



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΕΙΡΑΙΑ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΔΟΜΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ
ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΟΣ ΤΟΜΕΑΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ανάλυση τάσεων στο εσωτερικό του εδάφους λόγω εξωτερικών φορτίων με
χρήση αναλυτικών και αριθμητικών προσομοιωμάτων



Σπουδαστής: Μάντζαρης Ανδρέας

Επιβλέπων Καθηγητής: κ. Βαΐρακτάρης Εμμανουήλ

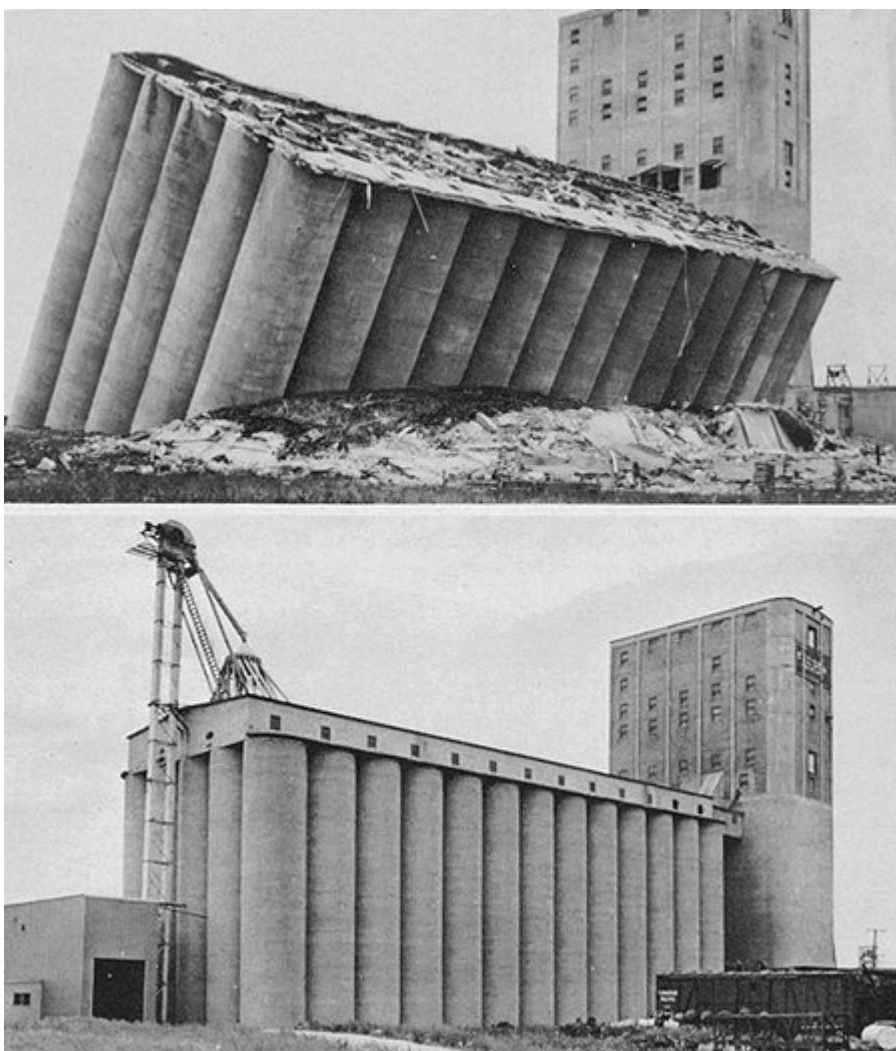
Δεκέμβριος 2010

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	2
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο - Εισαγωγή	3
<i>Σκοποί της εργασίας – Ιστορική αναδρομή.....</i>	<i>12</i>
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο –Προσομοιώματα συμπεριφοράς εδάφους – Αναλυτικές λύσεις.....	14
Τάσεις και παραμορφώσεις - Γενικά	14
Γραμμική ισότροπη ελαστικότητα	19
<i>Σχέσεις ελαστικότητας ως προς τις ολικές τάσεις</i>	<i>24</i>
Μη-γραμμικές σχέσεις τάσεων – παραμορφώσεων	25
Τάσεις στο εσωτερικό του εδάφους λόγω εξωτερικών φορτίων – πιέσεις επαφής	28
<i>Αναλυτικές λύσεις υπολογισμού των τάσεων λόγω εξωτερικών φορτίων</i>	<i>29</i>
Προσομοίωμα Mohr-Coulomb	36
<i>Κύκλος του Mohr.....</i>	<i>38</i>
<i>Κριτήριο αστοχίας</i>	<i>41</i>
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο Αριθμητικά προσομοιώματα - Πεπερασμένα Στοιχεία	45
Ιστορική Αναδρομή.....	47
Γενικά για τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων	48
Πεπερασμένα στοιχεία εδάφους	51
Πρόγραμμα Πεπερασμένων Στοιχείων (Plaxis)	54
<i>Διαδικασία Υπολογισμού.....</i>	<i>55</i>
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο – Αναλυτικές και Αριθμητικές Εφαρμογές.....	64
Δεδομένα Υπολογισμών	64
Αναλυτικό Προσομοίωμα.....	70
Αριθμητικό Προσομοίωμα.....	72
Παρατηρήσεις εφαρμογών αριθμητικής μεθόδου	86
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο Συμπεράσματα	97
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	99
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	102

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο - Εισαγωγή

Μία κατασκευή η οποία θεμελιώνεται στο έδαφος μπορεί να υποστεί καταστροφικές συνέπειες από την αστοχία του εδάφους στο οποίο εδράζεται η θεμελίωση της κατασκευής. Η θεμελίωση πρέπει να εξασφαλίζει αξιόπιστα την μεταφορά των φορτίων στο έδαφος από την ανωδομή χωρίς αστοχία του εδάφους. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα αστοχίας θεμελίωσης είναι το σιλό δημητριακών Transcona στη Winnipeg της Manitoba, στον Καναδά. Οι καταστροφικές συνέπειες του σιλό οφείλονται στην υπέρβαση της φέρουσας ικανότητας του εδάφους, καθώς δεν είχε γίνει επαρκής διερεύνηση του εδάφους θεμελίωσης. Στην συγκεκριμένη κατασκευή το πρόβλημα δημιουργήθηκε όταν γέμισε ο αποθηκευτικός χώρος και παρατηρήθηκε κλίση και καθίζηση στην αποθήκη (Εικ. 1) [25].



Εικ. 1 Αστοχία φέρουσας ικανότητας του εδάφους του σιλό Transcona, στον Καναδά [25]

Η αστοχία του εδάφους θεμελίωσης αρκετές φορές συνδυάζονται με το φαινόμενο της καθίζησης, δηλαδή με την κατακόρυφη μετακίνηση του εδάφους προς την κατεύθυνση της βαρύτητας (Εικ. 2).

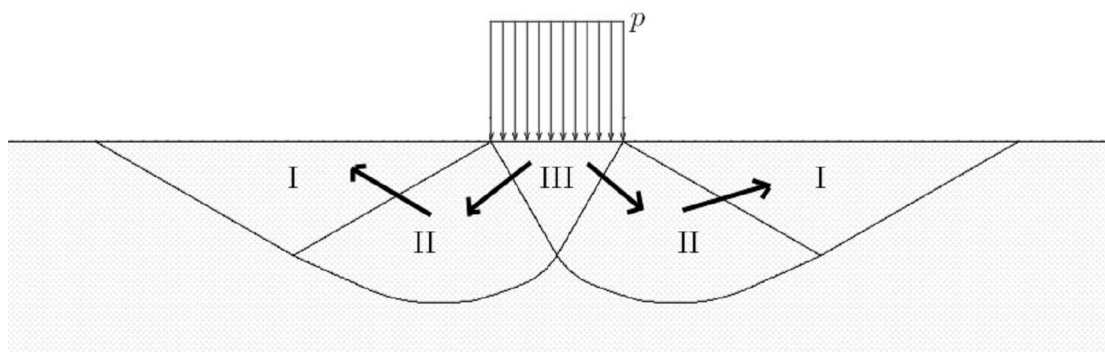


Εικ. 2 Καθιζήσεις εδάφους [22]

Οι καθιζήσεις προκαλούνται από την ανακατανομή της εντατικής κατάστασης στο έδαφος τα οποία οδηγούν σε ανακατανομή των παραμορφώσεων του εδάφους, με αποτελέσματα όπως αυτά που εμφανίζονται στις παραπάνω εικόνες. Οι παραμορφώσεις, σε κάθε περίπτωση, συνδέονται άμεσα με τις αναπτυσσόμενες τάσεις στο εσωτερικό του εδάφους, καθώς για να υποστεί παραμόρφωση ένα στοιχείο του εδάφους πρέπει να μεταβληθεί η εντατική του κατάσταση.

