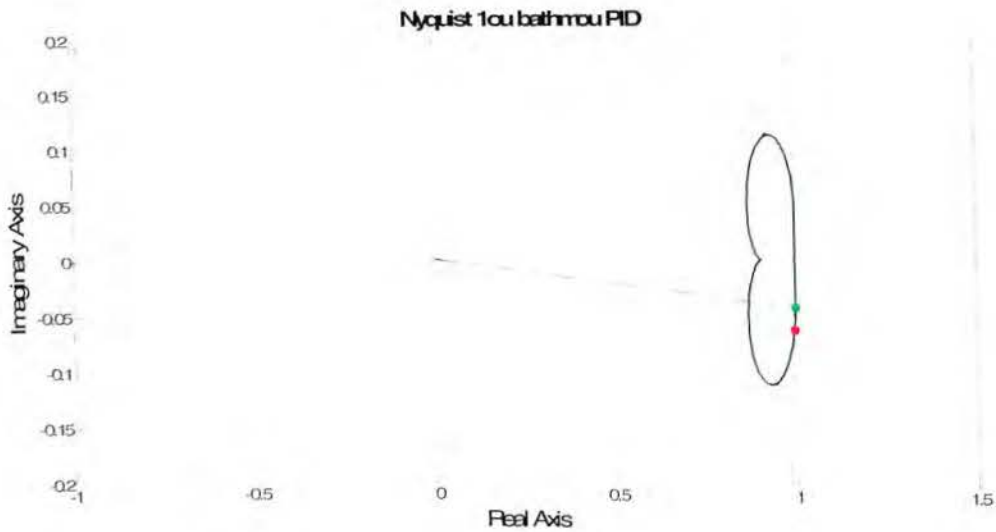
- Το διάγραμμα Nyquist συστήματος πρώτης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας-Διαφόρισης **PD**



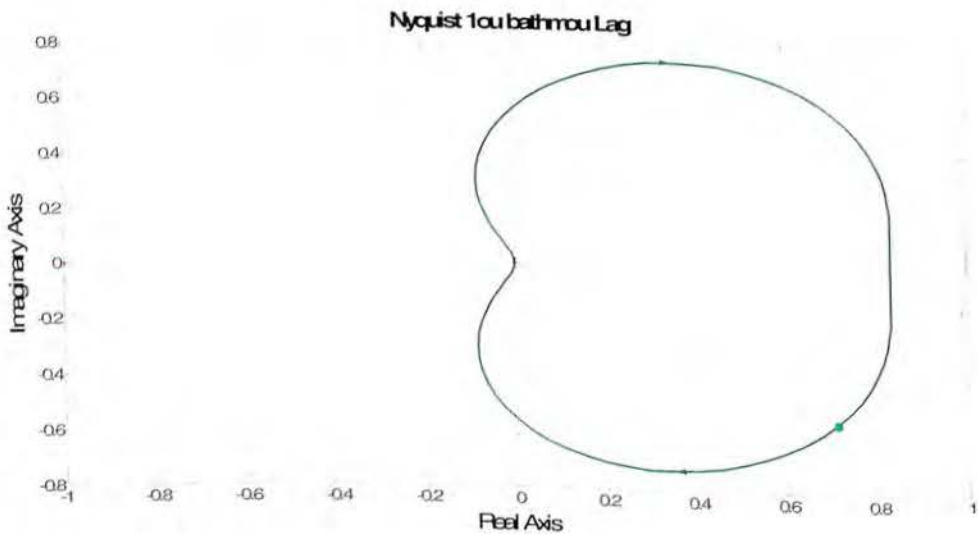
- Το διάγραμμα Nyquist συστήματος πρώτης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας-Ολοκλήρωσης **PI**



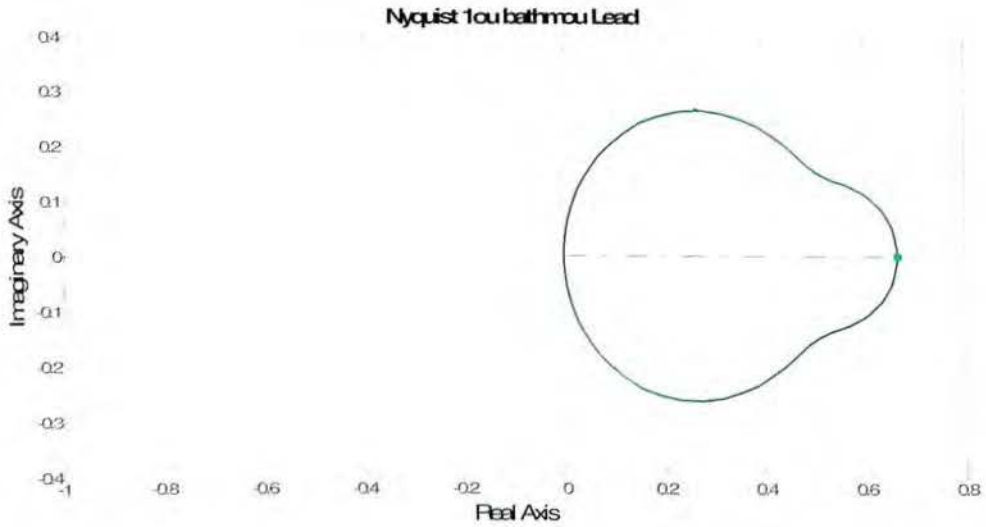
- Το διάγραμμα Nyquist συστήματος πρώτης τάξης με ελεγκτή *Αναλογίας-Ολοκλήρωσης-Διαφόρισης* **PID**



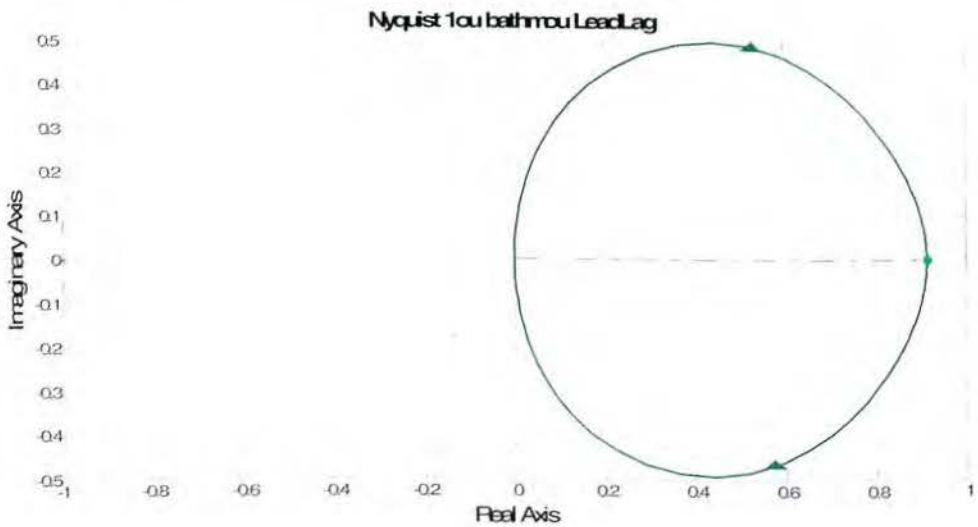
- Το διάγραμμα Nyquist συστήματος πρώτης τάξης με ελεγκτή *Καθυστερήσης Φάσης* **Lag**



- Το διάγραμμα Nyquist συστήματος πρώτης τάξης με ελεγκτή *Προπορείας Φάσης Lead* **Lead**



- Το διάγραμμα Nyquist συστήματος πρώτης τάξης με ελεγκτή *Προπορείας Καθυστέρησης Φάσης Lead-Lag* **Lead-Lag**.

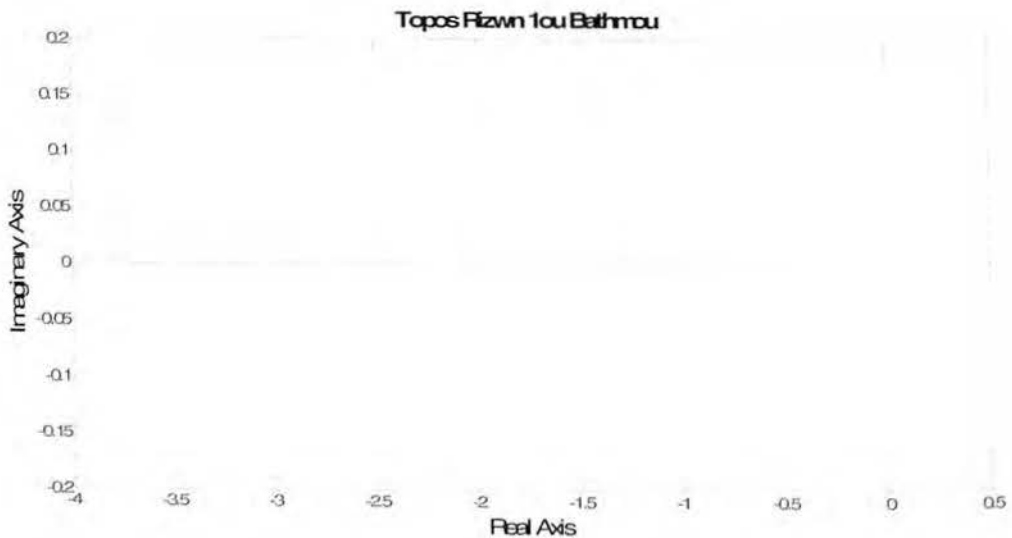


Συμπεράσματα: Από τα διαγράμματα Nyquist μπορούμε να δούμε ταυτόχρονα το περιθώριο κέρδους και φάσης του συστήματος και να πάρουμε πληροφορίες για τη συμπεριφορά του συστήματος σε όλο το φάσμα των συχνοτήτων του και συγκεκριμένα και για τις αρνητικές κάτι που δεν βλέπουμε στα Bode. Με κόκκινο συμβολίζονται τα σημεία συχνοτήτων με το ελάχιστο κέρδος μέτρου και φάσης ενώ με πράσινο τα σημεία με το μέγιστο.

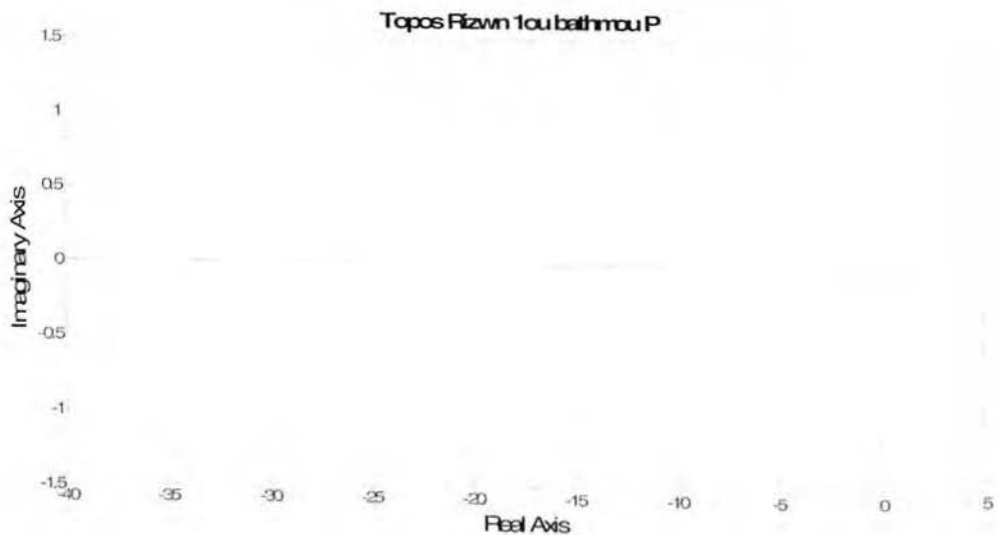


## Τα διαγράμματα του Τόπου Ριζών του συστήματος

- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος πρώτης τάξης.

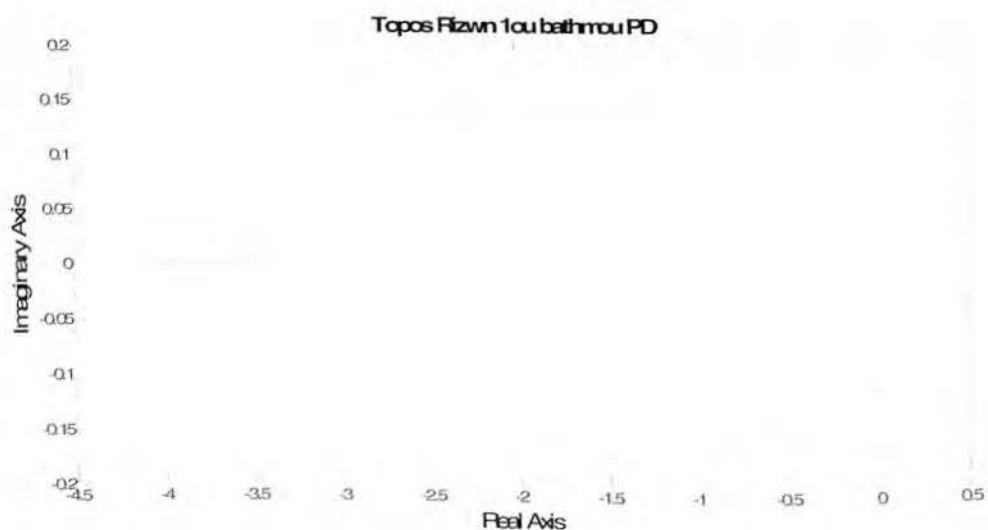


- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος πρώτης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας **P**.

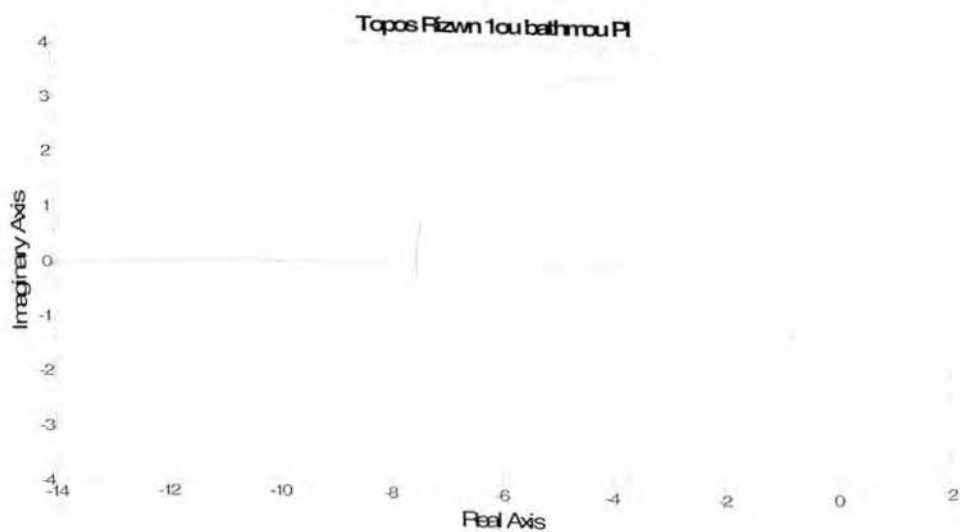




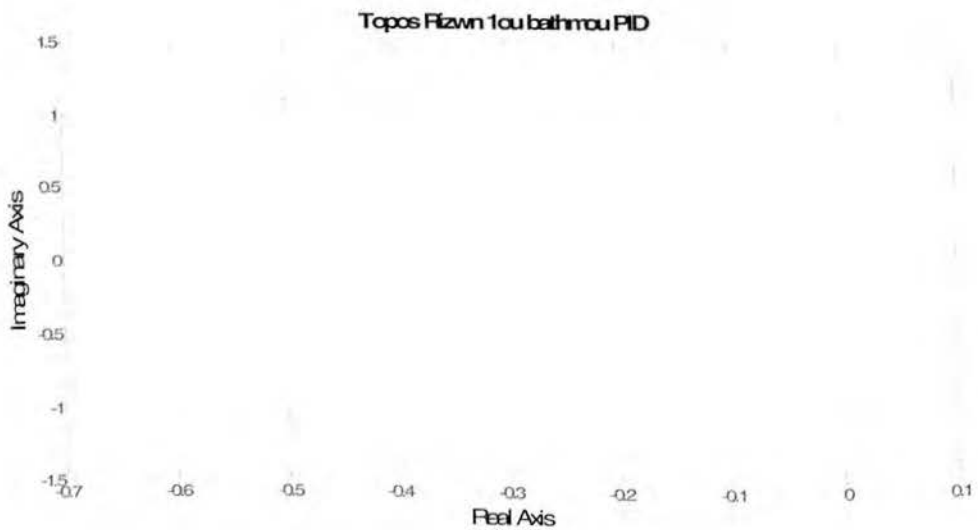
- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος πρώτης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας-Διαφόρισης **PD**.



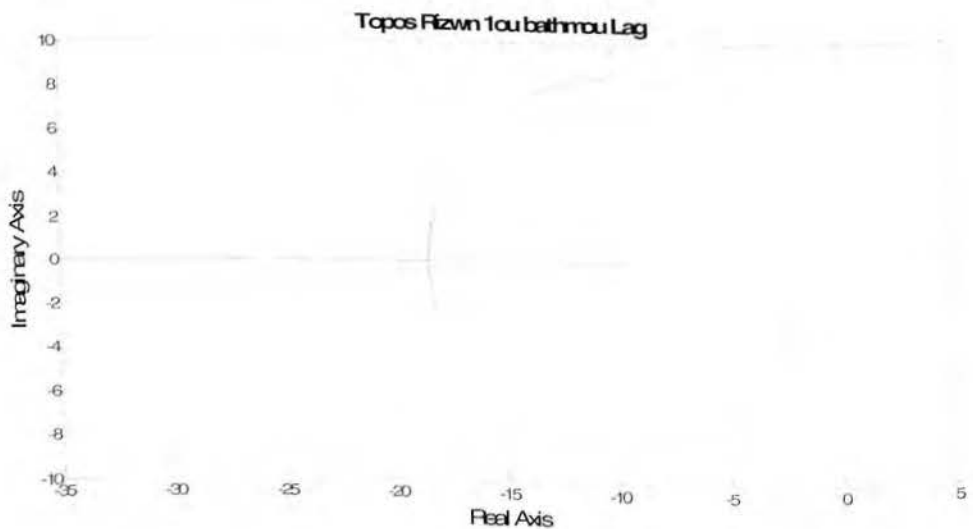
- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος πρώτης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας-Ολοκλήρωσης **PI**.



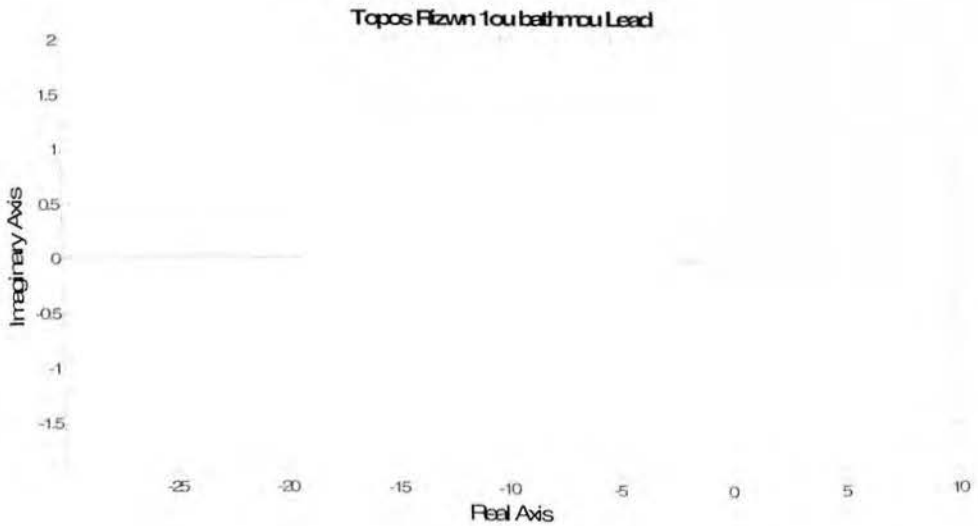
- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος πρώτης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας-Ολοκλήρωσης-Διαφόρισης **PID**.



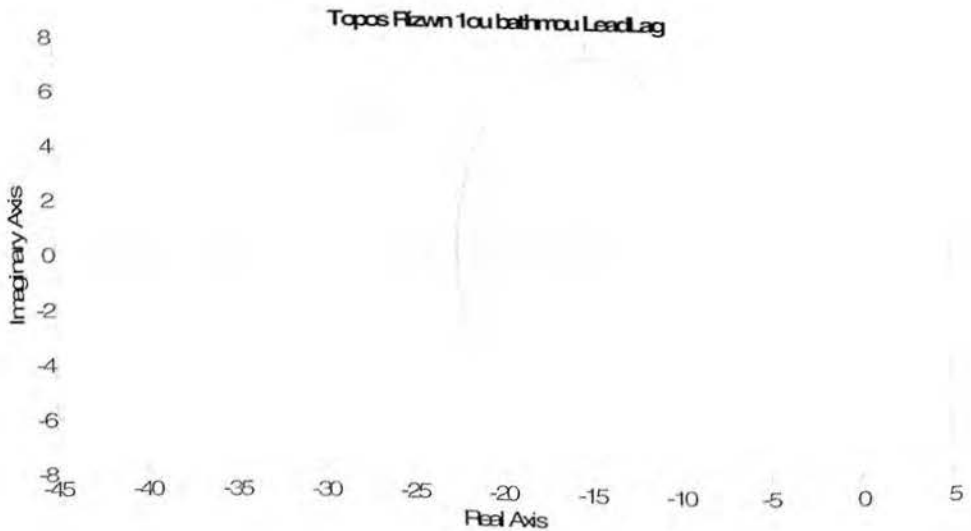
- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος πρώτης τάξης με ελεγκτή Καθυστερήσης Φάσης **Lag**.



- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος πρώτης τάξης με ελεγκτή Προπορείας Φάσης **Lead**.



- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος πρώτης τάξης με ελεγκτή Προπορείας-Καθυστέρησης Φάσης **Lead-Lag**



Συμπεράσματα: Τα διαγράμματα του Τόπου Ριζών είναι πολύ σημαντικά γιατί μας απεικονίζουν την ανακατανομή των πόλων και των ριζών του συστήματος μετά την εφαρμογή των ελεγκτών. Παίρνουμε πληροφορίες ευστάθειας με κριτήριο όλοι οι πόλοι και οι ρίζες του συστήματος να βρίσκονται στο αριστερό αρνητικό ημιεπίπεδο. Από τα διαγράμματα T.P. μπορούμε εύκολα να εντοπίσουμε τυχόν ασταθής ή οριακά ασταθής πόλους και να επιλέξουμε το κατάλληλο ελεγκτή.

## Κώδικες υλοποίησης στο MatLab

- Για το σύστημα πρώτης τάξης.

```
%systema lou bathmou
num=[1];
den=[1 1];
syslopen=tf(num,den)

%Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(syslopen,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'g','Linewidth',2.5)
title('Systima lou Bathmou');
grid

%Bode
figure(2)
bode(syslopen)
title('Bode lou Bathmou')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(syslopen)
title('Nyquist lou Bathmou')

%Routlocus
figure(4)
rlocus(syslopen)
title('Topos Rizwn lou Bathmou')
```

➤ Για το σύστημα πρώτης τάξης με ελεγκτή **P**

```

%Systema lou Bathmou-Controller P
clear all;close all; clc;
% Variables
Kp=10;
t=[0:0.1:20];
% Declare Controlller
P=tf([Kp],[1]);
% Declare SyslouBathmou
num=[1];
den=[1 1];
sys1=tf(num,den);
openSysP1=series(P,sys1);
sysH=1;
clSysP1=feedback(openSysP1,sysH,-1);

% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clSysP1,u,t);
plot(t,u,'y',T,y,'b','Linewidth',3)
title('Step Response lou bathmou P: Kp=10')
grid

%Bode
figure(2)
bode(openSysP1)
margin(openSysP1)
title('Bode lou bathmou P')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(clSysP1)
title('Nyquist lou bathmou P')

%RoutLocus
figure(4)
rlocus(clSysP1)
title('Topos Rizwn lou bathmou P')

```

➤ Για το σύστημα πρώτης τάξης με ελεγκτή **PD**

```
%clsys1_PD
clear all;close all; clc;
% Variables
Kp=20;
Kd=5;
t=[0:0.1:20];
% Declare Controller
PD=tf([Kd Kp],[1]);
% Declare sysstima lou bathmou
num=[1];
den=[1 1];
syslopen=tf(num,den);
% Declare Sysstima-PD
G=series(PD,syslopen)
sysH=1;
clsys1=feedback(G,sysH,-1);

% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys1,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Step Response lou bathmou PD:Kp=20, Kd=5')
grid

%Bode
figure(2)
bode(G)
title('Bode lou bathmou PD')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(G)
title('Nyquist lou bathmou PD')

%RoutLocus
figure(4)
rlocus(clsys1)
title('Topos Rizwn lou bathmou PD')
```

- Για το σύστημα πρώτης τάξης με ελεγκτή **PI**

```
%clsys1_PI
clear all;close all; clc;
% Variables
Kp=0.5;
Ki=2;
t=[0:0.1:20];
%Declare Controller
PI=tf([Kp Ki],[1 0]);
% Declare systima lou bathmou
num=[1];
den=[1 1];
syslopen=tf(num,den);
% Declare systima lou bathmou-PD
G=series(PI,syslopen)
sysH=1;
clsys1=feedback(G,sysH,-1);

% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys1,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Step Response lou bathmou PI: Kp=0.5, Ki=2')
grid

%Bode
figure(2)
bode(clsys1)
title('Bode lou bathmou PI')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys1)
title('Nyquist lou bathmou PI')

%RoutLocus
figure(4)
rlocus(clsys1)
title('Topos Rizwn lou bathmou PI')
```



- Για το σύστημα πρώτης τάξης με ελεγκτή **PID**

```

%clSys1_PID
clear all;close all; clc;
%Variables
Kp=10;
Kd=10;
Ki=15;
t=[0:0.1:20];
%Declare Controller
numPID=[Kd Kp Ki];
denPID=[1 0];
PIDsys=tf(numPID,denPID);
%systema lou bathmou
num=[1];
den=[1 1];
syslopen=tf(num,den);
%Declare systema lou bathmou-PID
G=series(PIDsys,syslopen)
sysH=1;
clsys1=feedback(G,sysH,-1);
% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys1,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Step Response lou bathmou PID: Kp=10, Kd=10,
Ki=15');
grid
%Bode
figure(2)
bode(clsys1)
title('Bode lou bathmou PID')
grid
%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys1)
title('Nyquist lou bathmou PID')
%RoutLocus
figure(4)
rlocus(clsys1)
title('Topos Rizwn lou bathmou PID')

```

➤ Για το σύστημα πρώτης τάξης με ελεγκτή **Lag**

```

% Systema lou Bathmou Lag Controller
clear all;close all; clc;
% Variables
Kc=1;
z=-10;
p=-2;
t=[0:0.1:20];
%Declare Cotroller
%Lag=tf([1 z],[1 p])
Lag=zpk(z,p,Kc);
%systema lou bathmou
num=[1];
den=[1 1];
syslopen=tf(num,den);
%Declare Systema lou Bathmou - Lead Controller
opensys1Lag=series(Lag,syslopen)
sysH=1;
clsys1Lag=feedback(opensys1Lag,sysH,-1);

% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys1Lag,u,t);
plot(t,u,'y',T,y,'b','Linewidth',2.5)
title('Step Response lou bathmou Lag: z=-10, p=-2')
grid
%Bode
figure(2)
bode(clsys1Lag)
title('Bode lou bathmou Lag')
grid
%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys1Lag)
title('Nyquist lou bathmou Lag')
%RoutLocus
figure(4)
rlocus(clsys1Lag)
title('Topos Rizwn lou bathmou Lag')

```

➤ Για το σύστημα πρώτης τάξης με ελεγκτή **Lead**

```
% Systima lou Bathmou Lead Controller
clear all;close all; clc;
% Variables
Kc=10;
z=-2;
p=-10;
t=[0:0.1:20];
%Declare Controller
Lead=zpk(z,p,Kc);
%systema lou bathmou
num=[1];
den=[1 1];
syslopen=tf(num,den);
%Declare Systima lou Bathmou - Lead Controller
opensysllead=series(Lead,syslopen)
sysH=1;
clsysllead=feedback(opensysllead,sysH,-1);

% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsysllead,u,t);
plot(t,u,'y',T,y,'b','Linewidth',2.5)
title('Step Response lou bathmou Lead: z=-2, p=-10')
grid

%Bode
figure(2)
bode(clsysllead)
title('Bode lou bathmou Lead')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsysllead)
title('Nyquist lou bathmou Lead')

%RoutLocus
figure(4)
rlocus(clsysllead)
title('Topos Rizwn lou bathmou Lead')
```

- Για το σύστημα πρώτης τάξης με ελεγκτή **Lead-Lag**

```

%Systema lou Bathmou Lead-Lag Controller
clear all;close all; clc;
% Variables
Kc=10;
zLd=-5;
pLd=-10;
KLg=1;
zLg=-15;
pLg=-7;
t=[0:0.1:20];
%Declare Controller Lead-Lag
Lead=zpk(zLd,pLd,Kc);
Lag=zpk(zLg,pLg,KLg);
LeadLag=series(Lead,Lag);
%systema lou bathmou
num=[1];
den=[1 1];
syslopen=tf(num,den);
%Declare clsys1LeadLag
opensys1leadlag=series(LeadLag,syslopen)
sysH=1;
clsys1LeadLag=feedback(opensys1leadlag,sysH,-1)

% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys1LeadLag,u,t);
plot(t,u,'y',T,y,'b','Linewidth',2.5)
title('Step Response lou bathmou LeadLag:Kc=10,zLd=-5,pLd=-
10,KLg=1,zLg=-15,pLg=-7')
grid
%Bode
figure(2)
bode(clsys1LeadLag)
title('Bode lou bathmou LeadLag')
grid
%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys1LeadLag)
title('Nyquist lou bathmou LeadLag')
%RoutLocus
figure(4)
rlocus(clsys1LeadLag)
title('Topos Rizwn lou bathmou LeadLag')

```

## Σύστημα δεύτερης τάξης

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 5s + 6}$$

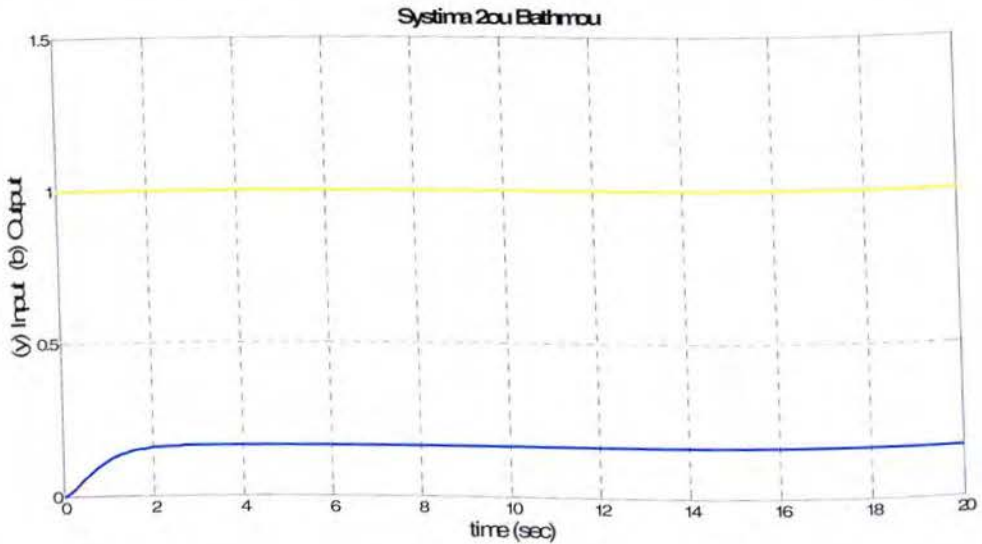
- ✓ Έστω η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος με δύο πραγματικούς ευσταθής πόλους  $s=-2$  και  $s=-3$
- ✓ Παραδείγματα της συμπεριφοράς του κλειστού συστήματος με ελεγκτές **P,PD,PI,PID,Lead,Lag,Lead-Lag**
- ✓ Χρονικές αποκρίσεις
- ✓ Διαγράμματα Bode
- ✓ Διαγράμματα Nyquist
- ✓ Διαγράμματα Τόπου Ριζών
- ✓ Κώδικες εφαρμογής στο Matlab



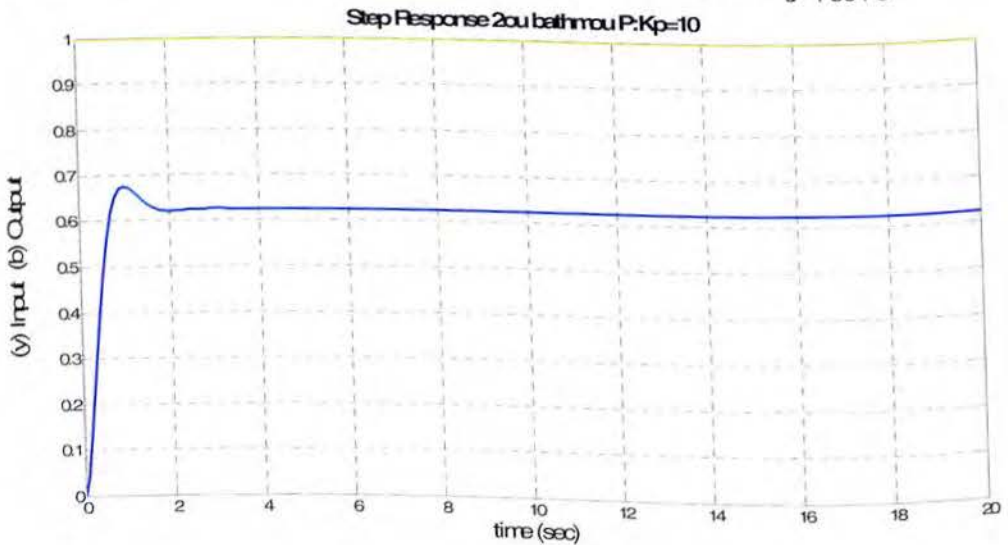
## Οι χρονικές αποκρίσεις συστήματος δεύτερης τάξης

### ❖ Για $u=1$

- Η χρονική απόκριση του συστήματος δεύτερης τάξης με συνάρτηση μεταφοράς  $G(s) = \frac{1}{s^2+5s+6}$

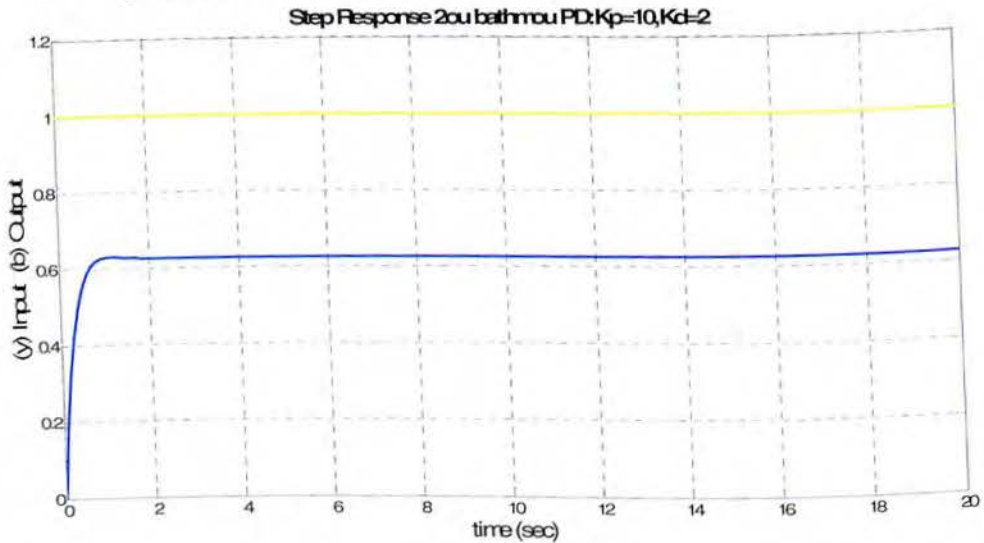


- Η χρονική απόκριση του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας P. Για  $K_p=10$  και συνάρτηση μεταφοράς  $G(s) = K_p \cdot \frac{1}{s^2+5s+6}$

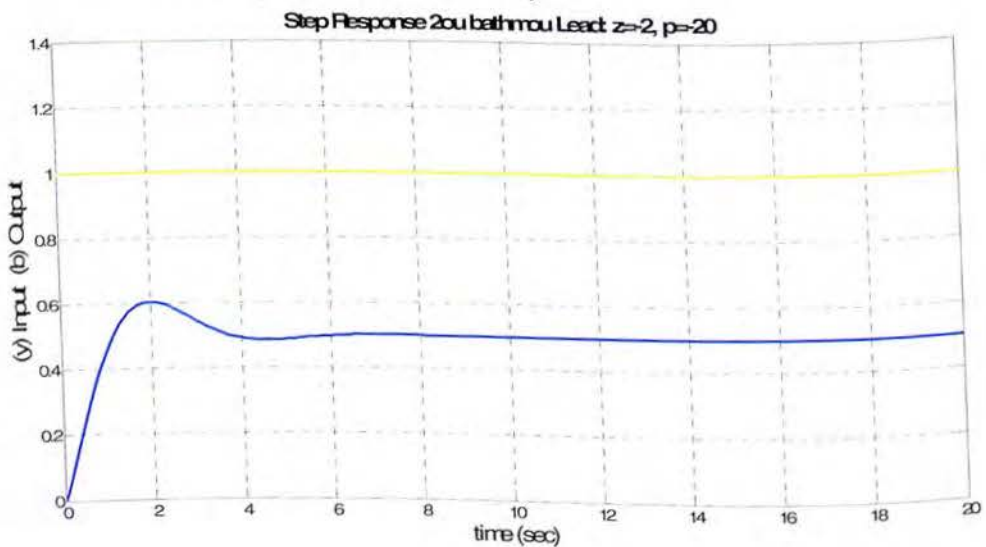


- Η χρονική απόκριση του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας- Διαφόρισης **PD**. Για **Kp=10, Kd=2** και συνάρτηση μεταφοράς

$$G(s) = \frac{2s+10}{s^2+5s+6}$$

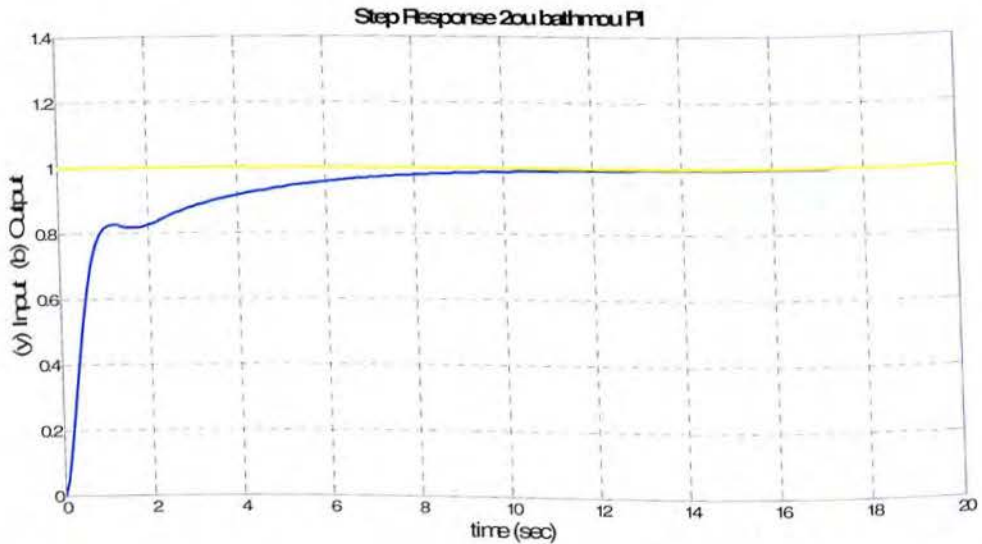


- Η χρονική απόκριση του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή Προπορείας Φάσης **Lead**. Για **zLd=-2, pLd=-20** Kc=10 και συνάρτηση μεταφοράς  $G(s) = \frac{(10s+20)}{(s^3+20s^2+29s+38)}$



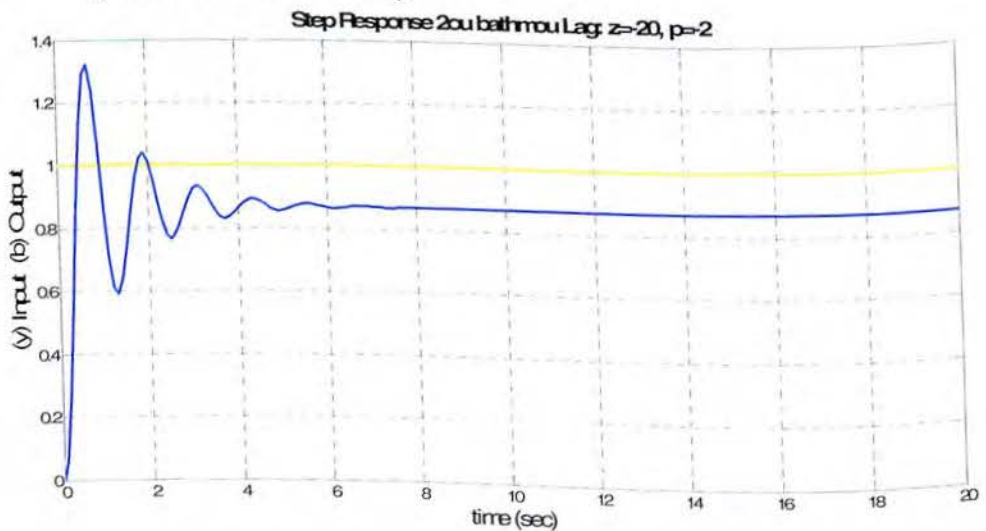
- Η χρονική απόκριση του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας-Ολοκλήρωσης **PI**. Για **Kp=10, Ki=5** με συνάρτηση μεταφοράς

$$G(s) = \frac{(10s+5)}{(s^3+5s^2+16s+5)}$$



- Η χρονική απόκριση του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή Καθυστέρησης Φάσης **Lag**. Για **zLg=-10, pLg=-5** με συνάρτηση μεταφοράς