Η αστοχία του εδάφους θεμελίωσης είναι αποτέλεσμα της εφαρμογής τάσεων μεγαλύτερων της μέγιστης διατμητικής τάσης την οποία μπορεί να αντέξει το έδαφος, γι' αυτό η κατανόηση της διατμητικής αντοχής είναι θεμελιώδης στη συμπεριφορά του εδάφους. Η διατμητική αντοχή του εδάφους προσδιορίζει το

μέγιστο ή οριακό φορτίο που μπορεί να ασκηθεί σε μία θεμελίωση στο έδαφος. Η αστοχία του εδάφους συνδέεται με την αστοχία πολλών εδαφικών στοιχείων σε μία εκτεταμένη περιοχή κάτω από το θεμέλιο (Εικ. 3).



Εικ. 3 Μηχανισμός αστοχίας [11]

Τα στοιχεία αυτά έχουν διαφορετικές εντατικές καταστάσεις, οι οποίες όμως είναι όλες καταστάσεις αστοχίας, δηλαδή κάθε εδαφικό στοιχείο στη ζώνη αστοχίας δεν μπορεί να αναλάβει μεγαλύτερες τάσεις αλλά παραμορφώνεται απεριόριστα με το συγκεκριμένο συνδυασμό τάσεων της κατάστασης στην οποία βρίσκεται. Έτσι προκύπτει ότι για κάθε εδαφικό υλικό υπάρχουν ορισμένοι συνδυασμοί τάσεων που οδηγούν σε απεριόριστες παραμορφώσεις. Οι συνδυασμοί αυτοί ονομάζονται εντατικές καταστάσεις αστοχίας. Το σύνολο των εντατικών καταστάσεων αστοχίας σχηματίζει μία επιφάνεια που ονομάζεται περιβάλλουσα αστοχίας. Εφόσον οι καταστάσεις αστοχίας συνδέονται με την παραμόρφωση του εδάφους, πρέπει να εκφράζονται ως προς τις ενεργές τάσεις, έτσι οι εντατικές καταστάσεις αστοχίας εκφράζονται από συνδυασμούς των ενεργών τάσεων. Ο προσδιορισμός του συνόλου των εντατικών καταστάσεων αστοχίας ενός εδαφικού υλικού είναι πολύ σημαντικός για την ασφάλεια των έργων, επειδή η σύγκριση των εντατικών καταστάσεων που αναπτύσσονται στο έδαφος λόγω των επιβαλλόμενων φορτίων με τις αντίστοιχες καταστάσεις αστοχίας δίνει το βαθμό ασφαλείας του έργου.

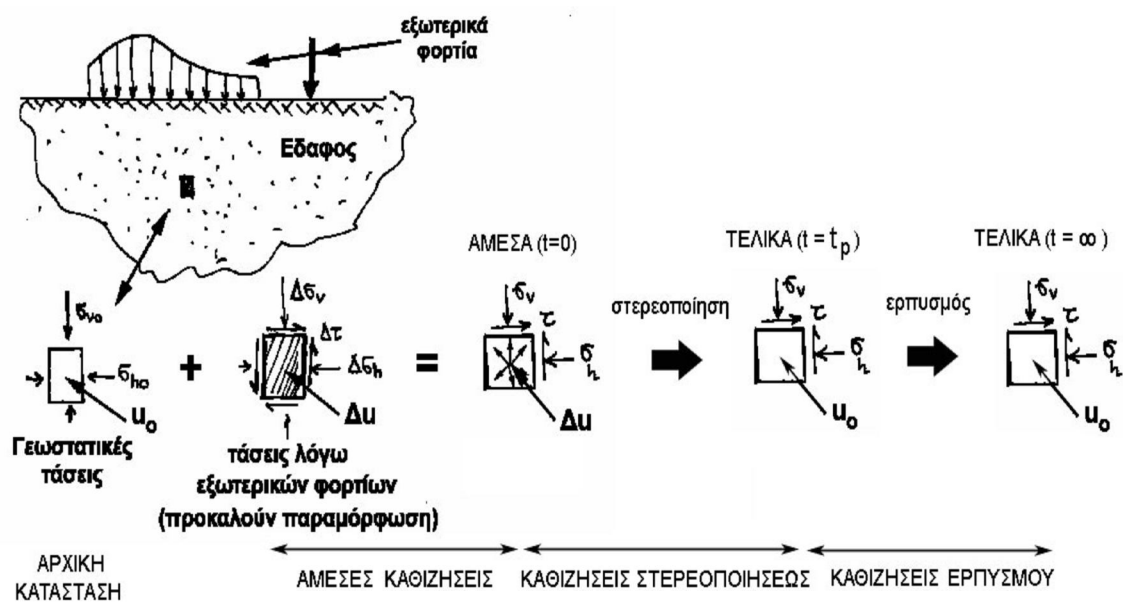
Τα εξωτερικώς επιβαλλόμενα φορτία αναλαμβάνονται από τον εδαφικό σκελετό με την ανάπτυξη ορθών και διαμηθικών δυνάμεων μεταξύ των κόκκων και οδηγούν σε παραμορφώσεις που κυρίως οφείλονται σε ολισθήσεις και κυλίσεις μεταξύ των κόκκων. Στην ουσία δύο παράμετροι

επηρεάζουν την παραμόρφωση των εδαφικών υλικών, η τριβή μεταξύ των κόκκων που αντιδρά στην μετατόπιση τους και η συνοχή, η συγκόλληση δηλαδή των κόκκων λόγω ηλεκτροχημικών ή άλλων δυνάμεων. Το απλούστερο προσομοίωμα που αφορά στην μελέτη της κατάστασης αστοχίας ενός εδαφικού στοιχείου είναι το κριτήριο αστοχίας Mohr – Coulomb, το οποίο αναλύεται σε επόμενο κεφάλαιο.

Ένα θεμέλιο είναι η διεπιφάνεια μεταξύ του μίας κατασκευής και του εδάφους. Η τάση q που ασκείται από μία κατασκευή σε ένα θεμέλιο συχνά υποτίθεται ομοιόμορφη. Η πραγματική πίεση η οποία ασκείται από το θεμέλιο στο έδαφος και αυτή έπειτα ανακατανέμεται στο έδαφος, είναι μία αντίδραση, που ονομάζεται πίεση επαφής p και η κατανομή της κάτω από το θεμέλιο μπορεί να απέχει πολύ από την ομοιόμορφη. Η πίεση επαφής κάτω από μία επιφάνεια θεμελίωσης εξαρτάται και από τη συμπιεστότητα του εδάφους και τη δυσκαμψία της θεμελίωσης. Αναλυτικότερα για την πίεση επαφής και την κατανομή των τάσεων αναφέρονται σε παρακάτω κεφάλαιο. Οι πιέσεις επαφής είναι σημαντικές για τον υπολογισμό της εντατικής κατάστασης στο εσωτερικό του εδάφους. Όσο μεγαλύτερη ακρίβεια έχουμε στον υπολογισμό τους τόσο μεγαλύτερη ακρίβεια έχουμε στον υπολογισμό της εντατικής κατάστασης στο εσωτερικό του εδάφους.

Όπως αναφέραμε και παραπάνω, οι καθιζήσεις για να εκτιμηθούν πρέπει να γνωρίζουμε τις παραμορφώσεις, οι οποίες συνδέονται με τις τάσεις. Οι σχέσεις τάσεων – παραμορφώσεων, δηλαδή τα μεγέθη των τάσεων που αναπτύσσονται κατά την παραμόρφωση του εδαφικού υλικού, καθορίζονται από τους καταστατικούς νόμους συμπεριφοράς. Η επιλογή του καταστατικού νόμου είναι σημαντική για την ποσοτικοποίηση των καθιζήσεων. Η επιρροή της στάθμης του υδροφόρου ορίζοντα είναι σημαντική τουλάχιστον για τον υπολογισμό των καθιζήσεων (στερεοποίηση). Οπότε λαμβάνοντας υπ'όψιν τους καταστατικούς νόμους συμπεριφοράς των γεωυλικών μακροπρόθεσμα τουλάχιστον επηρεάζουν και την εντατική κατάσταση του εδάφους.

Οι καθιζήσεις που προκαλούνται από τις αναπτυσσόμενες τάσεις προέρχονται από: άμεση καθίζηση, καθίζηση λόγω στερεοποίησης, δευτερογενή καθίζηση και το μέγεθος της κάθε μίας πρέπει να προσδιοριστεί για να δώσει τη συνολική καθίζηση (Εικ. 4).



Εικ. 4 Καθιζήσεις [10]

Οι άμεσες καθιζήσεις συμβαίνουν σε ξηρά ή μερικώς κορεσμένα εδάφη και ταχέως στραγγιζόμενα κορεσμένα εδάφη (π.χ. άμμους), και προκαλούνται από τις διατμητικές παραμορφώσεις μέσα στο έδαφος και αναγκάζουν την επιφάνεια του να αλλάξει σχήμα. Οι δευτερογενείς καθιζήσεις είναι οι χρονικά εξελισσόμενες καθιζήσεις λόγω ερπυστικής συμπεριφοράς των εδαφών (υπό πρακτικώς σταθερές ενεργές τάσεις) μετά το πέρας της στερεοποίησης. Καθιζήσεις λόγω στερεοποίησης είναι χρονικά εξελισσόμενες καθιζήσεις λόγω εκτόνωσης των υπερπλίσεων πόρων που αναπτύσσονται κατά την ταχεία φόρτιση κορεσμένων εδαφών (κυρίως αργιλικών).

Ένα παράδειγμα της επίδρασης των καθιζήσεων στα εδάφη και τις κατασκευές, είναι ο πύργος της Πίζας, κατά τον οποίο η κύρια αιτία της καθιζήσης δεν είναι η αστοχία της φέρουσας ικανότητας της αργίλου Pancone, αλλά το αποτέλεσμα της συμπιεστότητας των υποκείμενων εδαφών (Εικ. 5) [23].



Εικ. 5 Πύργος της Πίζας [23]

Άλλο παράδειγμα της επίδρασης των καθιζήσεων στα εδάφη είναι στο Περού όπου από σεισμό προκλήθηκε ρευστοποίηση του εδάφους (Εικ. 6). Ρευστοποίηση του εδάφους λέγεται το φαινόμενο κατά το οποίο έχουμε απώλεια της διατμητικής αντοχής του εδάφους λόγω ανάπτυξης υπερπιάσεων του νερού των πόρων κατά τη διάρκεια του σεισμού.



Εικ. 6 Καθιζήσεις λόγω ρευστοποίησης εδάφους από σεισμό στο Περού [12]

Εκτός από τις γεωστατικές τάσεις στο εσωτερικό του εδάφους, η εντακτική κατάσταση ενός εδαφικού στοιχείου μεταβάλλεται και λόγω επιβολής εξωτερικών φορτίων στην επιφάνεια του. Οι λόγοι που καθιστούν σημαντική την εκτίμηση των εσωτερικών τάσεων του εδάφους λόγω των εξωτερικώς επιβεβλημένων φορτίων είναι οι εξής:

- Πρώτον οι υποχωρήσεις (καθιζήσεις) που μπορούν να υποστούν οι κατασκευές από τα εξωτερικά φορτία πρέπει να περιορίζονται. Για την εκτίμηση των υποχωρήσεων είναι απαραίτητη η γνώση των παραμορφώσεων που προκαλούν στο έδαφος τα επιβεβλημένα φορτία. Οι παραμορφώσεις όμως συνδέονται άμεσα με τις αναπτυσσόμενες τάσεις, γεγονός που καθιστά σημαντικό τον υπολογισμό των τάσεων.
- Δεύτερον όλα τα υλικά αστοχούν (θραύονται) αν η φόρτιση υπερβεί το όριο αντοχής τους. Το όριο αντοχής κάθε υλικού δεν είναι σταθερό αλλά εξαρτάται από τις τάσεις, δηλαδή αντιστοιχεί σε ορισμένους κρίσιμους συνδυασμούς τάσεων, τα λεγόμενα κριτήρια αστοχίας. Η

γνώση των τάσεων που αναπτύσσονται στο έδαφος, είναι απαραίτητη για να εκτιμηθεί κατά πόσο η υφιστάμενη εντατική κατάσταση του εδάφους προσεγγίζει την κατάσταση αστοχίας.

Οι ιδιότητες εδαφών, βράχων και βραχομάζας ποσοτικοποιούνται με γεωτεχνικές παραμέτρους οι οποίες χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς μίας γεωτεχνικής μελέτης. Οι παράμετροι προκύπτουν από τα αποτελέσματα επιτόπου και εργαστηριακών δοκιμών, και άλλων σχετικών στοιχείων. Για να προσδιορισθούν αξιόπιστες τιμές των γεωτεχνικών παραμέτρων, θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη τα ακόλουθα στοιχεία [16]:

- πολλές εδαφικές παράμετροι δεν είναι απόλυτα σταθερές, αλλά εξαρτώνται από ποικίλους παράγοντες όπως το μέγεθος των τάσεων, ο τρόπος παραμόρφωσης κλπ.
- το πρόγραμμα ερευνών πρέπει να περιλαμβάνει επαρκή αριθμό δοκιμών ώστε να συγκεντρώνουν στοιχεία για τον προσδιορισμό των τιμών και των μεταβολών των διαφόρων παραμέτρων που υπεισέρχονται στη μελέτη.
- η τιμή κάθε παραμέτρου πρέπει να συγκρίνεται με σχετικά δημοσιευμένα στοιχεία και την τοπική και εν γένει εμπειρία. Επίσης μπορεί να λαμβάνονται υπόψη δημοσιευμένες συσχετίσεις μεταξύ παραμέτρων, όπου απαιτείται.
- εάν υπάρχουν, πρέπει να αναλύονται τα αποτελέσματα επιτόπου δοκιμών μεγάλης κλίμακας και μετρήσεις από κατασκευές σε πραγματική κλίμακα.

Η αβεβαιότητα στην εκτίμηση των εδαφικών παραμέτρων οφείλεται στην ετερογένεια των εδαφικών σχηματισμών, την περιορισμένης έκτασης δειγματοληψία, τη διατάραξη των δειγμάτων και ποικίλα σφάλματα κατά την εκτέλεση δοκιμών για τη μέτρηση των εδαφικών ιδιοτήτων. Η αβεβαιότητα αυτή μπορεί να ληφθεί υπόψη με την πιθανοτική θεώρηση των εδαφικών παραμέτρων ως τυχαίων μεταβλητών (x) και την εκτίμηση της διασποράς $\sigma^2[x]$ ή, ισοδύναμα, της τυπικής απόκλισης $\sigma[x]$ των στατιστικών τους κατανομών με τους εξής τρόπους [17] :

1. Μέσω των αναλυτικών σχέσεων :

$$E[X] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (\text{μέση τιμή του } X) \quad (1.1)$$

$$\sigma^2[X] = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - E[X])^2 \quad (\text{διασπορά του } X) \quad (1.2)$$

εφόσον τα διαθέσιμα στοιχεία (X_1, X_2, \dots, X_N) από μετρήσεις της παραμέτρου (X) είναι επαρκή για αξιόπιστη στατιστική επεξεργασία. Συνήθως, τα διαθέσιμα στοιχεία είναι ανεπαρκή για την εκτίμηση της διασποράς, λόγω μικρού αριθμού δοκιμών σε σχέση με την ετερογένεια των εδαφικών σχηματισμών. Αντιθέτως, η εκτίμηση της μέσης τιμής $E[X]$ είναι συνήθως αρκετά αξιόπιστη ακόμη και με περιορισμένο μέγεθος δείγματος (μετρήσεων).