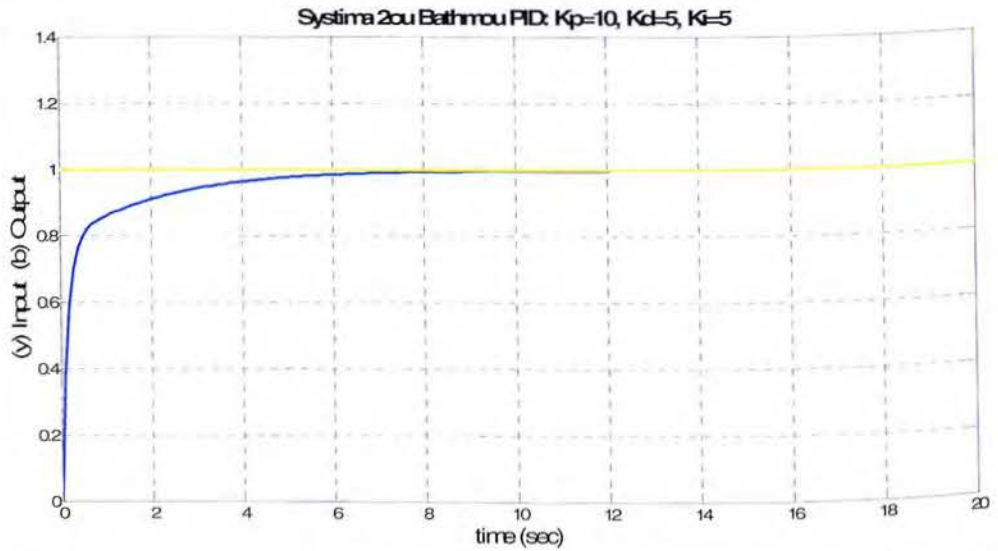
$$G(s) = \frac{(10s+20)}{(s^3+9.6s^2+40s+216)}$$





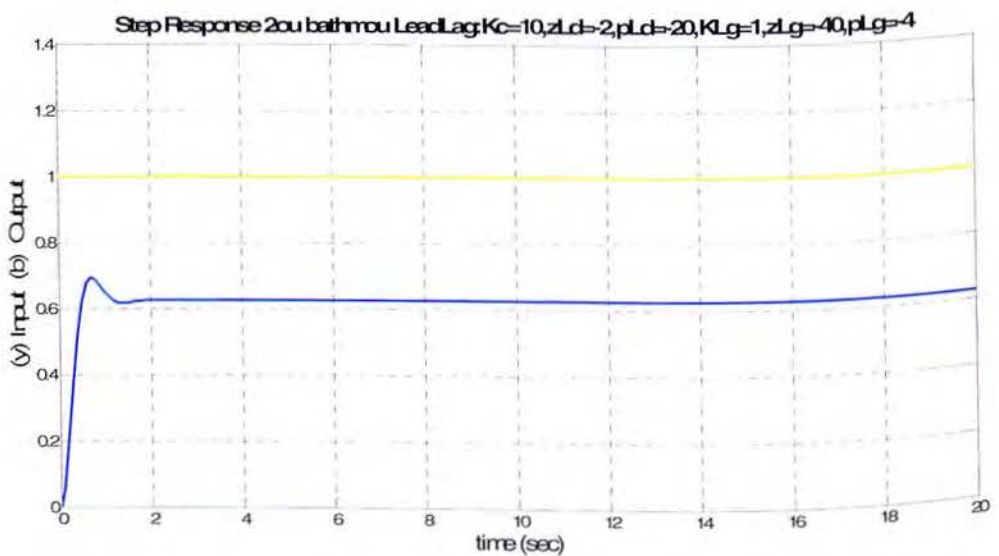
- Η χρονική απόκριση του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή *Αναλογίας-Ολοκλήρωσης-Διαφόρισης* **PID**. Για  **$K_p=10, K_i=5, K_d=5$**  με συνάρτηση

$$\text{μεταφοράς } G(s) = \frac{(5s^2 + 10s + 5)}{(s^3 + 10s^2 + 16s + 5)}$$



- Η χρονική απόκριση του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή *Προπορείας-Καθυστέρησης Φάσης* **Lead-Lag**. Για  $zLd=-2, pLd=-20, Kc=10, KLg=1, zLg=-40, pLg=-4$ , με συνάρτηση μεταφοράς

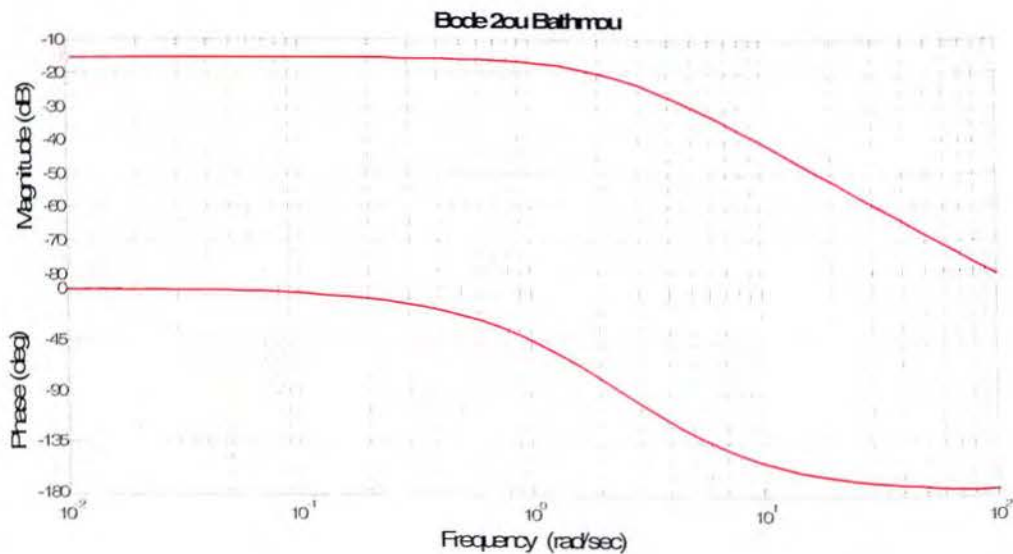
$$G(s) = \frac{(30s^2 + 400s + 80)}{(s^4 + 28s^3 + 203s^2 + 240s + 8456)}$$



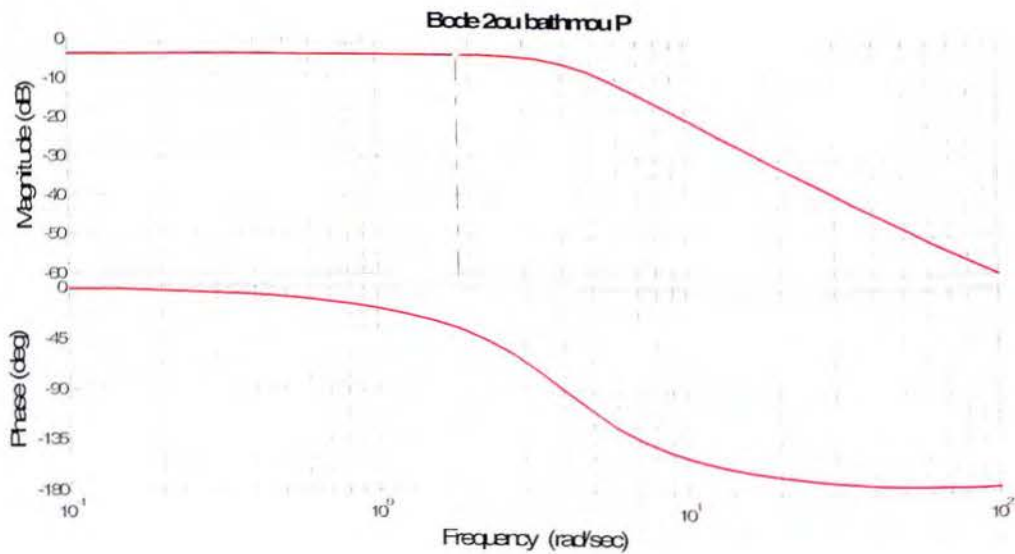
Συμπεράσματα: Απο τις χρονικές απόκρισης του συστήματος δεύτερης τάξης γίνεται εμφανή η ποιοτική διαφορά μεταξύ των παθητικών και των ενεργητικών στοιχείων ελέγχου. Συγκεκριμένα το στοιχείο PD είναι ποιοτικά καλύτερο από το αντίστοιχο Lead αφού στη γραφική παράσταση μπορούμε να δούμε ότι εκτελεί καλύτερα τη πράξη της διαφόρισης στη μεταβατική κατάσταση του συστήματος διατηρώντας μικρότερο σφάλμα στη τελική κατάσταση. Για τα στοιχεία PI και Lag οι διαφορές είναι ακόμα πιο εμφανείς αφού το PI κάνει καλύτερα τη πράξη ολοκλήρωσης του σφάλματος σε σχέση με το Lag το οποίο αρχικά εκτρέπει το σύστημα σε μια φθίνουσα ταλάντωση μέχρι να καταλήξει στη τελική κατάσταση διατηρώντας πάντα ένα μικρό σφάλμα. Για τα στοιχεία PID και Lead-Lag οι διαφορές είναι επίσης σημαντικές. Ο PID ελεγκτής προσεγγίζει γρήγορα και με μηδενικό σφάλμα την επιθυμητή τιμή σε αντίθεση με τον Lead-Lag ο οποίος διατηρεί σφάλμα. Αξίζει να προσέξουμε και το παρονομαστή της συνάρτησης μεταφοράς μετά την επίδραση των δύο ελεγκτών, ο PID έχει κάνει το σύστημά μας τρίτης τάξης, λόγο του πόλου που προσθέτει ενώ ο Lead-Lag το έχει αναβαθμίσει δύο τάξης και το έχει κάνει τέταρτης λόγο των πόλων που προσθέτουν τα στοιχεία Lead και Lag.

## Τα διαγράμματα Bode του συστήματος Δεύτερης Τάξης.

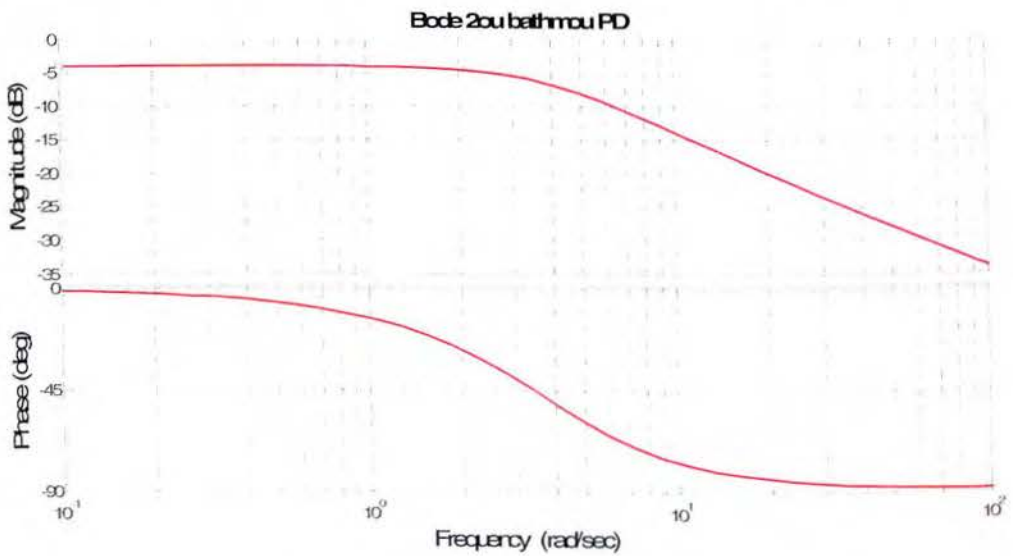
- Ανοικτό σύστημα Δεύτερης Τάξης



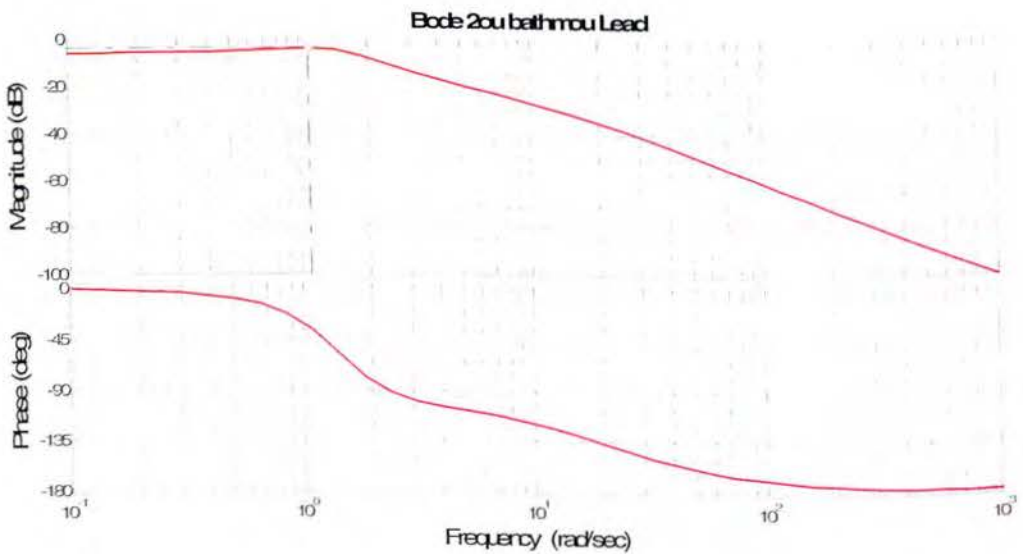
- Σύστημα δεύτερης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας **P**.



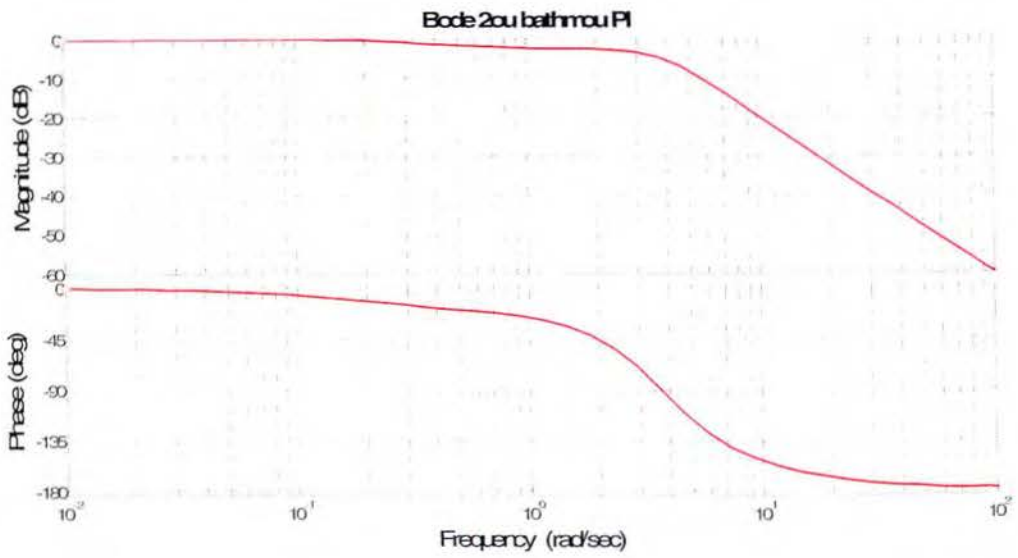
- Σύστημα δεύτερης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας-Διαφόρισης **PD**.



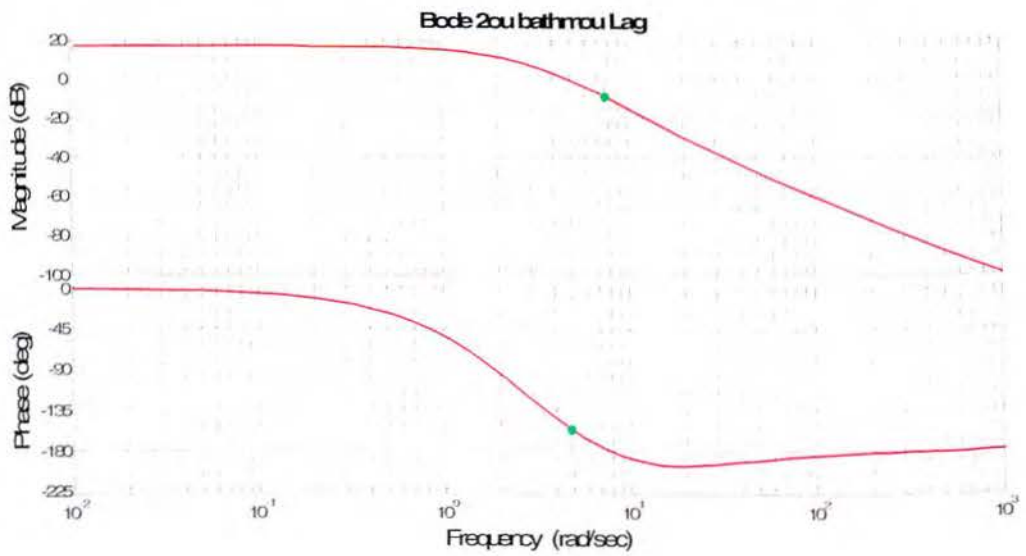
- Σύστημα δεύτερης τάξης με ελεγκτή Προπορείας Φάσης **Lead**.



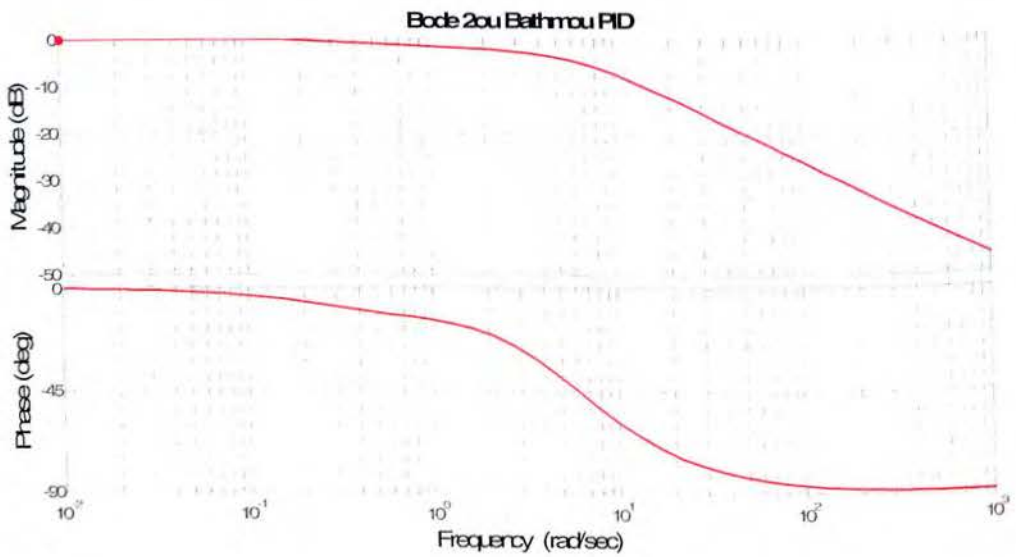
- Σύστημα δεύτερης τάξης με ελεγκτή *Αναλογίας-Ολοκλήρωσης* **PI**



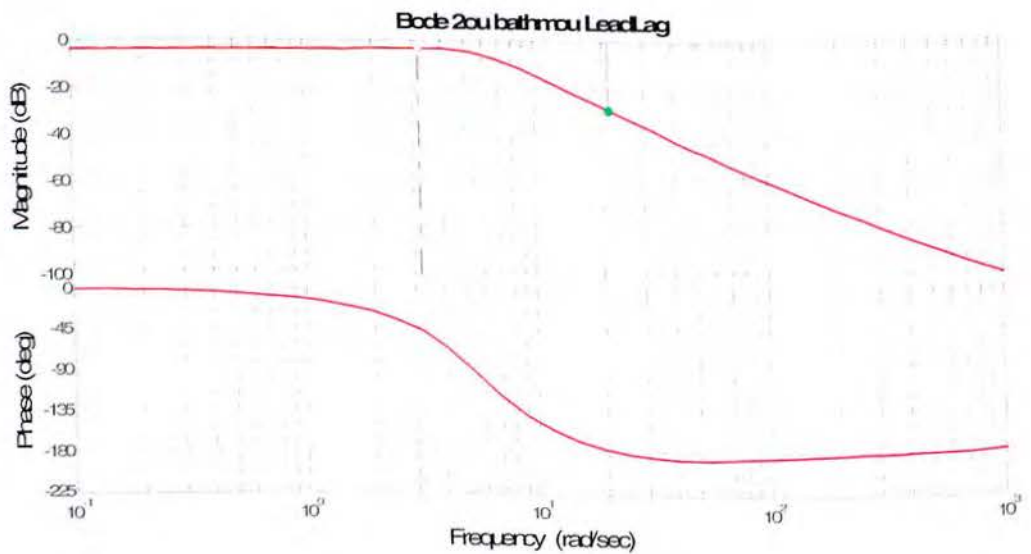
- Σύστημα δεύτερης τάξης με ελεγκτή *Καθυστέρησης Φάσης* **Lag**.



- Σύστημα δεύτερης τάξης με ελεγκτή *Αναλογίας-Ολοκλήρωσης-Διαφόρισης* **PID**.



- Σύστημα δεύτερης τάξης με ελεγκτή *Προπορείας-Καθυσιέρησης Φάσης* **Lead-Lag**.