2. Από βιβλιογραφία, όταν τα διαθέσιμα στοιχεία από μετρήσεις είναι ανεπαρκή για αξιόπιστη στατιστική επεξεργασία. Συνήθως σε βιβλιογραφίες δίνονται οι τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας :

$$V_x = \frac{\sigma[X]}{E[X]} \quad (1.3)$$

ο οποίος παρουσιάζει πολύ μικρότερη διακύμανση σε σχέση με τη διασπορά (Harr, 1987). Τυπικές τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας εδαφικών παραμέτρων δίνονται στον ακόλουθο πίνακα (Harr, 1987, Kulhawy 1992, Lacasse and Nadim 1997 και Duncan 2000):

ΕΔΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ (X)	ΣΥΜΒΟΛΑ	Συντελεστής μεταβλητότητας (V_x)	
		Εύρος τιμών	Μέσος όρος
Ειδικό βάρος	γ	0,03 - 0,07	0,05
Ενεργός γωνία τριβής	ϕ'	0,07 - 0,12	0,10
Ενεργός συνοχή	c	0,30-0,40	0,35
Αστράγγιστη διατμητική αντοχή	c_u		
από εργαστηριακές δοκιμές		0,13 - 0,40	0,25
από επιτόπου δοκιμές		0,10 - 0,30	0,20
Δείκτης συμπίεστότητας	C_c	0,10 - 0,37	0,25
Τάση προφόρτισης	p_p	0,10 - 0,35	0,25
Συντελεστής στερεοποίησης	C_v	0,33 - 0,68	0,50

Πιν. 1 Τυπικές τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας εδαφικών παραμέτρων [17]

Από τον ανωτέρω πίνακα προκύπτει ότι η αβεβαιότητα στην εκτίμηση της μακροχρόνιας διατμητικής αντοχής των συνεκτικών εδαφών (μέσω του c') είναι πολύ μεγαλύτερη απ' ό,τι των μή-συνεκτικών (μέσω του ϕ'), γεγονός που θα πρέπει να οδηγεί στη χρήση διαφορετικών συντελεστών ασφαλείας αναλόγως του είδους των εδαφικών σχηματισμών (π.χ. σε θέματα μακροχρόνιας ευστάθειας πρανών, οριακής αντοχής θεμελιώσεων, κλπ). Αντ' αυτού, συνήθως γίνεται σημαντική απομείωση της ενεργού συνοχής (c') που μετράται στις εργαστηριακές δοκιμές προκειμένου να ληφθεί η τιμή που υπεισέρχεται στις αναλύσεις ευστάθειας. Αν και η μέθοδος αυτή τείνει στην ορθή κατεύθυνση, ο βαθμός απομείωσης της συνοχής είναι συνήθως αυθαίρετος και συνεπώς το επιτυγχανόμενο αποτέλεσμα (όσον αφορά την ασφάλεια του έργου) είναι αβέβαιο.

Σκοποί της εργασίας – Ιστορική αναδρομή

Το 1885 ο Boussinesq, οποίος ήταν από τους πρωτοπόρους που ασχολήθηκε με τις τάσεις στο εσωτερικό του εδάφους, δημοσίευσε μία λύση για τις τάσεις κάτω από ένα σημειακό φορτίο στην επιφάνεια ενός υλικού. Το 1934 ο Jurgenson παρουσίασε λύσεις για τις τάσεις κάτω από φορτίο σε απειρομήκη λωρίδα και ο Gray το 1936 παρουσίασε λύσεις για τις τάσεις κάτω από ασύμμετρη κάθετη τριγωνική φόρτιση. Από τους Foster και Ahlvin (1954) δημοσιεύτηκαν οι λύσεις για τις τάσεις κάτω από κυκλική φόρτιση για $\nu = 0.5$, ενώ για όλες τις τιμές ν οι λύσεις παρουσιάστηκαν από τους Ulery και Ahlvin (1962). Μια πλήρης ανασκόπηση των λύσεων για την κατανομή των τάσεων δίνεται από τους Poulos και Davis (1974).

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι (λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι ο γεωτεχνικός σχεδιασμός των τεχνικών έργων, σε πολύ μεγάλο βαθμό, βασίζεται στην Ελαστική ανάλυση και στην Οριακή Ανάλυση (Limit state analysis)) ο υπολογισμός και η ανάλυση των κατακόρυφων τάσεων στο εσωτερικό του εδάφους λόγω εξωτερικών φορτίων (π.χ. θεμελίωση κτιρίου) με χρήση αναλυτικών και αριθμητικών προσομοιωμάτων. Ένα σύνηθες αποτέλεσμα των έργων Πολιτικού Μηχανικού είναι η επιβολή φορτίων στο έδαφος, όπως για παράδειγμα κατασκευή κτιρίων, φραγμάτων, γεφυρών ή η μείωση των ήδη επιβεβλημένων φορτίων (π.χ. εκσκαφές). Τα επιβεβλημένα φορτία αναλαμβάνονται από τις εδαφικές μάζες με την ανάπτυξη εσωτερικών

τάσεων έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι συνθήκες ισορροπίας σε όλα τα εδαφικά στοιχεία και συνεπώς το σύστημα κατασκευή-έδαφος να ισορροπεί. Επομένως η εκτίμηση της υφιστάμενης εντατικής κατάστασης είναι απαραίτητη για το προσδιορισμό της συμπεριφοράς του εδάφους. Απαιτούνται διάφορες παραδοχές και απλοποιήσεις για την εκτίμηση της (με χρήση αναλυτικών νόμων), όπως για παράδειγμα η παραδοχή της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας. Όμως, η μηχανική συμπεριφορά των εδαφικών υλικών απέχει σημαντικά από τις προβλέψεις της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας. Ακριβέστερη προσομοίωση τόσο της επιβαλλόμενης εντατικής κατάστασης όσο και των χαρακτηριστικών του εδαφικού υλικού αλλά και της μη γραμμικής συμπεριφοράς του μπορεί να γίνει με χρήση αριθμητικών προσομοιωμάτων και συγκεκριμένα με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μία σύγχρονη μέθοδος σχεδιασμού τεχνικών έργων η οποία αυξάνει την ταχύτητα και κυρίως την ακρίβεια των υπολογισμών.

Ένας επιπλέον στόχος της εργασίας είναι η εμβάθυνση στις αναλυτικές μεθόδους υπολογισμού και στις προϋποθέσεις-παραδοχές που τις διέπουν καθώς επίσης και στις διαφορές από την πραγματική κατάσταση. Επίσης σκοπός της εργασίας είναι η μελέτη του αριθμητικού προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων για το έδαφος και τις ιδιότητες του. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται εξειδικευμένο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων (Plaxis).

Εφαρμογές που επιλύονται με τη χρήση των δύο μεθόδων παρουσιάζονται συγκριτικά ώστε να γίνει φανερή η διαφορά των εκτιμήσεων των δύο μεθόδων και πόσο αυτή επηρεάζει τη μελέτη των κατασκευών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο –Προσομοιώματα συμπεριφοράς εδάφους – Αναλυτικές λύσεις

Η μηχανική συμπεριφορά των εδαφών μπορεί να προσομοιωθεί με διάφορους τρόπους, οι οποίοι διαφέρουν ως προς την ακρίβεια που παρέχουν. Ο νόμος του Hooke της γραμμικής, ισότροπης ελαστικότητας, για παράδειγμα, μπορεί να θεωρηθεί ως η απλούστερη διαθέσιμη σχέση τάσης-παραμόρφωσης. Η γραμμική ισότροπη ελαστικότητα περιλαμβάνει δύο παραμέτρους, τον συντελεστή Young, E και τον λόγο Poisson, ν , όμως δεν είναι γενικά το καλύτερο προσομοίωμα για να εκφράσει τα ουσιαστικά χαρακτηριστικά γνωρίσματα του εδάφους, διότι η γραμμική ελαστικότητα έχει ως παραδοχή το έδαφος να συμπεριφέρεται ελαστικά και γραμμικά γεγονός το οποίο έρχεται σε αντίθεση με την πραγματικότητα, επειδή η εδαφική συμπεριφορά είναι έντονα μη γραμμική και ανελαστική. Ωστόσο για την διαμόρφωση των μεγάλης κλίμακας δομικών στοιχείων και τα βραχύδη υποστρώματα, η γραμμική ελαστικότητα τείνει να είναι κατάλληλη.