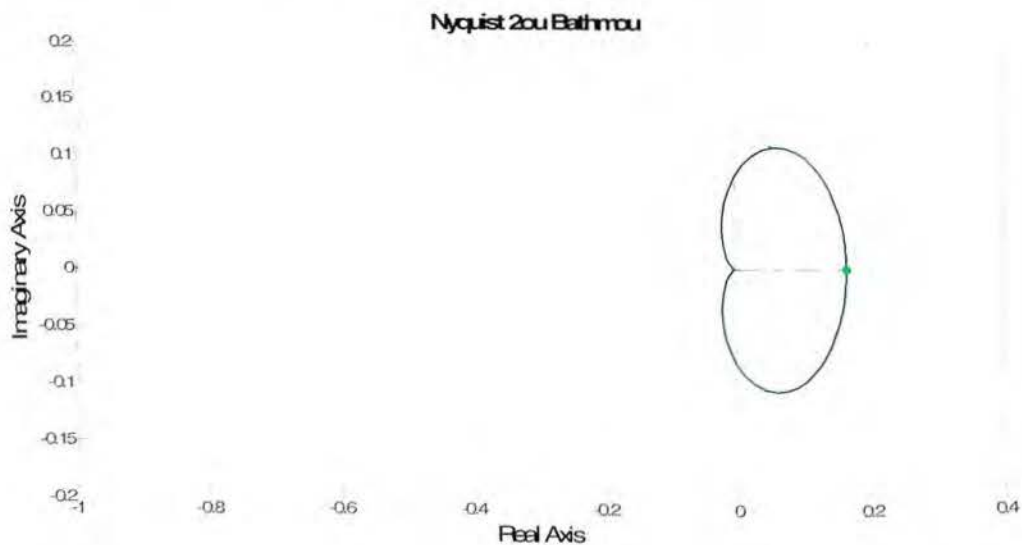




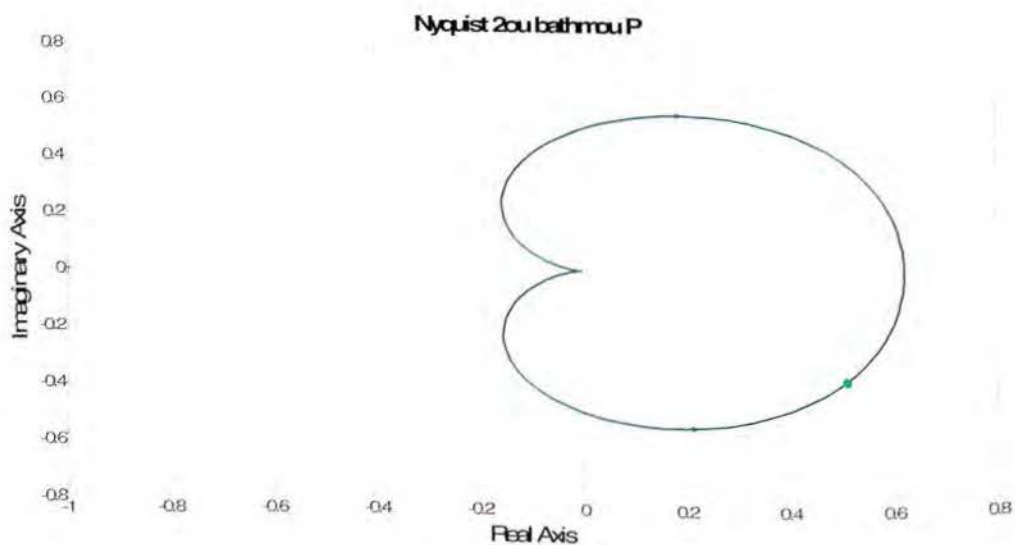
Συμπεράσματα: Από τα διαγράμματα Bode οι πληροφορίες για τη μεταβολή του κέρδους και της φάσης γύρω από τις κρίσιμες συχνότητες που έχουν οι πόλοι και οι ρίζες των συστημάτων, στις θετικές συχνότητες. Στα διαγράμματα θα παρατηρήσουμε κάποια σημεία με κόκκινο έντονο κύκλο και κάποια με πράσινο, τα πρώτα αφορούν το μέγιστο κέρδος ενώ τα δεύτερα το περιθώριο κέρδους.

## Τα διαγράμματα Nyquist του συστήματος δεύτερης τάξης.

- Το διάγραμμα Nyquist του ανοικτού συστήματος δεύτερης τάξης

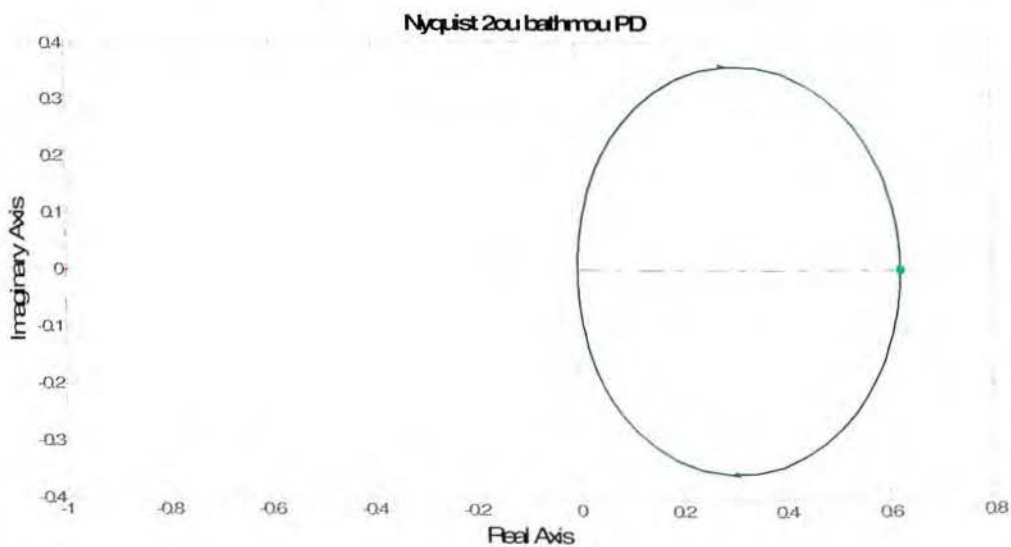


- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή **P**

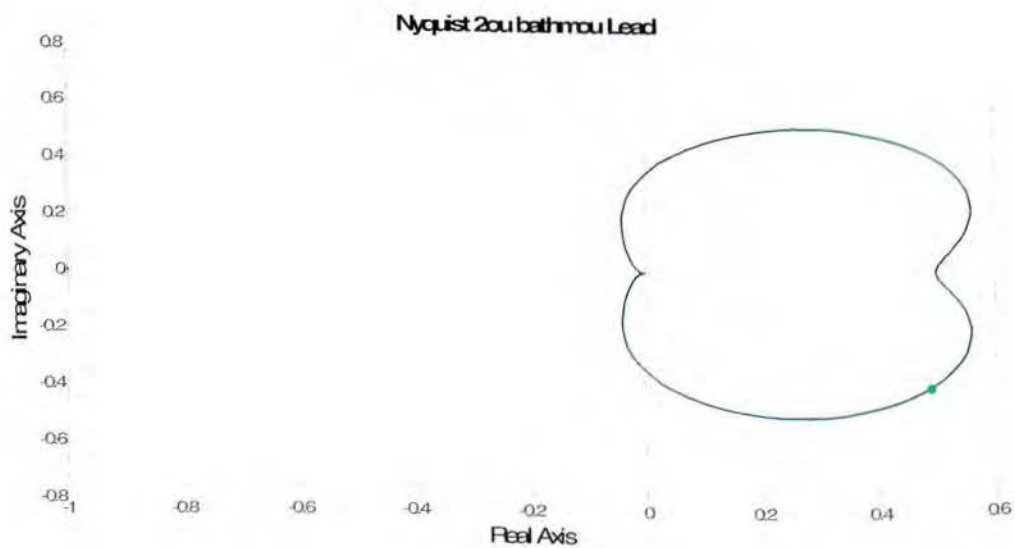




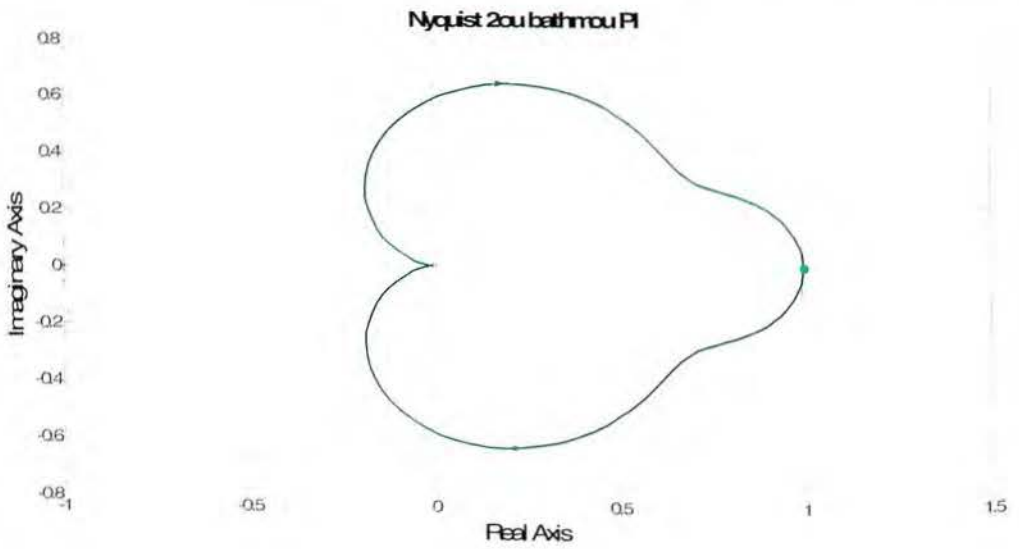
- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή **PD**



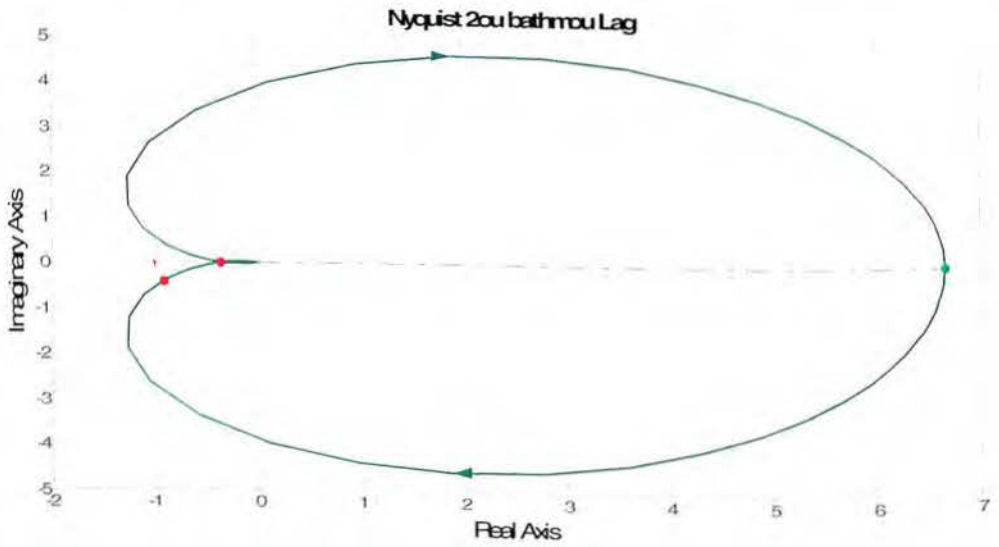
- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή **Lead**



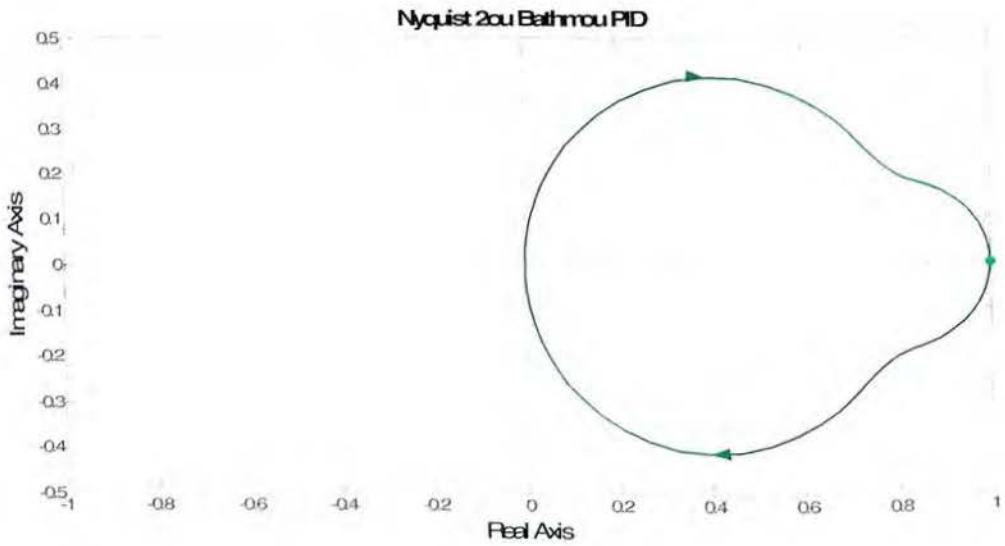
- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή **PI**



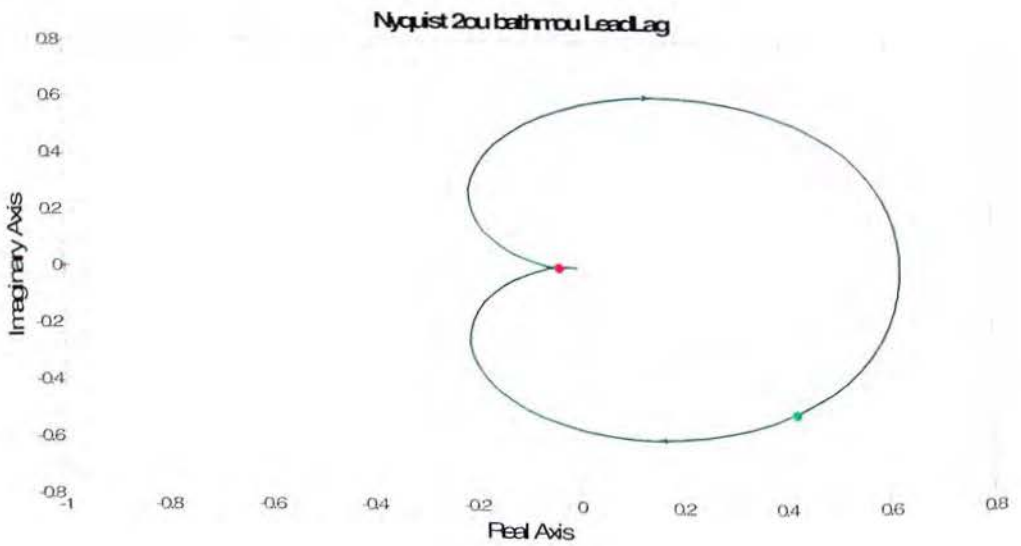
- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή **Lag**



- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή **PID**



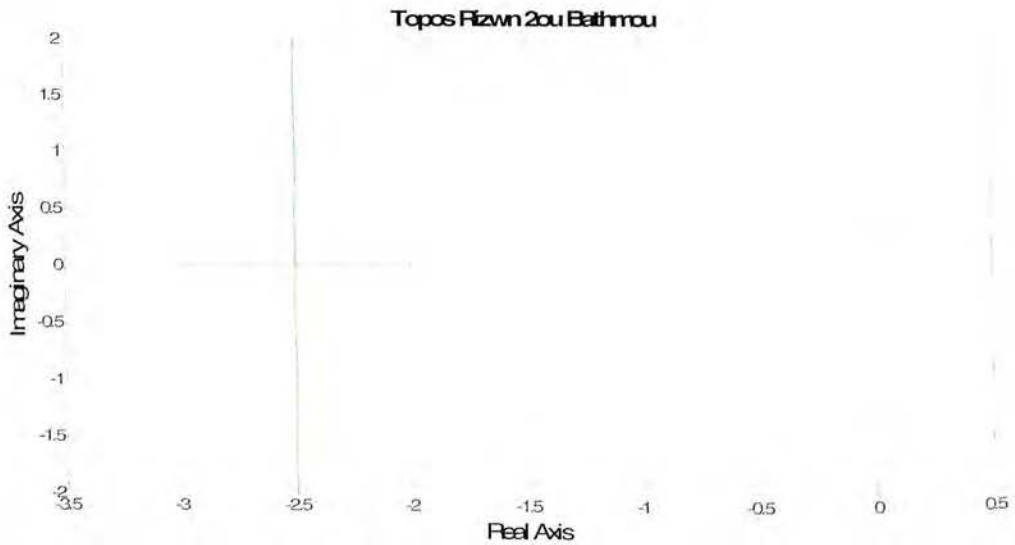
- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή **Lead-Lag**



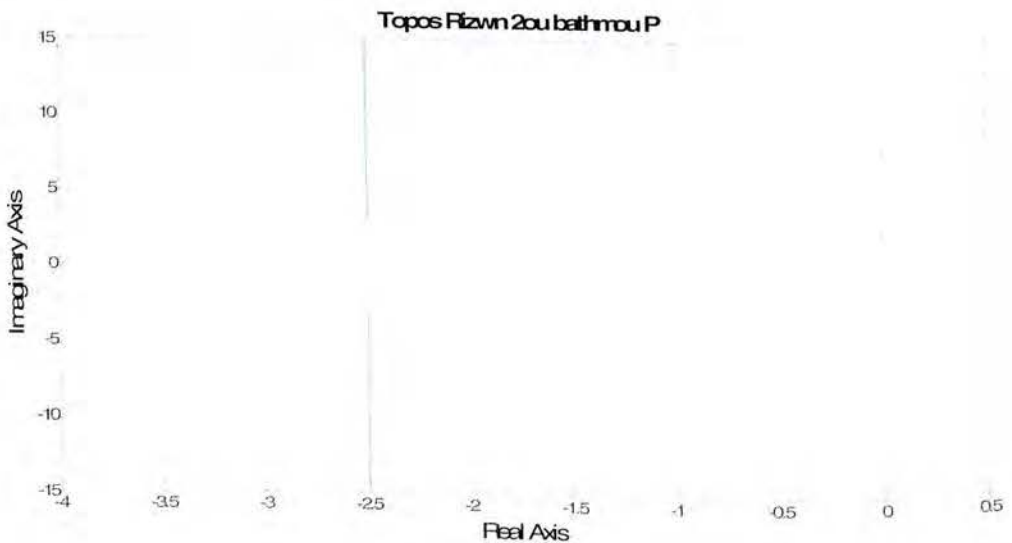
Συμπεράσματα: Από τα διαγράμματα Nyquist μπορούμε να παρατηρήσουμε τις μεταβολές του μέτρου και της φάσης σε όλο το φάσμα των συχνοτήτων του ανοικτού συστήματος και κατόπιν με την επίδραση των ελεγκτών. Το διάγραμμα Nyquist είναι το ολικό και για τις αρνητικές συχνότητες των οποίων το διάγραμμα απεικονίζεται αντικατροπικά πάνω από το διάγραμμα των θετικών συχνοτήτων. Θα παρατηρήσουμε κάποια σημεία με έντονο κόκκινο χρώμα και κάποια με πράσινο, τα πρώτα αφορούν τα σημεία με το μικρότερο ή οριακό κέρδος και τα δεύτερα τα σημεία συχνοτήτων με το μέγιστο κέρδος.

## Τα διαγράμματα του Τόπου Ριζών συστήματος δεύτερης τάξης

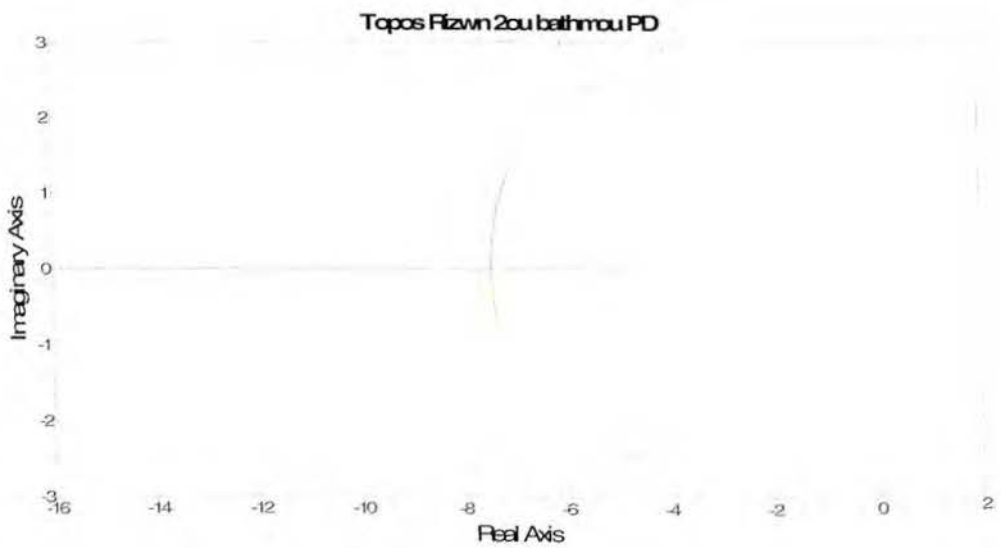
- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος δεύτερης τάξης



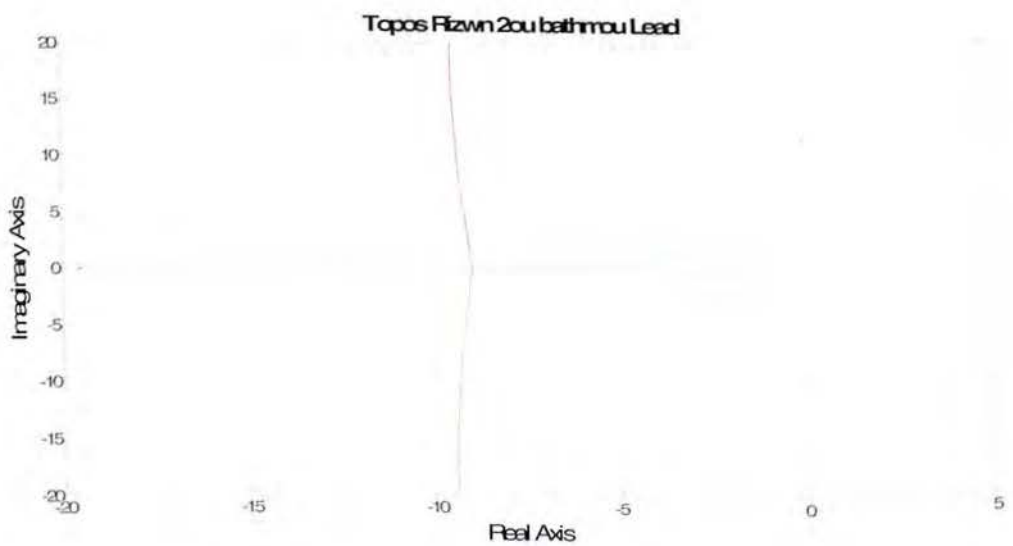
- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή **P**



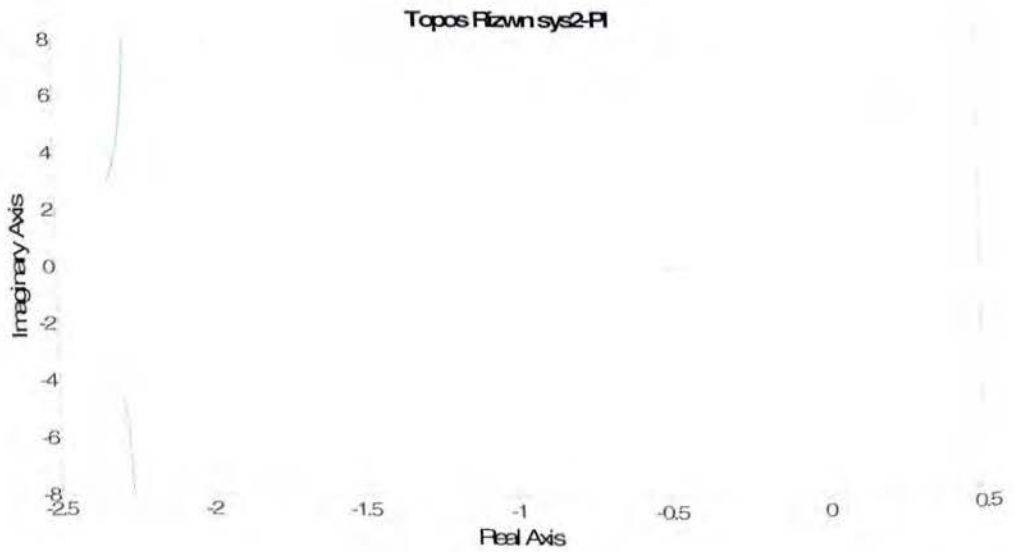
- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή **PD**



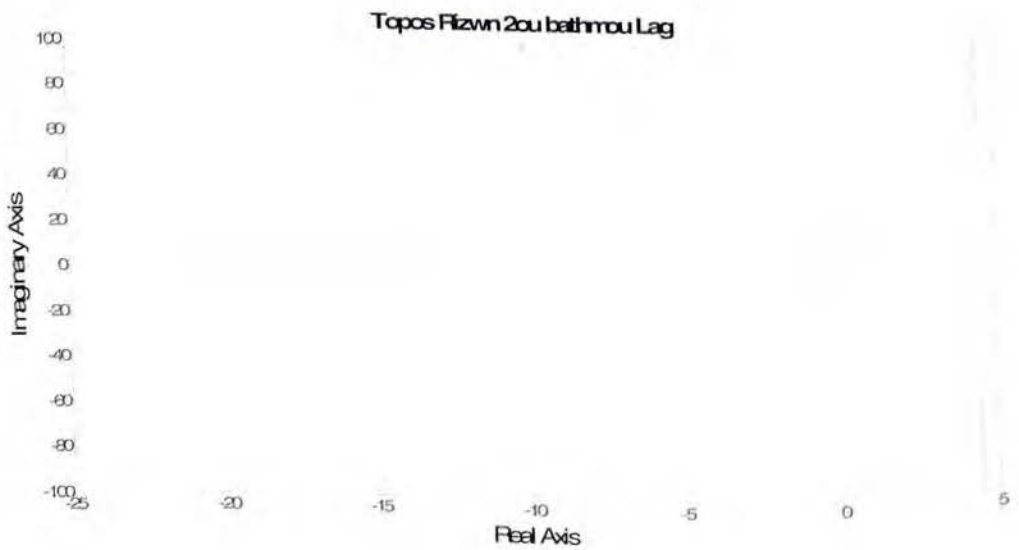
- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή **Lead**



- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή **PI**



- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή **Lag**

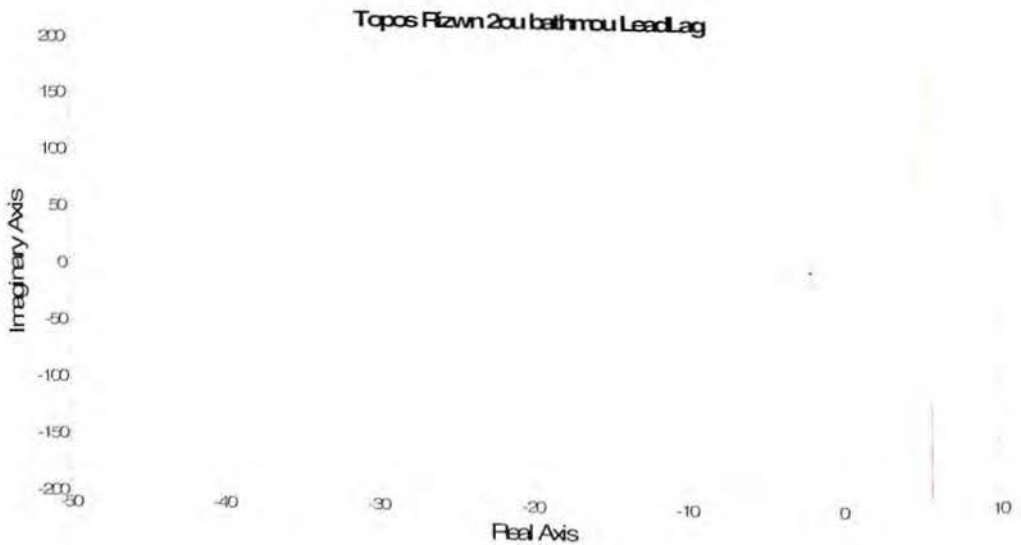




- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή **PID**



- Το διάγραμμα του Τόπου Ριζών του συστήματος δεύτερης τάξης με ελεγκτή **Lead-Lag**



Συμπεράσματα: Στα διαγράμματα των Τόπων Ριζών βλέπουμε την ανακατανομή των πόλων και ριζών του συστήματος μετά την επίδραση των ελεγκτών. Είναι εμφανή η πολυπλοκότητα που δημιουργούν οι παθητικοί ελεγκτές λόγω των ριζών και πόλων που προσθέτουν ταυτόχρονα στο σύστημα αν συγκρίνουμε με τους PD και PI που ο πρώτος προσθέτει μια ρίζα και ο δεύτερος ένα πόλο μόνο.

## Οι κώδικες υλοποίησης στο Matlab

- Για το σύστημα δεύτερης τάξης

```
%systema 2ou bathmou
num=[1];
den=[1 5 6];
sys2open=tf(num,den)
roots(den)
t=0:0.1:20;
%Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(sys2open,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Systema 2ou Bathmou');
grid

%Bode
figure(2)
bode(sys2open)
title('Bode 2ou Bathmou')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(sys2open)
title('Nyquist 2ou Bathmou')

%Routlocus
figure(4)
rlocus(sys2open)
title('Topos Rizwn 2ou Bathmou')
```

➤ Για το σύστημα δεύτερης τάξης με ελεγκτή **P**

```
%clSys2_P
clear all;close all; clc;

% Variables
Kp=10;
t=[0:0.1:20];

% Declare Controlller
P=tf([Kp],[1]);

%systema 2ou bathmou
num=[1];
den=[1 5 6];
sys2open=tf(num,den);

%Declare systema 2ou bathmou-PD
G=series(P,sys2open);
sysH=1;
clsys2=feedback(G,sysH,-1)

% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys2,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Step Response 2ou bathmou P:Kp=10')
grid

%Bode
figure(2)
bode(clsys2)
title('Bode 2ou bathmou p')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys2)
title('Nyquist 2ou bathmou p')

%RoutLocus
figure(4)
rlocus(clsys2)
title('Topos Rizwn 2ou bathmou p')
```

➤ Για το σύστημα δεύτερης τάξης με ελεγκτή **PD**

```
%clsys2_PD

clear all;close all; clc;
% Variables
Kp=10;
Kd=2;
t=[0:0.1:20];

% Declare Controlller
PD=tf([Kd Kp],[1]);

%systema 2ou bathmou
num=[1];
den=[1 5 6];
sys2open=tf(num,den);

%Declare systema 2ou bathmou-PD
G=series(PD,sys2open)
sysH=1;
clsys2=feedback(G,sysH,-1);

% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys2,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Step Response 2ou bathmou PD:Kp=10,Kd=2')
grid

%Bode
figure(2)
bode(G)
title('Bode 2ou bathmou PD')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys2)
title('Nyquist 2ou bathmou PD')

%RoutLocus
figure(4)
rlocus(clsys2)
title('Topos Rizwn 2ou bathmou PD')
```

➤ Σύστημα δεύτερης τάξης με ελεγκτή **Lead**

```
%Systema 2ou Bathmou Lead Controller p>>z
clear all;close all; clc;
% Variables
Kc=10;
z=-2;
p=-20;
t=[0:0.1:20];
%Declare Cotroller
%Lead=tf(Kc*[1 z],[1 p])
Lead=zpk(z,p,Kc);

%systema 2ou bathmou
num=[1];
den=[1 1 1];
sys2open=tf(num,den);
t=0:0.1:20;

%Declare clsys2Lead
opensys2Lead=series(Lead,sys2open)
sysH=1;
clsys2Lead=feedback(opensys2Lead,sysH,-1)

% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys2Lead,u,t);
plot(t,u,'y',T,y,'b','Linewidth',2.5)
title('Step Response 2ou bathmou Lead: z=-2, p=-20')
grid

%Bode
figure(2)
bode(clsys2Lead)
title('Bode 2ou bathmou Lead')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys2Lead)
title('Nyquist 2ou bathmou Lead')

%RoutLocus
figure(4)
rlocus(clsys2Lead)
title('Topos Rizwn 2ou bathmou Lead')
```



➤ Σύστημα δεύτερης τάξης με ελεγκτή **PI**

```
%sys2_PI
clear all;close all; clc;
% Variables
Kp=10;
Ki=5;
t=[0:0.1:20];

%Declare Controller
PI=tf([Kp Ki],[1 0])

%systema 2ou bathmou
num=[1];
den=[1 5 6];
sys2open=tf(num,den);

%Declare systema 2ou bathmou-PI
G=series(PI,sys2open)
sysH=1;
clsys2=feedback(G,sysH,-1)

%step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys2,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Step Response 2ou bathmou PI')
grid

%Bode
figure(2)
bode(clsys2)
title('Bode 2ou bathmou PI')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys2)
title('Nyquist 2ou bathmou PI')

%RoutLocus
figure(4)
rlocus(clsys2)
title('Topos Rizwn 2ou bathmou PI')
```



➤ Σύστημα δεύτερης τάξης με ελεγκτή **PID**

```
%clSys2_PID
clear all;close all; clc;
%Variables
Kp=10;
Kd=5;
Ki=5;
t=[0:0.1:20];

%Declare Controller
numPID=[Kd Kp Ki];
denPID=[1 0];
PIDsys=tf(numPID,denPID);

%systema 2ou bathmou
num=[1];
den=[1 5 6];
sys2open=tf(num,den)
%Declare systema 2ou bathmou-PID
G=series(PIDsys,sys2open)
sysH=1;
clsys2=feedback(G,sysH,-1)

% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys2,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Systema 2ou Bathmou PID: Kp=10, Kd=5, Ki=5');
grid

%Bode
figure(2)
bode(clsys2)
title('Bode 2ou Bathmou PID')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys2)
title('Nyquist 2ou Bathmou PID')

%RoutLocus
figure(4)
rlocus(clsys2)
title('Topos Rizwn 2ou Bathmou PID')
```

## Σύστημα δεύτερης τάξης με ελεγκτή **Lead-Lag**

```
%Systema 2ou Bathmou Lead-Lag Controller
clear all;close all; clc;
% Variables
Kc=10;
zLd=-2;
pLd=-20;
KLg=1;
zLg=-40;
pLg=-4;
t=[0:0.1:20];

%Declare Controller Lead-Lag
Lead=zpk(zLd,pLd,Kc);
Lag=zpk(zLg,pLg,KLg);
LeadLag=series(Lead,Lag);
%systema 2ou bathmou
num=[1];
den=[1 5 6];
sys2open=tf(num,den);
%Declare clsys2Lead-Lag
opsys2LeadLag=series(LeadLag,sys2open)
sysH=1;
clsys2LeadLag=feedback(opsys2LeadLag,sysH,-1)
% Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys2LeadLag,u,t);
plot(t,u,'y',T,y,'b','Linewidth',2.5)
title('Step Response 2ou bathmou LeadLag:Kc=10,zLd=-2,pLd=-
20,KLg=1,zLg=-40,pLg=-4')
grid
%Bode
figure(2)
bode(clsys2LeadLag)
title('Bode 2ou bathmou LeadLag')
grid
%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys2LeadLag)
title('Nyquist 2ou bathmou LeadLag')
%RoutLocus
figure(4)
rlocus(clsys2LeadLag)
title('Topos Rizwn 2ou bathmou LeadLag')
```

## Σύστημα τρίτης τάξης

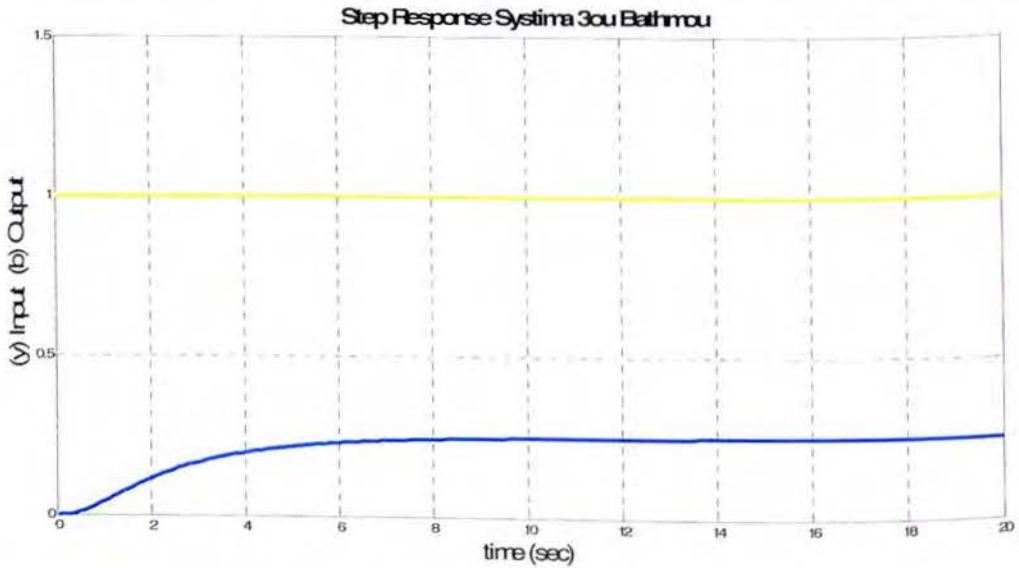
$$G(s) = \frac{1}{s^3 + 6s^2 + 11s + 3}$$

- ✓ Έστω η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος με δύο φανταστικούς και ένα πραγματικό ευσταθή πόλο.
- ✓ Παραδείγματα της συμπεριφοράς του κλειστού συστήματος με ελεγκτές **P, PD, PI, PID, Lead, Lag, Lead-Lag**
- ✓ Χρονικές αποκρίσεις
- ✓ Διαγράμματα Bode
- ✓ Διαγράμματα Nyquist
- ✓ Διαγράμματα Τόπου Ριζών
- ✓ Κώδικες εφαρμογής στο Matlab

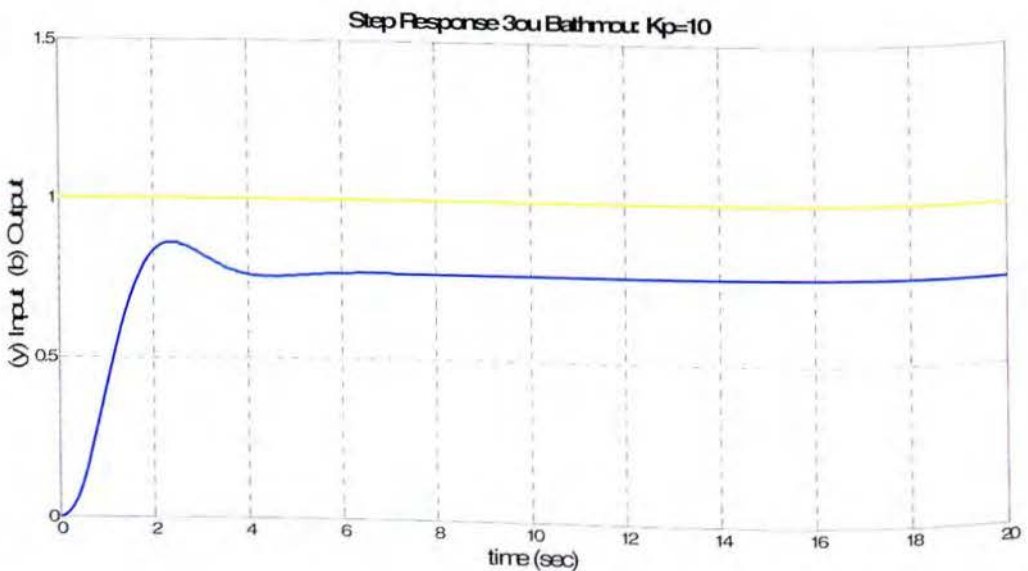
## Οι χρονικές αποκρίσεις του συστήματος τρίτης τάξης

### ❖ Για $u=1$

- Η χρονική απόκριση του κλειστού συστήματος τρίτης τάξης με συνάρτηση μεταφοράς  $G(s)=\frac{1}{s^3+6s^2+11s+4}$

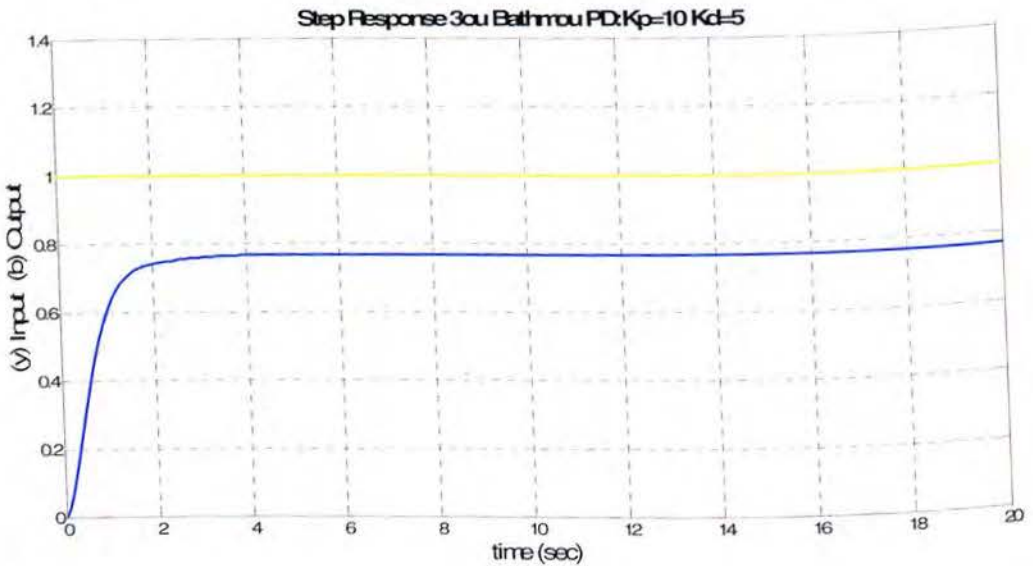


- Η χρονική απόκριση του κλειστού συστήματος τρίτης τάξης με ελεγκτική Αναλογίας P. Για  $K_p=10$ , με συνάρτηση μεταφοράς  $G(s)=\frac{10}{s^3+6s^2+11s+13}$