Τάσεις και παραμορφώσεις - Γενικά

Ένα εδαφικό προσομοίωμα είναι ένα σύνολο μαθηματικών εξισώσεων που περιγράφει τη σχέση μεταξύ των τάσεων και των παραμορφώσεων. Τα εδαφικά προσομοιώματα συχνά εκφράζονται σε μία μορφή στην οποία οι απειροελάχιστες αυξήσεις των τάσεων συσχετίζονται με τις απειροελάχιστες αυξήσεις των παραμορφώσεων.

Η λεπτομερή περιγραφή της μετάδοσης των τάσεων στο εσωτερικό των εδαφικών μαζών είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη λόγω της ασυνεχούς φύσης του εδάφους. Στα εδαφικά υλικά όταν λέμε τάση, εννοούμε τη μακροσκοπική τάση, δηλαδή τη δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας αρκετά μεγάλης σε σχέση με το μέγεθος του κόκκου. Οι πραγματικές τάσεις που ασκούνται στα σημεία επαφής μεταξύ των κόκκων είναι πολύ μεγαλύτερες από τις μακροσκοπικές τάσεις που υπολογίζουμε στην Εδαφομηχανική, δεδομένου ότι οι πραγματικές τάσεις είναι δυνάμεις ανηγμένες στην πραγματική επιφάνεια επαφής μεταξύ των κόκκων, ενώ οι μακροσκοπικές τάσεις είναι δυνάμεις ανηγμένες στο

σύνολο της επιφάνειας. Το πλεονέκτημα στη χρήση των μακροσκοπικών τάσεων οφείλεται στο γεγονός ότι η πραγματική επιφάνεια επαφής δεν είναι γνωστή και έτσι δεν είναι δυνατός ο ακριβής υπολογισμός των πραγματικών τάσεων.

Η τάση είναι ένας τανυστής ο οποίος μπορεί να αντιπροσωπευθεί από ένα μητρώο σε καρτεσιανές συντεταγμένες:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Στη βασική θεωρία παραμόρφωσης, ο τανυστής τάσης είναι συμμετρικός έτσι ώστε $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}, \sigma_{yz} = \sigma_{zy}, \sigma_{zx} = \sigma_{xz}$. Σε αυτή την κατάσταση, συχνά οι τάσεις γράφονται σε διανυσματική μορφή, η οποία περιλαμβάνει μόνο έξη διαφορετικές συνιστώσες:

$$\underline{\underline{\sigma}} = (\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{zx})^T \quad (2.2)$$

Ωστόσο σε συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης:

$$\sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0 \quad (2.3)$$

Σύμφωνα με την αρχή του Terzaghi, οι τάσεις στο έδαφος χωρίζονται σε ενεργές τάσεις σ' και στη πίεση του νερού των πόρων u :

$$\sigma = \sigma' + u \quad (2.4)$$

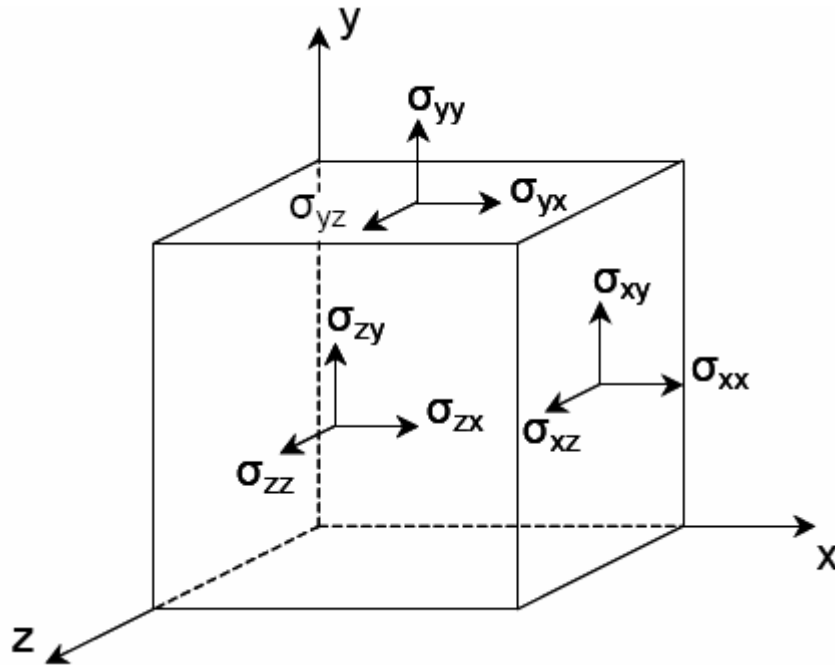
Η πίεση των πόρων προέρχεται γενικά από το νερό που υπάρχει στους πόρους. Το νερό θεωρούμε ότι δεν συμβάλει καθόλου στη διατμητική αντοχή, έτσι οι ενεργές διατμητικές τάσεις είναι ίσες με τις ολικές διατμητικές τάσεις. Οι θετικές συνιστώσες των τάσεων θεωρούνται ότι αντιπροσωπεύουν τον εφελκυσμό, ενώ οι αρνητικές τάσεις υποδεικνύουν θλίψη. Καθώς το νερό θεωρείται ότι είναι ισότροπο, η πίεση των πόρων είναι ίση σε όλες τις διευθύνσεις. Ως εκ τούτου, η πίεση των πόρων u μπορεί να αντιπροσωπεύεται από μία μόνο τιμή p_w .

$$\underline{\underline{\sigma}}_w = (p_w \quad p_w \quad p_w \quad 0 \quad 0 \quad 0)^T \quad (2.5)$$

Τα εδαφικά προσομοιώματα για τα εδάφη και τους βράχους εκφράζονται γενικά ως μία σχέση μεταξύ των απειροελάχιστων αυξήσεων των ενεργών τάσεων και των απειροελάχιστων αυξήσεων των παραμορφώσεων. Σε μία

τέτοια σχέση, οι απειροελάχιστες αυξήσεις των ενεργών τάσεων αντιπροσωπεύονται από τα ποσοστά τάσεων (με μία τελεία πάνω από το σύμβολο τάσης):

$$\underline{\dot{\sigma}'} = (\dot{\sigma}'_{xx} \quad \dot{\sigma}'_{yy} \quad \dot{\sigma}'_{zz} \quad \dot{\sigma}'_{xy} \quad \dot{\sigma}'_{yz} \quad \dot{\sigma}'_{zx})^T \quad (2.6)$$



Εικ. 7 Ορθές τάσεις

Είναι απλούστερο και συχνά επαρκές να χρησιμοποιούνται οι κύριες τάσεις αντί οι τάσεις με καρτεσιανές συνιστώσες κατά τη διατύπωση των εδαφικών προσομοιωμάτων. Κυρίες τάσεις ονομάζονται όταν οι διαμηθικές τάσεις είναι μηδέν σε ένα σύστημα συντεταγμένων. Οι κύριες τάσεις έχουν στην πραγματικότητα τις ίδιες τιμές με τον τανυστή τάσης και έτσι μπορούν να προσδιοριστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\det(\underline{\underline{\sigma'}} - \sigma' \underline{\underline{I}}) = 0 \quad (2.7)$$

όπου $\underline{\underline{I}}$ είναι ο μοναδιαίος πίνακας. Αυτή η εξίσωση δίνει τρεις λύσεις για την σ' , δηλαδή τις κύριες ενεργές τάσεις $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$.