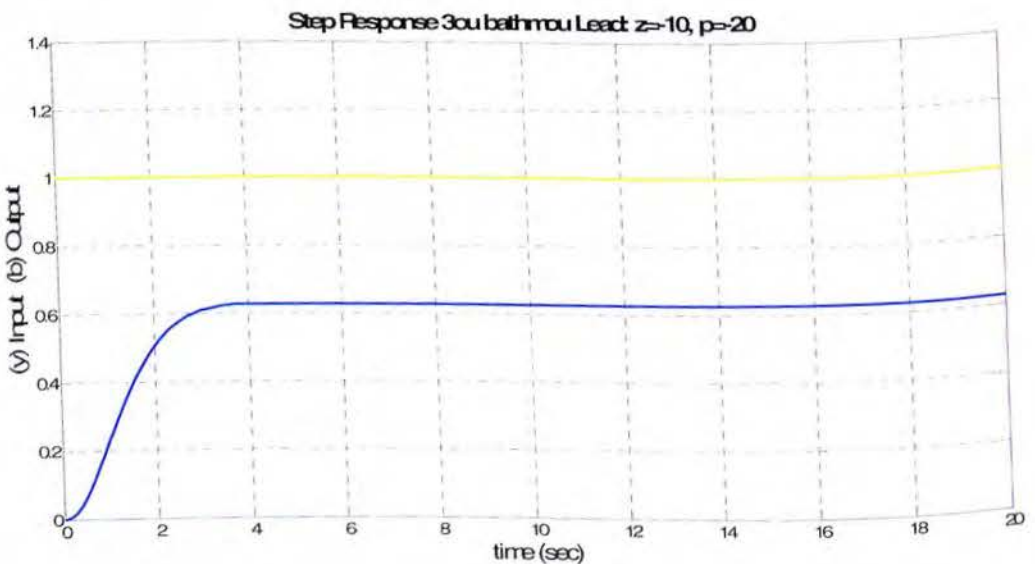


- Η χρονική απόκριση του κλειστού συστήματος τρίτης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας-Διαφόρισης **PD**. Για **Kp=10, Kd=5**, με συνάρτηση μεταφοράς

$$G(s) = \frac{5s+10}{s^3+6s^2+16s+13}$$



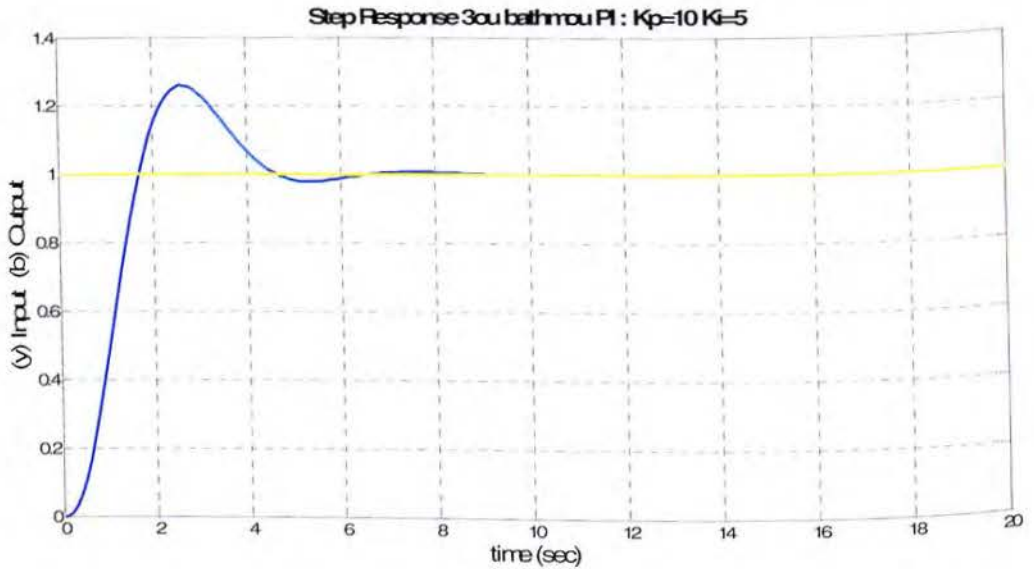
- Η χρονική απόκριση του κλειστού συστήματος τρίτης τάξης με ελεγκτή Προπορείας Φάσης **Lead**. Για **Kc=10, zLd=-10, pLd=-20**, με συνάρτηση μεταφοράς  $G(s) = \frac{10s+100}{s^4+26s^3+129s^2+217s+54}$





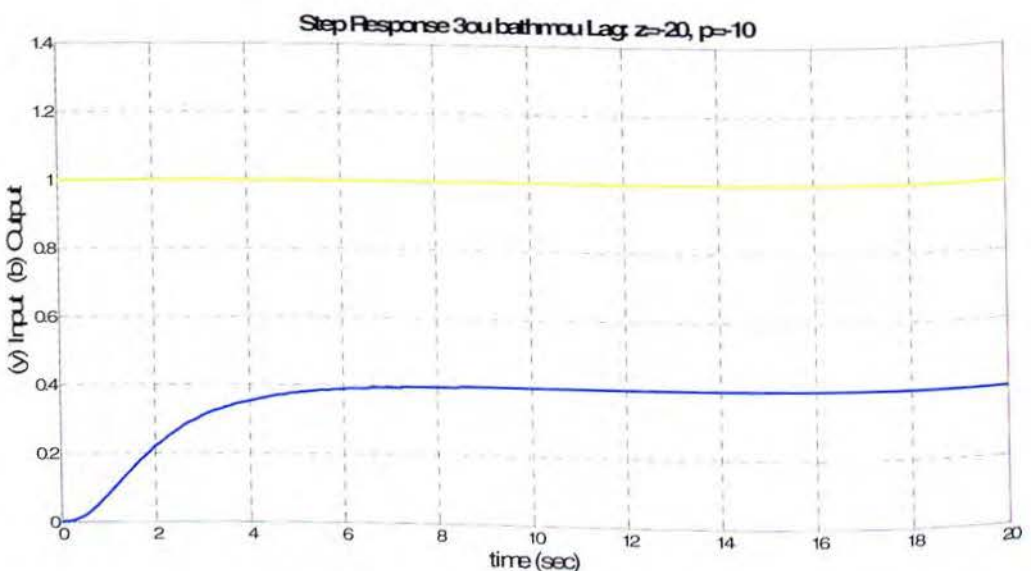
- Η χρονική απόκριση του κλειστού συστήματος τρίτης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας-Ολοκλήρωσης **PI**. Για **Kp=10, Ki=5**, με συνάρτηση μεταφοράς

$$G(s) = \frac{10s+5}{s^4+6s^3+11s^2+135s+5}$$



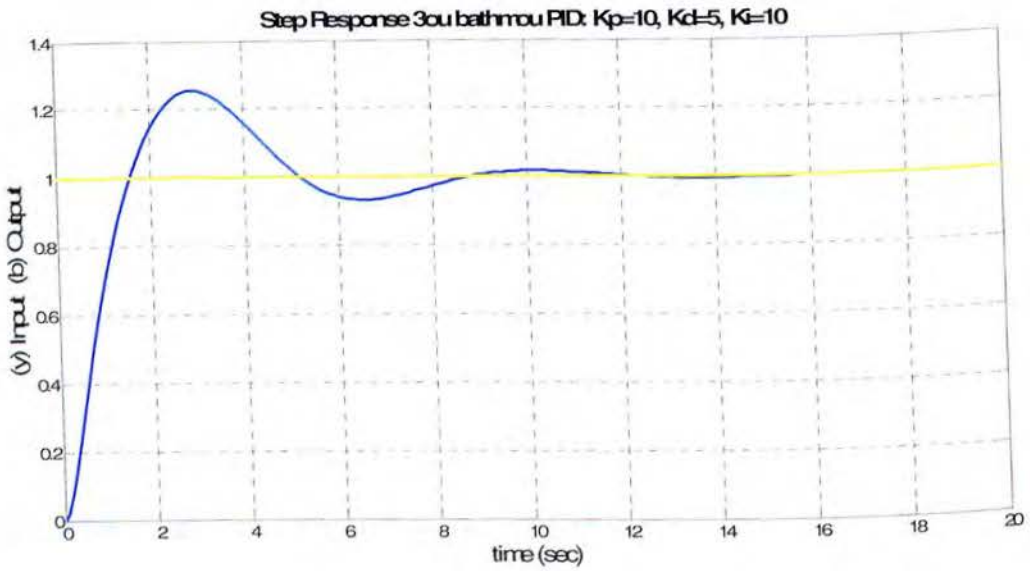
- Η χρονική απόκριση του κλειστού συστήματος τρίτης τάξης με ελεγκτή Καθυστερήσης Φάσης **Lag**. Για **zLg=-20, pLg=-10**, με συνάρτηση μεταφοράς

$$G(s) = \frac{s+20}{s^4+16s^3+71s^2+112s+49}$$



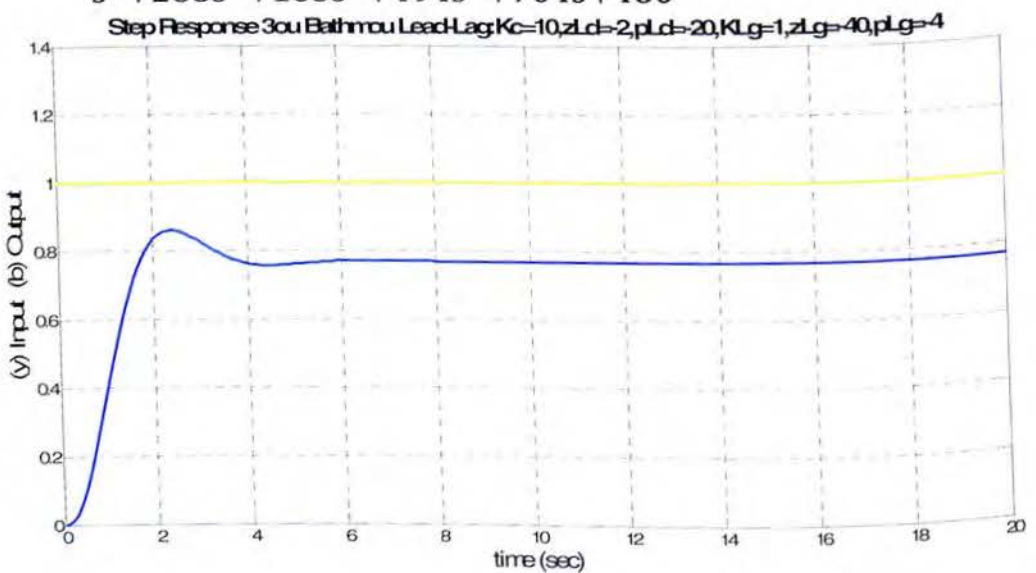
- Η χρονική απόκριση του κλειστού συστήματος τρίτης τάξης με ελεγκτή Αναλογίας-Ολοκλήρωσης-Διαφόρισης **PID**. Για **Kp=10, Ki=10, Kd=5**, με

$$\text{συνάρτηση μεταφοράς } G(s) = \frac{5s^2 + 10s + 10}{s^4 + 6s^3 + 16s^2 + 13s + 10}$$



- Η χρονική απόκριση του κλειστού συστήματος τρίτης τάξης με ελεγκτή Προπορείας-Καθυστέρησης Φάσης **Lead-Lag**. Για **Kc=10, zLd=-2, pLd=-20, zLg=-20, pLg=-2**, με συνάρτηση μεταφοράς

$$G(s) = \frac{10s^2 + 220s + 400}{s^5 + 285s^4 + 183s^3 + 494s^2 + 704s + 480}$$

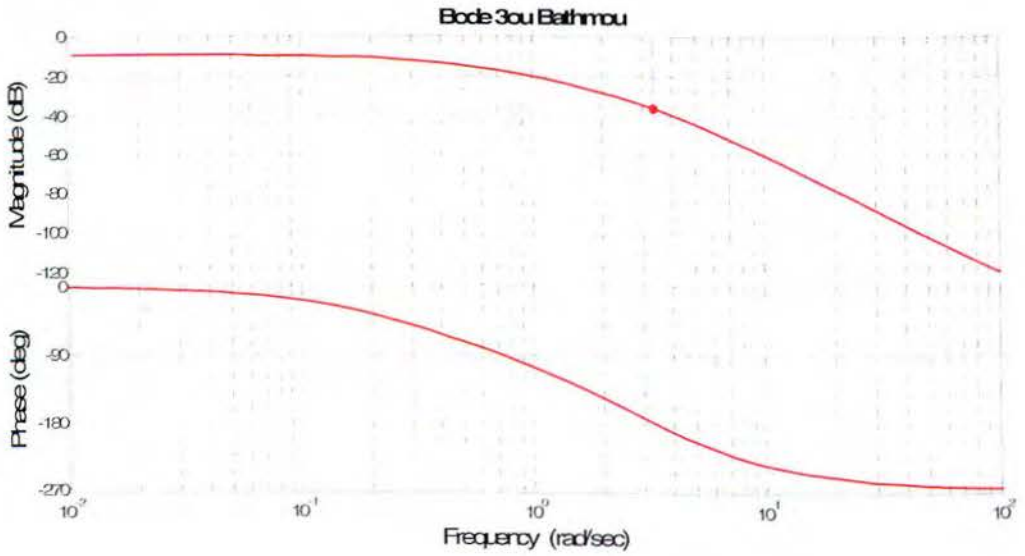




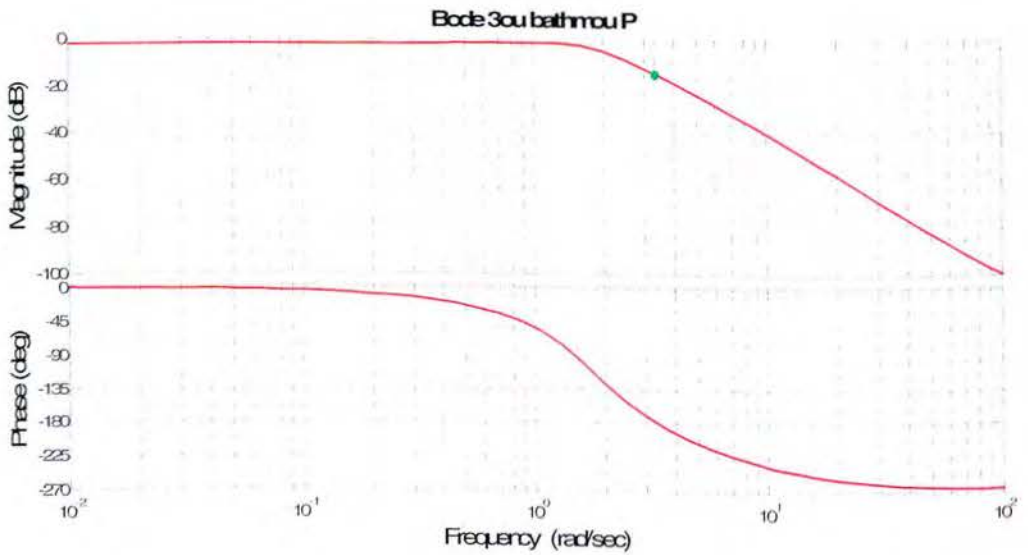
Συμπεράσματα: Στη χρονική απόκριση του συστήματος τρίτης τάξης μπορούμε να παρατηρήσουμε πως όσο ανεβαίνει η τάξη του συστήματος γίνεται πιο δύσκολος ο έλεγχος του από απλούς ελεγκτές αναλογίας ή διαφόρισης. Ακόμα όμως και σε μεταξύ τους σύγκριση είναι προφανής η υπεροχή των ενεργητικών ελεγκτών σε σχέση με των παθητικών. Ειδικά στα στοιχεία αναλογίας-διαφόρισης ο PD ελεγκτής είναι πιο γρήγορος και με μικρότερο σφάλμα σε σχέση με τον Lead. Ακόμα πιο ποιοτική είναι η διαφορά μεταξύ των ελεγκτών PI και Lag αφού ο δεύτερος δεν καταφέρνει να προσεγγίσει την είσοδο διατηρώντας μεγάλο μόνιμο σφάλμα ενώ ο πρώτος αν και έχει μια μικρή υπερύψωση λόγω της ολοκλήρωσης καταφέρνει να εξαλείψει το σφάλμα στη τελική κατάσταση. Στους ελεγκτές PID και Lead-Lag οι ποιοτικές διαφορές είναι επίσης εμφανείς ο δεύτερος δεν καταφέρνει να εξαλείψει το μόνιμο σφάλμα ενώ ο πρώτος ακόμα και χωρίς τις βέλτιστες τιμές στα  $K_p, K_d, K_i$  στοιχεία του καταφέρνει να κάνει το σύστημά μας πιο γρήγορο και με μηδενικό σφάλμα στη τελική του κατάσταση.

## Τα διαγράμματα Bode του συστήματος τρίτης τάξης

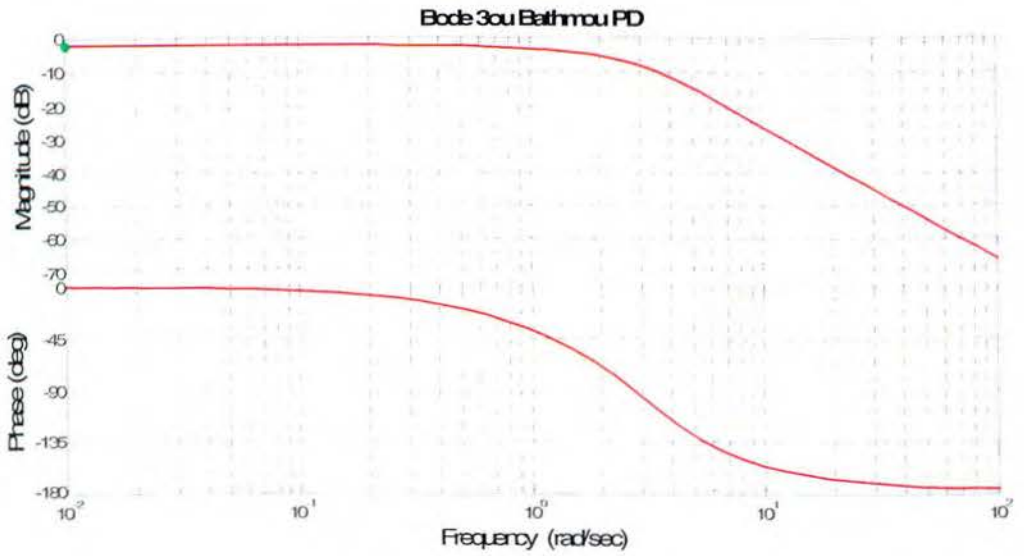
- Το διάγραμμα του ανοικτού συστήματος



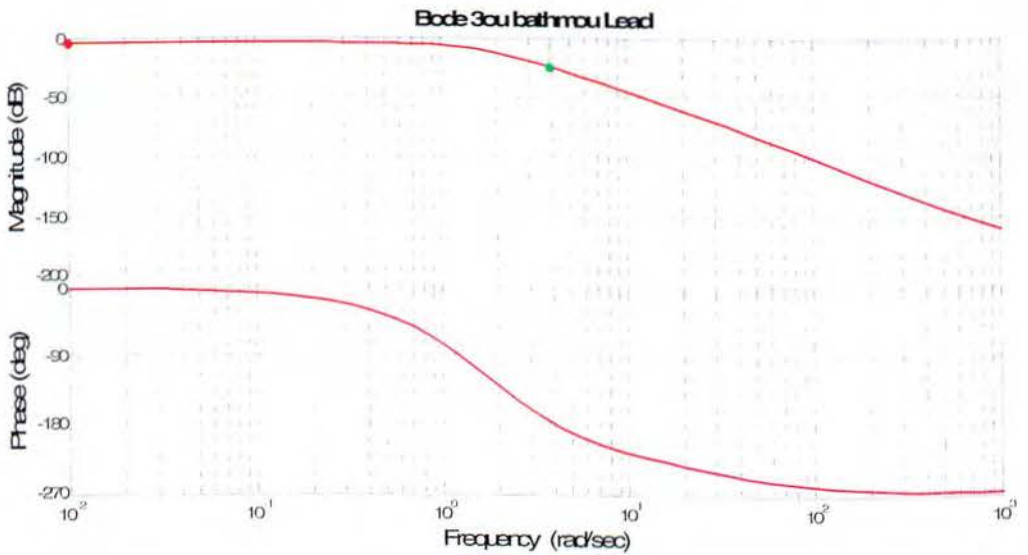
- Το διάγραμμα του κλειστού συστήματος με ελεγκτή **P**



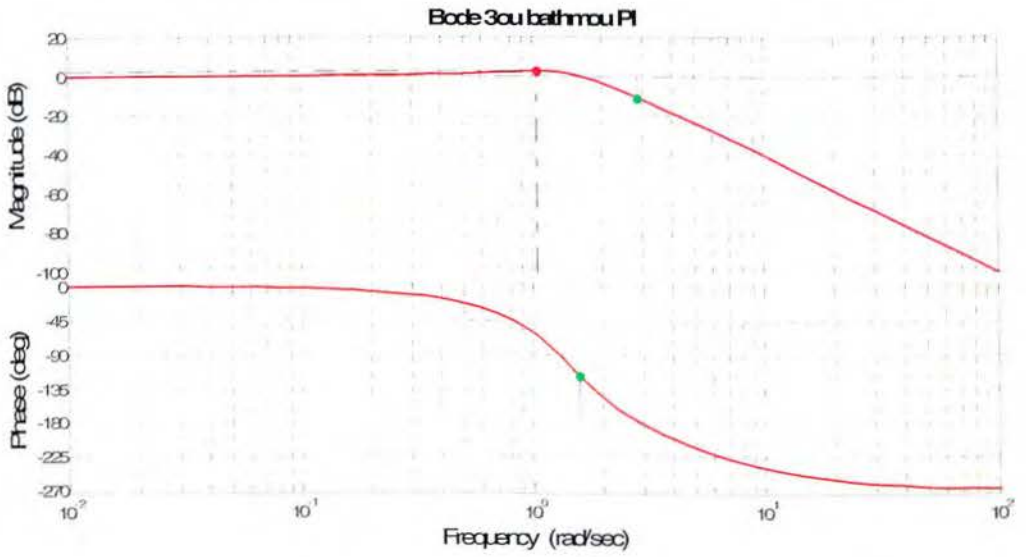
- Το διάγραμμα του κλειστού συστήματος με ελεγκτή με ελεγκτή **PD**