Εκτός από τις κύριες τάσεις είναι επίσης χρήσιμο να προσδιοριστούν και οι σταθερές τάσεις, οι οποίες είναι ανεξάρτητες από τον προσανατολισμό του συστήματος συντεταγμένων. Δύο είναι οι χρήσιμες σταθερές τάσεις:

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_{xx} + \sigma'_{yy} + \sigma'_{zz}) = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3) \quad (2.8)$$

$$q = \sqrt{\frac{1}{2} \left((\sigma'_{xx} - \sigma'_{yy})^2 + (\sigma'_{yy} - \sigma'_{zz})^2 + (\sigma'_{zz} - \sigma'_{xx})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2) \right)} \quad (2.9)$$

όπου p' είναι η ισότροπη ενεργός τάση ή μέση ενεργός τάση και q είναι αντίστοιχη διαμητική τάση. Σημειώνουμε ότι η συνθήκη που υιοθετείται για το p' είναι θετική για τη θλίψη, σε αντίθεση με άλλες τάσεις. Η αντίστοιχη διαμητική τάση q έχει το πλεονέκτημα ότι μειώνεται σε $q = |\sigma'_1 - \sigma'_3|$ για τη τριαξόνικη εντατική κατάσταση με $\sigma'_2 = \sigma'_3$.

Οι κύριες ενεργές τάσεις μπορούν να γραφτούν με την προϋπόθεση ότι είναι σταθερές, με τον εξής τρόπο:

$$-\sigma'_1 = p' + \frac{2}{3}q \cdot \sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.10)$$

$$-\sigma'_2 = p' + \frac{2}{3}q \cdot \sin(\theta) \quad (2.11)$$

$$-\sigma'_3 = p' + \frac{2}{3}q \cdot \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.12)$$

όπου θ αναφέρεται ως γωνία του Lode (μία τρίτη σταθερά), η οποία ορίζεται ως:

$$\theta = \frac{1}{3} \arcsin\left(\frac{27 J_3}{2 q^3}\right) \quad (2.13)$$

όπου

$$J_3 = (\sigma'_{xx} - p')(\sigma'_{yy} - p')(\sigma'_{zz} - p') - (\sigma'_{xx} - p')\sigma_{yz}^2 - (\sigma'_{yy} - p')\sigma_{zx}^2 - (\sigma'_{zz} - p')\sigma_{xy}^2 + 2\sigma_{xy}\sigma_{yz}\sigma_{zx} \quad (2.14)$$

Τα εδαφικά υλικά όπως όλα τα μηχανικά υλικά, παραμορφώνονται, δηλαδή αλλάζουν διαστάσεις και στρεβλώνονται (υφίσταται μεταβολή των γωνιών). Η παραμόρφωση των υλικών οφείλεται στην επενέργεια δυνάμεων αλλά μπορεί να οφείλεται και σε άλλους λόγους, όπως για παράδειγμα σε θερμοκρασιακές μεταβολές, ξήρανση κλπ. Σε ένα σημείο κάποιου υλικού διακρίνονται δύο είδη παραμόρφωσης:

- Η ορθή παραμόρφωση, που αναφέρεται στη μεταβολή μηκών.
- Η διαμητική παραμόρφωση, που αναφέρεται στη μεταβολή γωνιών.

Οι ανωτέρω ορισμοί αφορούν πολύ μικρές μετακινήσεις (θεωρητικά απειροστές) των υλικών σημείων του σώματος, οι οποίες δεν καταλύουν τη συνέχεια του υλικού (δηλαδή δεν δημιουργούν ρωγμές ή αποκολλήσεις). Στην περίπτωση πεπερασμένων μετακινήσεων, ο ορισμός της μεταμόρφωσης είναι διαφορετικός (και φυσικά περισσότερο πολύπλοκος). Επιπλέον θα πρέπει να τονισθεί ότι ο ορισμός της ορθής και της γωνιακής παραμόρφωσης αναφέρεται σε συγκεκριμένο σημείο του υλικού και ορισμένη διεύθυνση δια του σημείου (τη διεύθυνση του ευθύγραμμου τμήματος που αλλάζει μήκος ή τις διευθύνσεις που ορίζουν την ορθή γωνία που στρεβλώνεται). Μετά τους προηγούμενους ορισμούς είναι χρήσιμο να προσδιορισθούν οι ελάχιστες πληροφορίες που απαιτούνται για να μπορεί να υπολογισθεί η ορθή παραμόρφωση σε οποιαδήποτε διεύθυνση και η στρέβλωση οποιασδήποτε γωνίας στη συγκεκριμένη θέση του υλικού. Αποδεικνύεται ότι αρκεί να είναι γνωστές οι ορθές παραμορφώσεις σε τρεις ανεξάρτητες μεταξύ τους διευθύνσεις (που δεν κείνται, δηλαδή στο ίδιο επίπεδο) και οι γωνιακές παραμορφώσεις των μεταξύ τους γωνιών.

Η παραμόρφωση είναι ένας τανυστής όπου μπορεί να αντιπροσωπεύεται από ένα μητρώο με καρτεσιανές συντεταγμένες:

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Οι παραμορφώσεις είναι η μερική παράγωγος των συνιστωσών των μετακινήσεων, δηλαδή $\epsilon_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial j}$ όπου i είναι είτε x, y ή z . Σύμφωνα με τη θεωρία των παραμορφώσεων, μόνο οι διαμητικές παραμορφώσεις ϵ_{ij} και ϵ_{ji} δημιουργούν τη διαμητική τάση. Η διαμητική παραμόρφωση συμβολίζεται με γ . Έτσι η διαμητική παραμόρφωση συμβολίζεται με $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι οι παραμορφώσεις μπορούν γραφτούν με διανυσματική μορφή, όπου περιλαμβάνει μόνο έξη διαφορετικές συνιστώσες:

$$\underline{\underline{\epsilon}} = (\epsilon_{xx} \quad \epsilon_{yy} \quad \epsilon_{zz} \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx})^T \quad (2.16)$$

Ομοίως όπως και στις τάσεις οι θετικές συνιστώσες της παραμόρφωσης αναφέρονται στον εφελκυσμό, ενώ οι αρνητικές συνιστώσες αντιπροσωπεύουν τη θλίψη. Στη διαμόρφωση των εδαφικών

προσομοιωμάτων, όπου εξετάζονται οι απειροελάχιστες αυξήσεις των παραμορφώσεων, αυτές αντιπροσωπεύονται από τα ποσοστά παραμορφώσεων (με μία τελεία πάνω από το σύμβολο της παραμόρφωσης).

$$\dot{\underline{\epsilon}} = (\dot{\epsilon}_{xx} \quad \dot{\epsilon}_{yy} \quad \dot{\epsilon}_{zz} \quad \dot{\gamma}_{xy} \quad \dot{\gamma}_{yz} \quad \dot{\gamma}_{zx})^T \quad (2.17)$$

Για συνθήκες επίπεδης παραμόρφωσης:

$$\epsilon_{zz} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \quad (2.18)$$

ενώ για αξονοσυμμετρικές συνθήκες:

$$\epsilon_{zz} = \frac{1}{r} u_x \quad (2.19)$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \quad (2.20)$$

όπου r είναι η ακτίνα.

Όπως και στις τάσεις, έτσι και στις παραμορφώσεις υπάρχουν οι κύριες παραμορφώσεις. Ωστόσο, ϵ_1 είναι η μεγαλύτερη κύρια παραμόρφωση και ϵ_3 είναι η μικρότερη κύρια παραμόρφωση. Επιπλέον είναι χρήσιμο να καθοριστούν οι σταθερές παραμορφώσεις. Μία σταθερή παραμόρφωση που χρησιμοποιείται συχνά είναι η ογκομετρική παραμόρφωση ϵ_v , η οποία ορίζεται ως το σύνολο όλων των συνιστωσών των παραμορφώσεων:

$$\epsilon_v = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 \quad (2.21)$$

Η ογκομετρική παραμόρφωση ορίζεται ως αρνητική για τη συμπίεση και αρνητική για τη διασταλτικότητα. Μία άλλη σταθερή παραμόρφωση είναι η ϵ_q και ορίζεται ως εξής:

$$\epsilon_q = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{2} \left((\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy})^2 + (\epsilon_{yy} - \epsilon_{zz})^2 + (\epsilon_{zz} - \epsilon_{xx})^2 \right) + \frac{3}{2} (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)} \quad (2.22)$$

Ο συντελεστής κλίμακας $\frac{2}{3}$ έχει επιλέγει για να εξασφαλίσει ότι $\epsilon_q = \epsilon_{yy}$ υπό αστραγγιστες τριαξονικές συνθήκες φόρτισης.

Γραμμική ισότροπη ελαστικότητα

Οι σχέσεις τάσεων – παραμορφώσεων εκφράζονται από τους καταστατικούς νόμους συμπεριφοράς των υλικών. Οι καταστατικοί νόμοι δεν είναι φυσικοί νόμοι, δηλαδή δεν έχουν την γενική εφαρμογή των φυσικών νόμων και είναι

απαραίτητοι κατά την αναλυτική ή αριθμητική επίλυση προβλημάτων που αφορούν μεταβολές στην εντατική και παραμορφωσιακή κατάσταση όλων των υλικών, οπότε και των εδαφικών υλικών. Η γραμμική ισότροπη ελαστικότητα είναι ο απλούστερος καταστατικός νόμος ο οποίος εφαρμόζεται όταν ικανοποιούνται οι παρακάτω προϋποθέσεις:

1. Η βασική προϋπόθεση είναι το έδαφος να συμπεριφέρεται ελαστικά. Αυτό σημαίνει ότι όταν επιβάλλεται στο έδαφος κάποιο φορτίο αυξάνονται οι εσωτερικές τάσεις του εδάφους και ανάλογα αυξάνονται οι παραμορφώσεις. Αν αφαιρεθεί το φορτίο από το έδαφος τότε οι τάσεις μειώνονται και ανάλογα μειώνονται και οι παραμορφώσεις, δηλαδή το έδαφος επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση χωρίς να υποστεί μόνιμες παραμορφώσεις (ανελαστικές).

2. Το έδαφος εκτός από ελαστικά πρέπει να συμπεριφέρεται και γραμμικά. Για να συμπεριφέρεται το έδαφος γραμμικά πρέπει το διάγραμμα τάσης – παραμόρφωσης να είναι μία ευθεία γραμμή. Αυτό εξηγείται από το νόμο του Hooke $\sigma = \varepsilon \cdot E$, όπου για να είναι ευθεία το διάγραμμα τάσης – παραμόρφωσης πρέπει η τάση και η παραμόρφωση να αυξάνονται ανάλογα και σταθερά, δηλαδή ο λόγος $\frac{\sigma}{\varepsilon} = E$ να είναι σταθερός καθ' όλη τη διάρκεια της φόρτισης και για να συμβαίνει αυτό πρέπει να είναι σταθερό το μέτρο ελαστικότητας.

3. Τέλος το έδαφος πρέπει να είναι ισότροπο και ομογενές, δηλαδή να έχει τις ίδιες ιδιότητες σε όλες τις διευθύνσεις και σε όλες τις θέσεις. Το μέτρο ελαστικότητας συνήθως δεν είναι σταθερό και αυξάνεται με το βάθος. Επιπλέον κάποια εδάφη, όπως οι υπερστερεοποιημένες άργιλοι, είναι πολύ πιο δύσκαμπτοι στην οριζόντια διεύθυνση από όσο στην κατακόρυφη.

Οι σχέσεις τάσεων -παραμορφώσεων εξαρτώνται από το μέτρο Ελαστικότητας (E) και το λόγο Poisson (ν). Επίσης, θα πρέπει να αναφερθεί ότι στις πρακτικές εφαρμογές ζητείται ο υπολογισμός των τάσεων (και των παραμορφώσεων) που προκαλούνται από κάποια εξωτερική φόρτιση (π.χ. από την κατασκευή ενός κτιρίου). Επειδή, όμως, τα εδάφη είναι συνήθως φορτισμένα και πριν από την επιβολή της συγκεκριμένης εξωτερικής φόρτισης (τυπικά υπόκεινται στις τάσεις λόγω του βάρους των υπερκείμενων εδαφικών σχηματισμών), στην πραγματικότητα ζητείται η σχέση μεταξύ της μεταβολής των ενεργών τάσεων και της αντίστοιχης μεταβολής των παραμορφώσεων

που οφείλονται στην εξωτερική φόρτιση. Για τους λόγους αυτούς, οι σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων που περιγράφονται στα επόμενα εδάφια παρουσιάζονται με τη μορφή συσχετίσεων μεταξύ των μεταβολών των ενεργών τάσεων ($\Delta\sigma'_{ij}$) και των αντίστοιχων μεταβολών των συνιστωσών των παραμορφώσεων ($\Delta\epsilon_{kl}$).

Στους παρακάτω τύπους περιγράφονται: $\Delta\epsilon_{xx}, \Delta\epsilon_{yy}, \Delta\epsilon_{zz}$ οι ορθές παραμορφώσεις, $\Delta\sigma_{xx}, \Delta\sigma_{yy}, \Delta\sigma_{zz}$ οι ορθές τάσεις, $\Delta\gamma_{xy}, \Delta\gamma_{yz}, \Delta\gamma_{zx}$ οι διατμητικές παραμορφώσεις και $\Delta\sigma_{xy}, \Delta\sigma_{yz}, \Delta\sigma_{zx}$ οι διατμητικές τάσεις.

$$\Delta\epsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\Delta\sigma'_{xx} - \nu(\Delta\sigma'_{yy} + \Delta\sigma'_{zz})] \quad (2.23)$$

$$\Delta\epsilon_{yy} = \frac{1}{E} [\Delta\sigma'_{yy} - \nu(\Delta\sigma'_{zz} + \Delta\sigma'_{xx})] \quad (2.24)$$

$$\Delta\epsilon_{zz} = \frac{1}{E} [\Delta\sigma'_{zz} - \nu(\Delta\sigma'_{xx} + \Delta\sigma'_{yy})] \quad (2.25)$$

$$\Delta\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \Delta\sigma'_{xy} \quad (2.26)$$

$$\Delta\gamma_{yz} = \frac{1}{G} \Delta\sigma'_{yz} \quad (2.27)$$

$$\Delta\gamma_{zx} = \frac{1}{G} \Delta\sigma'_{zx} \quad (2.28)$$

Όπου G, K, D, το μέτρο διάτμησης, το μέτρο ισότροπης συμπίεσης και το μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης αντίστοιχα:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.29)$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (2.30)$$

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.31)$$

Επίσης οι τάσεις σε σχέση με τις παραμορφώσεις δίνονται από τους παρακάτω τύπους:

$$\Delta\sigma'_{xx} = \lambda \cdot \epsilon_v + 2G\Delta\epsilon_{xx} \quad (2.32)$$

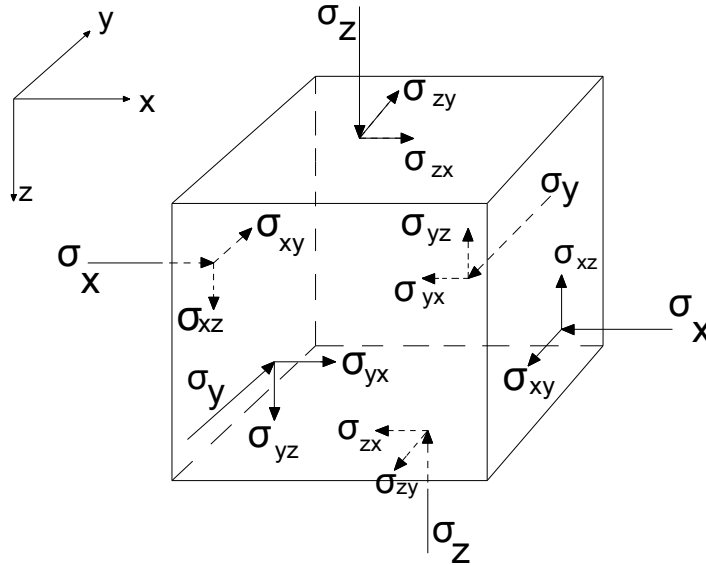
$$\Delta\sigma'_{yy} = \lambda \cdot \epsilon_v + 2G\Delta\epsilon_{yy} \quad (2.33)$$

$$\Delta\sigma'_{zz} = \lambda \cdot \epsilon_v + 2G\Delta\epsilon_{zz} \quad (2.34)$$