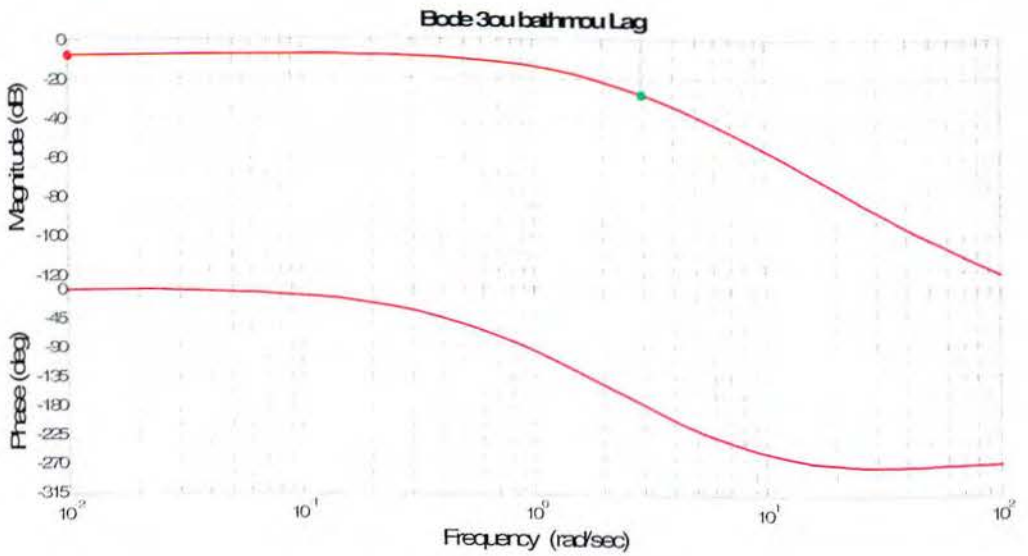
- Το διάγραμμα του κλειστού συστήματος με ελεγκτή με ελεγκτή **Lead**



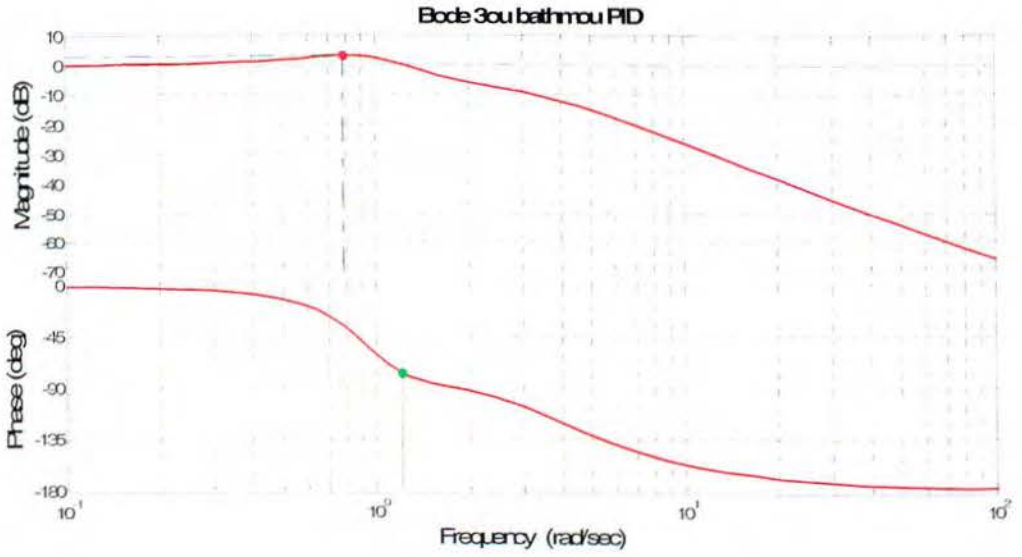
- Το διάγραμμα του κλειστού συστήματος με ελεγκτή με ελεγκτή **PI**



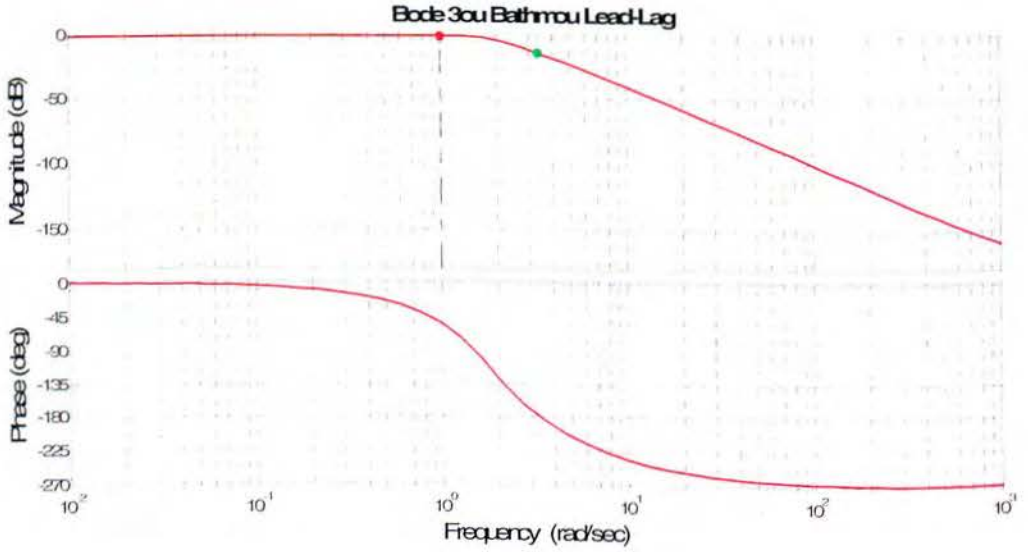
- Το διάγραμμα του κλειστού συστήματος με ελεγκτή με ελεγκτή **Lag**



- Το διάγραμμα του κλειστού συστήματος με ελεγκτή με ελεγκτή **PID**



- Το διάγραμμα του κλειστού συστήματος με ελεγκτή με ελεγκτή **Lead-Lag**

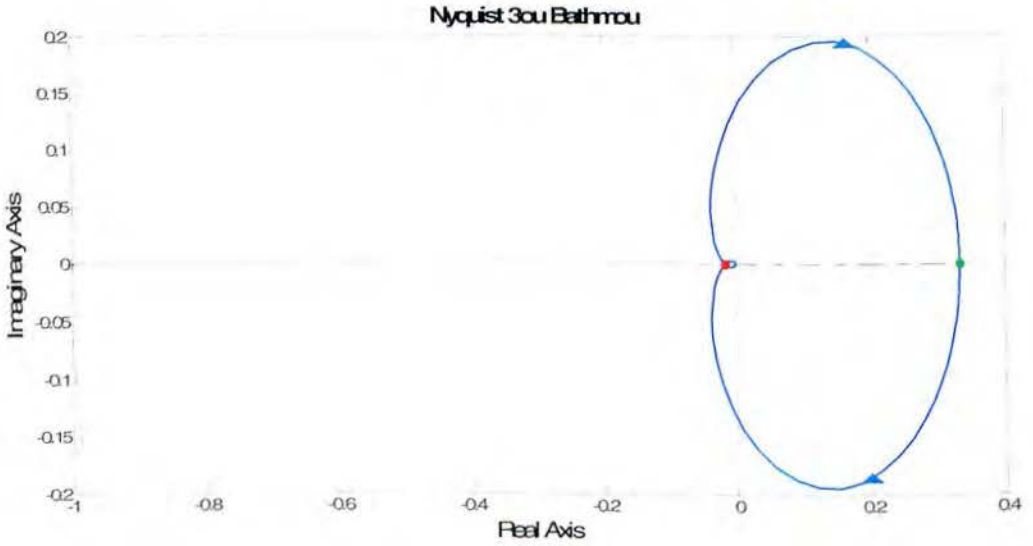


Συμπεράσματα: Απο τα διαγράμματα Bode μπορούμε να δούμε πως οι ελεγκτές επηρέασαν το κέρδος και τη φάση του συστήματος, με κόκκινο χρώμα είναι τα σημεία του μέγιστου κέρδους και με πράσινο του οριακού. Το φάσμα των συχνοτήτων που απεικονίζεται είναι αυτό των θετικών. Γύρω από τις κρίσιμες συχνότητες που δημιουργούν οι πόλοι και οι ρίζες του κλειστού συστήματος –αν και αναλυτικό το διάγραμμα- μπορούμε να παρατηρήσουμε τις αλλαγές που δημιουργούνται με αντίστοιχες αυξήσεις και μειώσεις dB ανά οκτάβα.

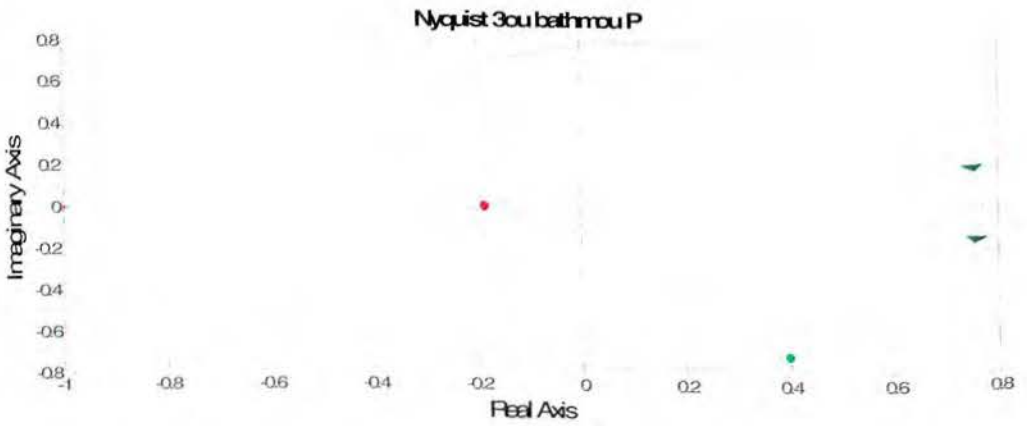


Τα διαγράμματα Nyquist του συστήματος

- Το διάγραμμα Nyquist του ανοικτού συστήματος τρίτης τάξης

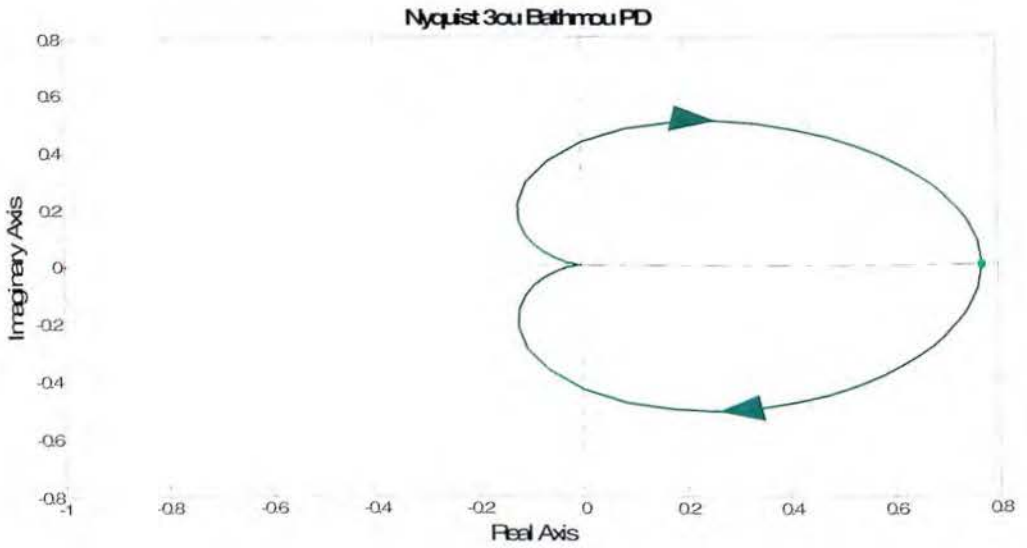


- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος τρίτης τάξης με ελεγκτή **P**

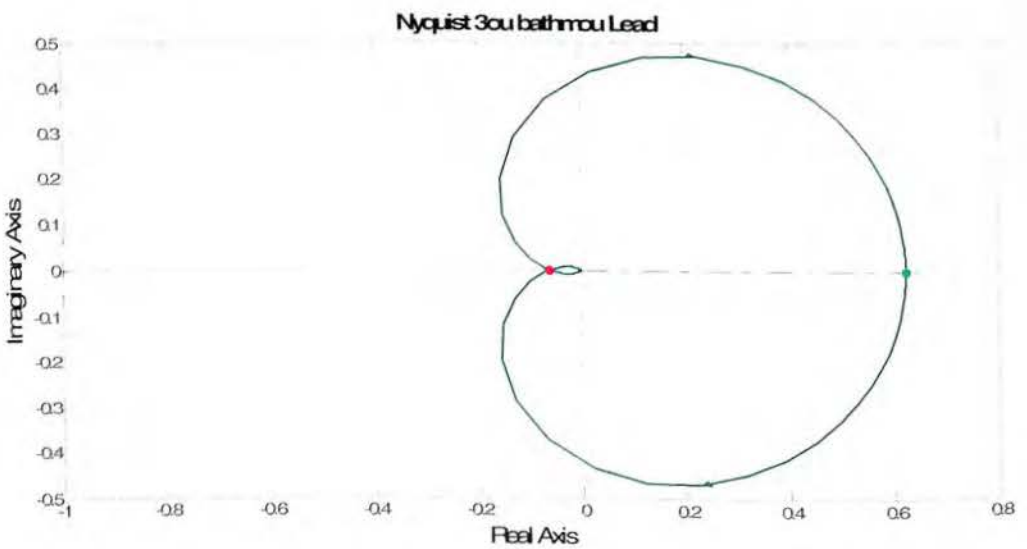




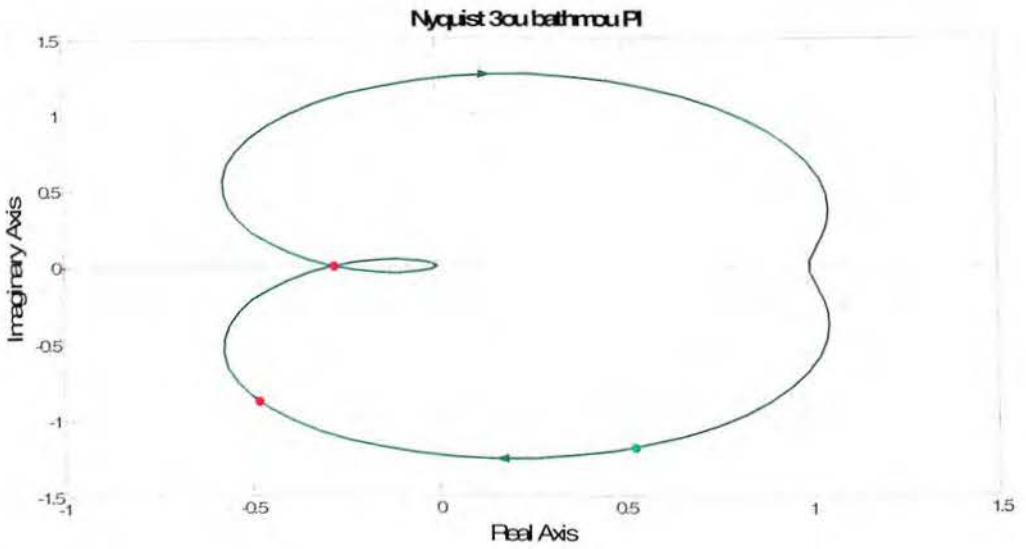
- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος τρίτης τάξης με ελεγκτή **PD**



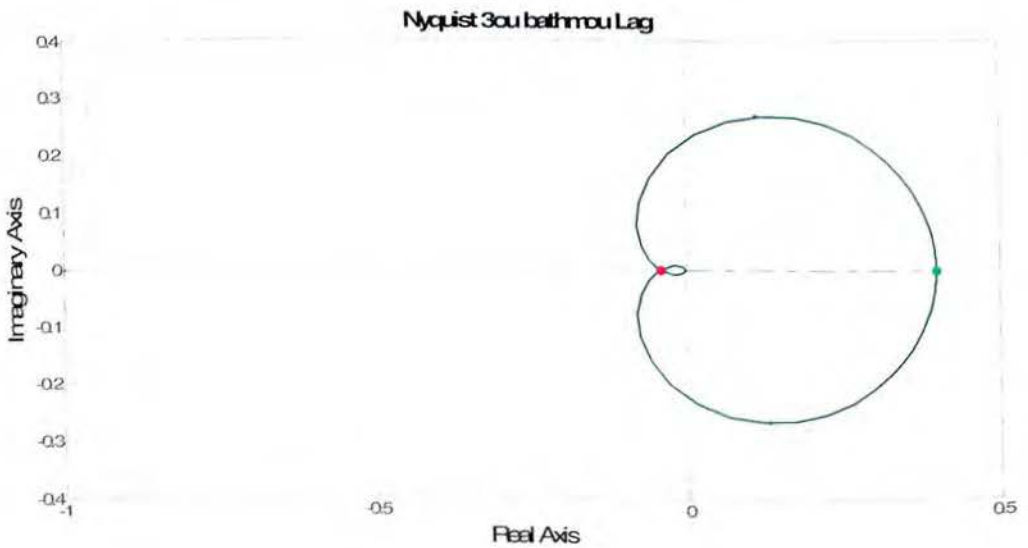
- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος τρίτης τάξης με ελεγκτή **Lead**



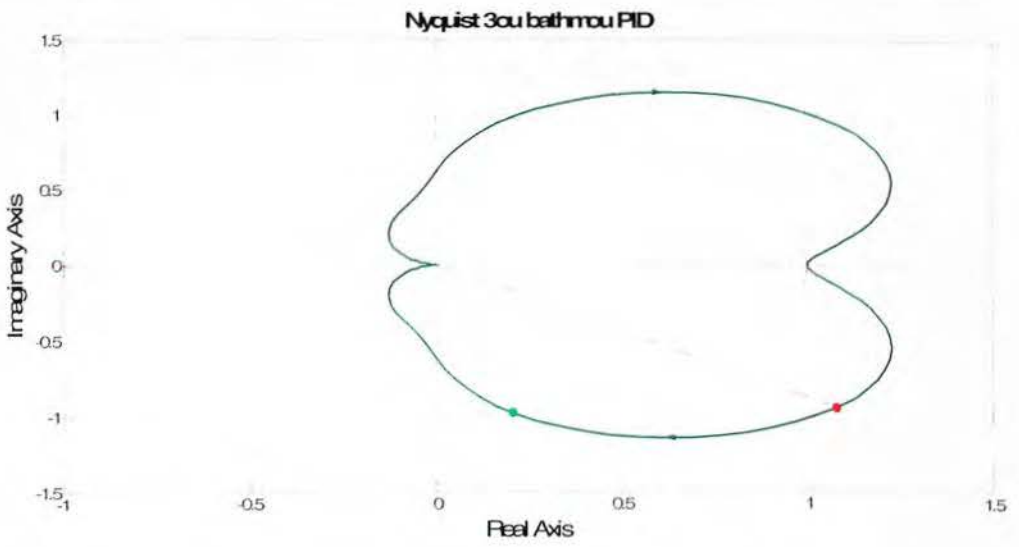
- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος τρίτης τάξης με ελεγκτή **PI**



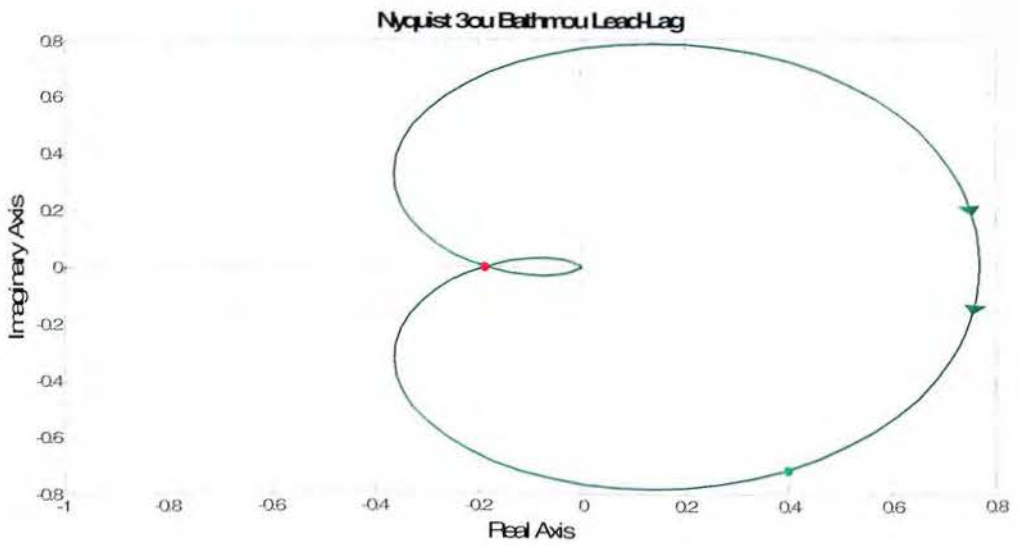
- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος τρίτης τάξης με ελεγκτή **Lag**



- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος τρίτης τάξης με ελεγκτή **PID**



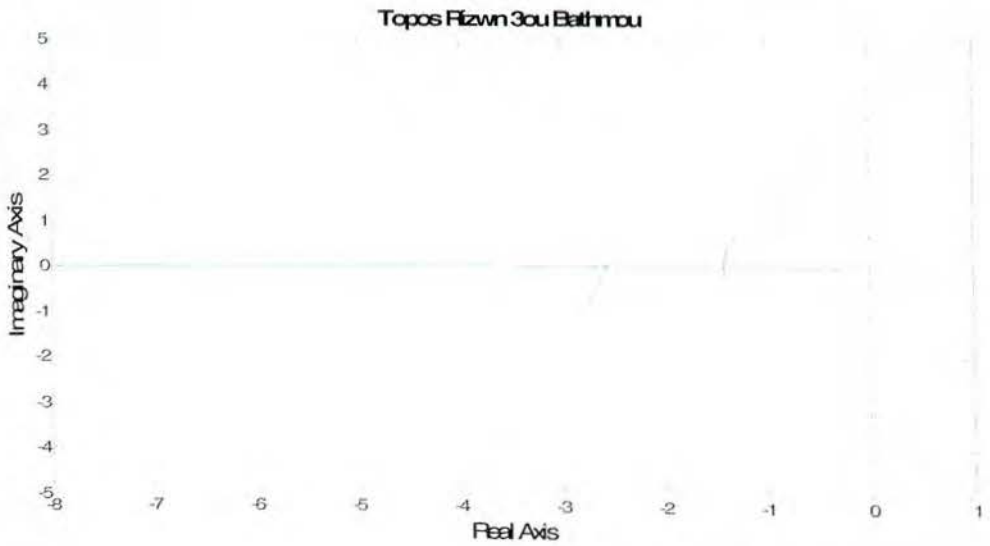
- Το διάγραμμα Nyquist του συστήματος τρίτης τάξης με ελεγκτή **Lead-Lag**



Συμπεράσματα: Στα διαγράμματα Nyquist είναι εμφανή με κόκκινο χρώμα τα σημεία με το οριακό κέρδος μέτρου φάσης και με πράσινο τα σημεία συχνότητας με το μέγιστο. Μπορούμε να δούμε πως επηρεάζουν οι ελεγκτές το σύστημά μας σε όλο το φάσμα των συχνοτήτων και για τις αρνητικές. Μπορούμε να βγάλουμε και συμπεράσματα ευστάθειας και οριακής ευστάθειας.

## Τα διαγράμματα του Τόπου Ριζών του συστήματος

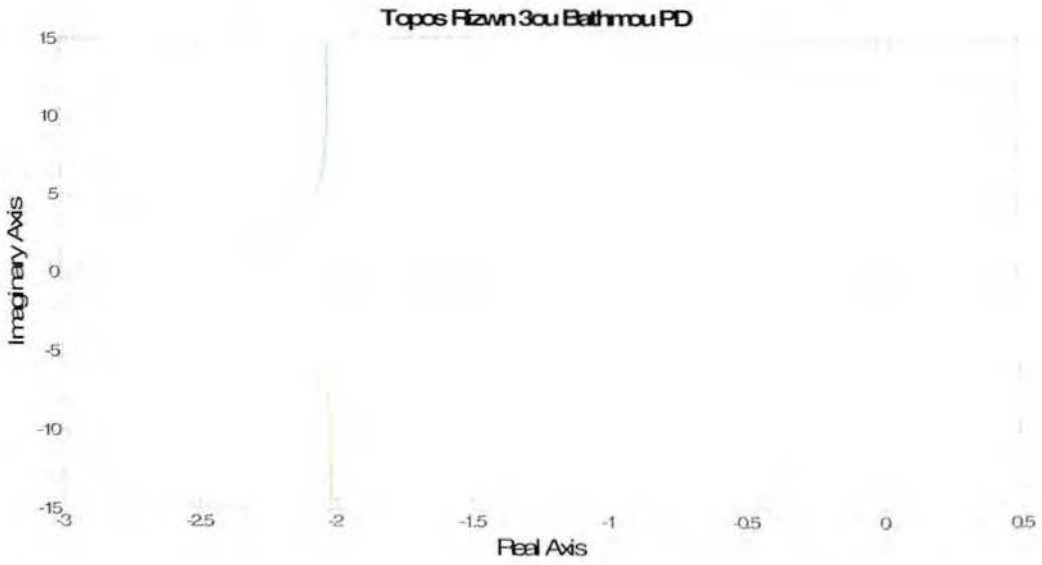
- Το διάγραμμα του τόπου ριζών του συστήματος τρίτης τάξης



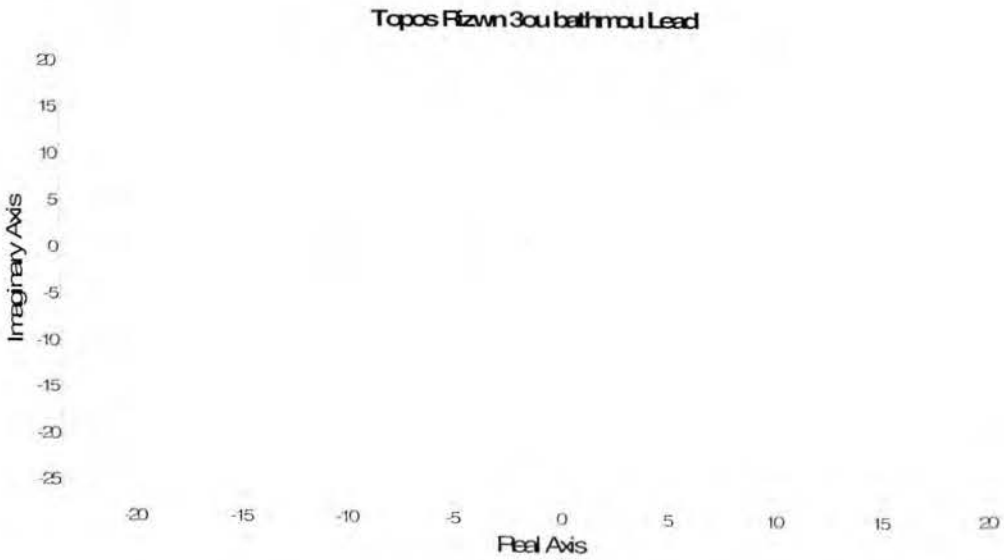
- Το διάγραμμα Τόπου Ριζών του κλειστού συστήματος με ελεγκτή **P**



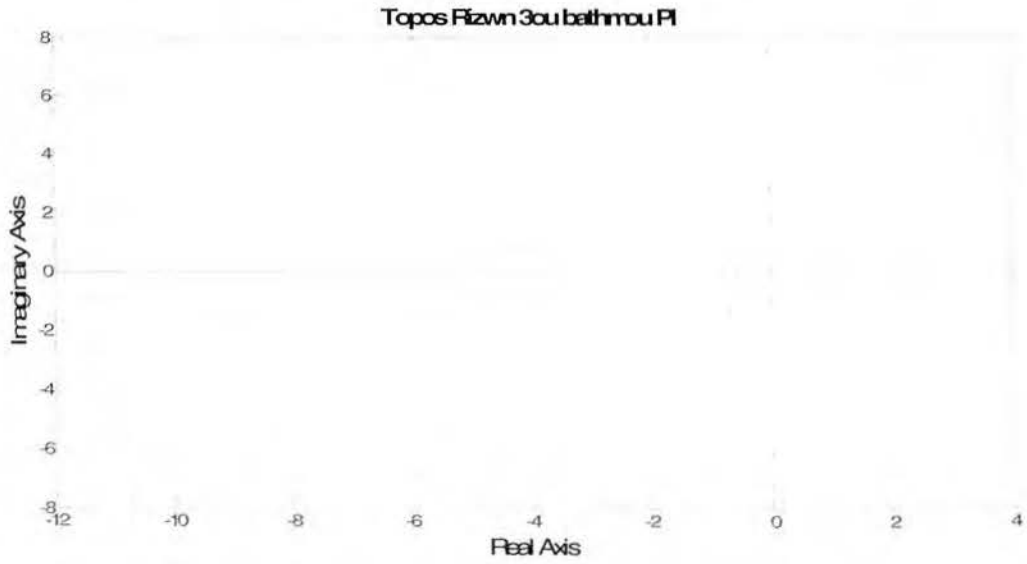
- Το διάγραμμα Τόπου Ριζών του κλειστού συστήματος με ελεγκτή **PD**



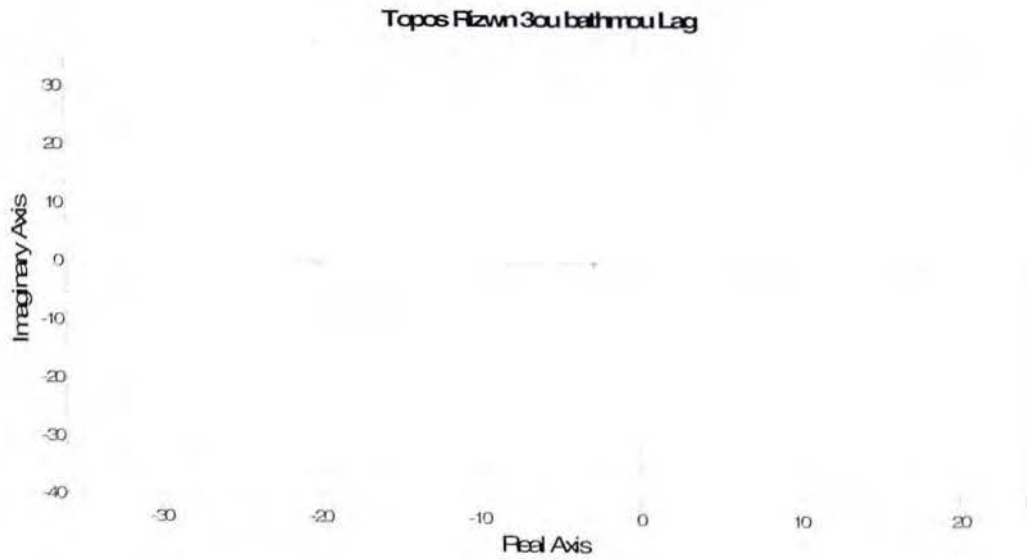
- Το διάγραμμα Τόπου Ριζών του κλειστού συστήματος με ελεγκτή **Lead**



- Το διάγραμμα Τόπου Ριζών του κλειστού συστήματος με ελεγκτή **PI**

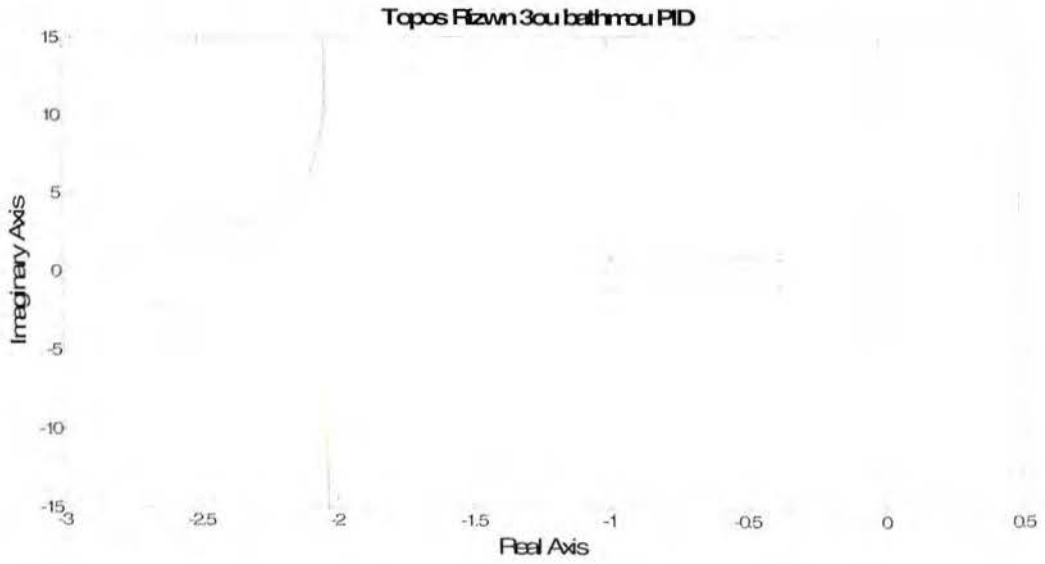


- Το διάγραμμα Τόπου Ριζών του κλειστού συστήματος με ελεγκτή **Lag**

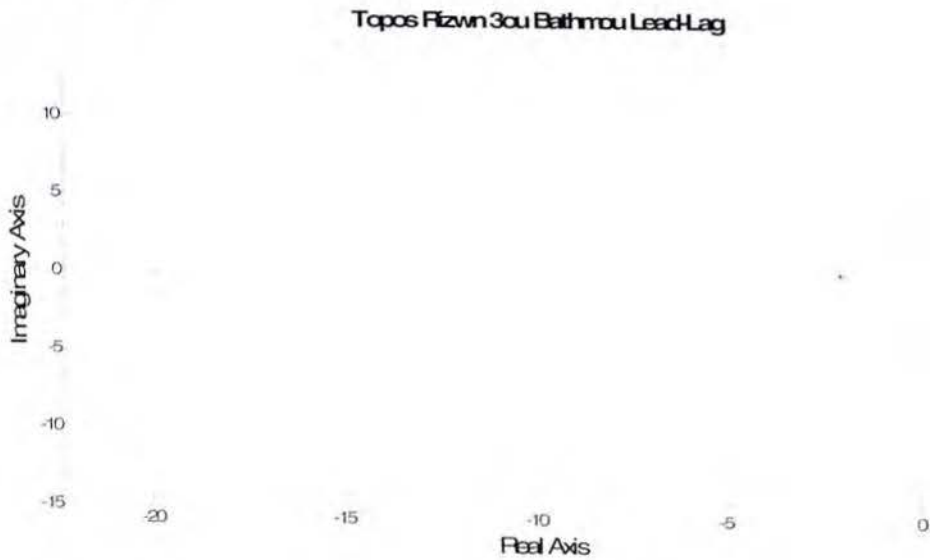




- Το διάγραμμα Τόπου Ριζών του κλειστού συστήματος με ελεγκτή **PID**



- Το διάγραμμα Τόπου Ριζών του κλειστού συστήματος με ελεγκτή **Lead-Lag**



Συμπεράσματα: Από τα διαγράμματα των Τόπων Ριζών γίνεται η απεικόνιση για την ανακατανομή των πόλων και ριζών του συστήματος μετά και την επίδραση των ελεγκτών. Μπορούμε να διακρίνουμε τους οριακούς πόλους και ρίζες ώστε να επέμβουμε διορθωτικά στο σύστημά μας για καλύτερα αποτελέσματα.

## Οι κώδικες υλοποίησης στο Matlab

- Για το σύστημα τρίτης τάξης

```
%systema 3ου bathmou
num=[1];
den=[1 6 11 3];
sys3open=tf(num,den)
t=0:0.1:20;

% Declare kleisto systema 3ου bathmou
sysH=1;
clsys3=feedback(sys3open,sysH,-1)

%Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys3,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',3)
title('Systema 3ou Bathmou');
grid

%Bode
figure(2)
bode(sys3open)
title('Bode 3ou Bathmou')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(sys3open)
title('Nyquist 3ou Bathmou')

%RootLocus
figure(4)
rlocus(sys3open)
title('Topos Rizwn 3ou Bathmou')
```

➤ Για το σύστημα τρίτης τάξης με ελεγκτή **P**

```
%sys3_P

clear all;close all; clc;
% Variables
Kp=10;
t=[0:0.1:20];

% Declare Controlller
P=tf([Kp],[1]);

%systema 3ou bathmou
num=[1];
den=[1 6 11 3];
sys3open=tf(num,den);

%Declare sysstima 3ou bathmou-P
G=series(P,sys3open);
sysH=1;
clsys3=feedback(G,sysH,-1)

%Step Response
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys3,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Step Response 3ou Bathmou: Kp=10');
grid

%Bode
figure(2)
bode(clsys3)
title('Bode 3ou Bathmou_P')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys3)
title('Nyquist 3ou Bathmou_P')

%RootLocus
figure(4)
rlocus(clsys3)
title('Topos Rizwn 3ou Bathmou_P')
```

➤ Για το σύστημα τρίτης τάξης με ελεγκτή **PD**

```
%sys3_PD
clear all;close all; clc;
% Variables
Kp=10;
Kd=5;
t=[0:0.1:20];

% Declare Controlller
PD=tf([Kd Kp],[1])

%systema 3ou bathmou
num=[1];
den=[1 6 11 3];
sys3open=tf(num,den);

%Declare sysstima 3ou bathmou-P
G=series(PD,sys3open)
sysH=1;
clsys3=feedback(G,sysH,-1)

%Step Response
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys3,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Step Response 3ou Bathmou PD:Kp=10 Kd=5');
grid

%Bode
figure(2)
bode(clsys3)
title('Bode 3ou Bathmou PD')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys3)
title('Nyquist 3ou Bathmou PD')

%RootLocus
figure(4)
rlocus(clsys3)
title('Topos Rizwn 3ou Bathmou PD')
```

➤ Για το σύστημα τρίτης τάξης με ελεγκτή **Lead**

```
%sys3_Lead
clear all;close all; clc;
% Variables
Kc=10;
z=-10;
p=-20;
t=[0:0.1:20];
%Declare Cotroller
%Lead=tf(Kc*[1 z],[1 p])
Lead=zpk(z,p,Kc);
%systema 3ou bathmou
num=[1];
den=[1 6 11 3];
sys3open=tf(num,den);
t=0:0.1:20;
%Declare clsys3_Lead
G=series(Lead,sys3open)
sysH=1;
clsys3=feedback(G,sysH,-1);

%Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys3,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Step Response 3ou bathmou Lead: z=-10, p=-20');
grid

%Bode
figure(2)
bode(clsys3)
title('Bode 3ou bathmou Lead')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys3)
title('Nyquist 3ou bathmou Lead')

%RootLocus
figure(4)
rlocus(clsys3)
title('Topos Rizwn 3ou bathmou Lead')
```



➤ Για το σύστημα τρίτης τάξης με ελεγκτή **PI**

```
%sys3_PI
clear all;close all; clc;

% Variables
Kp=10;
Ki=5;
t=[0:0.1:20];

%Declare Controller
PI=tf([Kp Ki],[1 0])

%systema 3ou bathmou
num=[1];
den=[1 6 11 3];
sys3open=tf(num,den);

%Declare sysstima 3ou bathmou-P
G=series(PI,sys3open)
sysH=1;
clsys3=feedback(G,sysH,-1)

%Step Response
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys3,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Systima 3ou Bathmou: Kp=10 Ki=5');
grid

%Bode
figure(2)
bode(clsys3)
title('Bode 3ou Bathmou PI')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys3)
title('Nyquist 3ou Bathmou PI')

%RootLocus
figure(4)
rlocus(clsys3)
title('Topos Rizwn 3ou Bathmou PI')
```



➤ Για το σύστημα τρίτης τάξης με ελεγκτή **Lag**

```
%sys3_Lag
clear all;close all; clc;
% Variables
Kc=1;
z=-20;
p=-10;
t=[0:0.1:20];

%Declare Cotroller
%Lag=tf([1 z],[1 p])
Lag=zpk(z,p,Kc);
%system 3ou bathmou
num=[1];
den=[1 6 11 3];
sys3open=tf(num,den);
t=0:0.1:20;
%Declare clsys3_Lag
G=series(Lag,sys3open)
sysH=1;
clsys3=feedback(G,sysH,-1)

%Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys3,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Step Response 3ou bathmou Lag: z=-20, p=-10');
grid

%Bode
figure(2)
bode(clsys3)
title('Bode 3ou bathmou Lag')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys3)
title('Nyquist 3ou bathmou Lag')

%RootLocus
figure(4)
rlocus(clsys3)
title('Topos Rizwn 3ou bathmou Lag')
```

➤ Για το σύστημα τρίτης τάξης και τον ελεγκτή **PID**

```
%sys3_PID
clear all;close all; clc;
%Variables
Kp=10;
Kd=5;
Ki=10;
t=[0:0.1:20];
%Declare Controller
numPID=[Kd Kp Ki];
denPID=[1 0];
PIDsys=tf(numPID,denPID)

%systema 3ou bathmou
num=[1];
den=[1 6 11 3];
sys3open=tf(num,den);

%Declare clsys3_PID
G=series(PIDsys,sys3open)
sysH=1;
clsys3=feedback(G,sysH,-1)

%Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys3,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Systema 3ou Bathmou: Kp=10, Kd=5, Ki=10');
grid

%Bode
figure(2)
bode(clsys3)
title('Bode sys3-PID')
grid

%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys3)
title('Nyquist sys3-PID')

%RootLocus
figure(4)
rlocus(clsys3)
title('Topos Rizwn sys3-PID')
```

➤ Για το σύστημα τρίτης τάξης και τον ελεγκτή **Lead-Lag**

```
%sys3_LeadLAg
clear all;close all; clc;
% Variables
Kc=10;
zLd=-2;
pLd=-20;
KLg=1;
zLg=-20;
pLg=-2;
t=[0:0.1:20];
%Declare Controller Lead-Lag
Lead=zpk(zLd,pLd,Kc);
Lag=zpk(zLg,pLg,KLg);
LeadLag=series(Lead,Lag);
%systema 3ou bathmou
num=[1];
den=[1 6 11 3];
sys3open=tf(num,den);
t=0:0.1:20;
%Declare clsys3_LeadLag
G=series(LeadLag,sys3open)
sysH=1;
clsys3=feedback(G,sysH,-1)
%Step Response
figure(1)
u=ones(1,201);
[y,T]=lsim(clsys3,u,t);
plot(T,y,'b',t,u,'y','Linewidth',2.5)
title('Step Response 3ou Bathmou Lead-Lag:Kc=10,zLd=-2,pLd=-20,KLg=1,zLg=-40,pLg=-4');
grid
%Bode
figure(2)
bode(clsys3)
title('Bode 3ou Bathmou Lead-Lag')
grid
%Nyquist
figure(3)
nyquist(clsys3)
title('Nyquist 3ou Bathmou Lead-Lag')
%RootLocus
figure(4)
rlocus(clsys3)
title('Topos Rizwn 3ou Bathmou Lead-Lag')
```

## **Βιβλιογραφία:**

- ✚ Δ.Καλλιγερόπουλος, Σ.Βασιλειάδου  
«Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου II», εκδ. Σύγχρονη Εκδοτική, Αθήνα  
2005
- ✚ Π.Μαλαιέστας, «Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου», τομ.Β, 2<sup>η</sup> έκδοση,  
εκδ. Τζιόλα, Θεσσαλονίκη 2005
- ✚ Π.Παρασκευόπουλος, «Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου», τομ.Β.  
Αθήνα 1984



**Αφιερώνεται...**

Στη μνήμη της γιαγιάς μου  
καθώς και σε δύο ανθρώπους που μου γέμισαν με όρεξη και χαρά τη  
σπουδαστική μου διαδρομή στο δάσκαλό μου και στη δασκάλα μου.