όπου

$$\varepsilon_v = \Delta\varepsilon_{xx} + \Delta\varepsilon_{yy} + \Delta\varepsilon_{zz} \quad (2.35)$$

$$\lambda = \frac{\nu \cdot E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.36)$$



Εικ. 8 Ορθές και διατμητικές τάσεις [7]

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει:

Με άθροισμα κατά μέλη των τριών πρώτων σχέσεων (2.23), (2.24), (2.25)

προκύπτει :

$$\Delta\varepsilon_{vol} = \frac{1}{K} \frac{\Delta\sigma'_{xx} + \Delta\sigma'_{yy} + \Delta\sigma'_{zz}}{3} \quad (2.37)$$

Στην περίπτωση της αστράγγιστης φόρτισης όπου $\Delta\varepsilon_{vol} = 0$ τότε

$$\Delta\sigma' = \frac{1}{3}(\Delta\sigma'_{xx} + \Delta\sigma'_{yy} + \Delta\sigma'_{zz}) = 0 \quad (2.38)$$

δηλαδή η μέση ενεργός τάση δεν μεταβάλλεται. Άρα από τον ορισμό των ενεργών τάσεων $\Delta\sigma' = \Delta\sigma - \Delta u$,

προκύπτει :

$$\Delta\sigma = \frac{1}{3}(\Delta\sigma_{xx} + \Delta\sigma_{yy} + \Delta\sigma_{zz}) = \Delta u \quad (2.40)$$

Από τις σχέσεις της γραμμικής ελαστικότητας παρατηρούμε ότι δεν συσχετίζονται οι ορθές τάσεις με τις διατμητικές παραμορφώσεις και οι διατμητικές τάσεις με τις ορθές παραμορφώσεις, καθώς από τις παραπάνω

σχέσεις συσχετίζονται μόνο οι ορθές τάσεις με τις ορθές παραμορφώσεις και διατμητικές τάσεις με τις διατμητικές παραμορφώσεις.

Η μηχανική συμπεριφορά των εδαφικών υλικών απέχει σημαντικά από τις προβλέψεις της γραμμικής ελαστικότητας. Η γραμμική ισότροπη ελαστικότητα δεν μπορεί να περιγράψει πλήρως την συμπεριφορά των εδαφικών υλικών, διότι για την διατύπωση των σχέσεων τάσεων – παραμορφώσεων έχουν γίνει κάποιες παραδοχές ώστε να είναι εφικτή η προσομοίωση της συμπεριφοράς του εδάφους. Η βασική παραδοχή της γραμμικής ελαστικότητας είναι ότι το έδαφος συμπεριφέρεται ελαστικά, που σημαίνει ότι το διάγραμμα τάσης - παραμόρφωσης είναι μία ευθεία γραμμή, δηλαδή όταν επιβάλλεται ένα φορτίο στο έδαφος αυξάνεται η τάση και ανάλογα αυξάνεται και η παραμόρφωση. Όταν αφαιρεθεί το φορτίο, μειώνεται η τάση τότε μειώνεται και η παραμόρφωση και το έδαφος επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση (ελαστικές παραμορφώσεις). Για να είναι μια ευθεία γραμμή το διάγραμμα τάσης - παραμόρφωσης πρέπει το μέτρο ελαστικότητας να είναι σταθερό (Hooke $\sigma = \varepsilon \cdot E$). Σε πάρα πολλές περιπτώσεις αυτή η παραδοχή δεν ισχύει για τα εδάφη, καθώς το μέτρο ελαστικότητας δεν είναι σταθερό στο εσωτερικό του εδάφους και η καμπύλη τάσεων – παραμορφώσεων δεν είναι ευθεία. Επίσης στην πραγματικότητα το έδαφος δεν συμπεριφέρεται μόνο ελαστικά, αλλά και πλαστικά, δηλαδή μετά από κάποιο φορτίο το έδαφος θα υποστεί παραμορφώσεις οι οποίες θα είναι μόνιμες (ανελαστικές), πράγμα το οποίο η γραμμική ελαστικότητα το αγνοεί, καθώς η γραμμική ελαστικότητα μας αναφέρει ότι το έδαφος συμπεριφέρεται μόνο ελαστικά. Έτσι η παραδοχή του γραμμικού ελαστικού υλικού επιτρέπει να υπολογιστούν τάσεις οι οποίες ξεπέρασαν προ πολλού την τάση διαρροής του εδάφους. Με περαιτέρω αύξηση της παραμόρφωσης, το υλικό φτάνει σε μία κατάσταση στην οποία η παραμόρφωση δεν συνοδεύεται πλέον από αντίστοιχη αύξηση της τάσης, αλλά είτε η τάση παραμένει σταθερή είτε βαθμιαία μειώνεται.

Παρόλα αυτά η γραμμική ισότροπη ελαστικότητα χρησιμοποιείται ευρέως για τους παρακάτω λόγους [2]:

1. Έχουν επιλυθεί πολλά συνήθη προβλήματα που αφορούν φορτίσεις εδαφών όπως η κατανομή τάσεων στο έδαφος κάτω από κυκλικό θεμέλιο, λωριδωτό θεμέλιο κτλ.

2. Ισχύει η αρχή της επαλληλίας η οποία χρησιμοποιείται για την ανάλυση σύνθετων φορτίσεων σε άλλες απλούστερες, για τις οποίες υπάρχει αναλυτική λύση .
3. Αποφεύγονται θεωρητικά προβλήματα, όπως η ύπαρξη μοναδικής λύσης, η πολλαπλότητα λύσεων ανάλογα με την αλληλουχία εφαρμογής των φορτίων, μη καλώς ορισμένα προβλήματα.
4. Σε πολλές περιπτώσεις συνήθων φορτίσεων η επίλυση με τη θεωρία ελαστικότητας δεν απέχει σημαντικά από επιλύσεις με ακριβέστερους καταστατικούς νόμους, τουλάχιστον όσον αφορά τις κατανομές των τάσεων στο έδαφος. Αυτό οφείλεται στο ότι οι κατανομές των τάσεων που προκύπτουν από τη θεωρία της ελαστικότητας είναι για ορισμένους τύπους φορτίσεων ανεξάρτητες του μέτρου ελαστικότητας του εδάφους, δηλαδή οι κατανομές των τάσεων δεν μεταβάλλονται για διαφορετικές τιμές του μέτρου ελαστικότητας. Όμως δεν θα ισχύει η ίδια κατανομή τάσεων εάν το έδαφος έχει μη γραμμική συμπεριφορά ή είναι ανισότροπο ή έχει ανομοιόμορφη δομή όπως δηλαδή στις περισσότερες πραγματικές καταστάσεις. Τα προηγούμενα αποτελούν και ένα από τα κίνητρα της παρούσης εργασίας.
5. Επιπλέον δεν έχει διατυπωθεί άλλος καταστατικός νόμος ο οποίος να δίνει ακριβέστερα αποτελέσματα.

Σχέσεις ελαστικότητας ως προς τις ολικές τάσεις

Οι σχέσεις οι οποίες αναφέρθηκαν παραπάνω συσχετίζουν τις παραμορφώσεις ($\Delta \varepsilon_{ij}$) με τις αντίστοιχες μεταβολές των ενεργών τάσεων ($\Delta \sigma'_{ki}$) του εδάφους.

Στην πλήρως στραγγιζόμενη φόρτιση (η φόρτιση είναι αργή ώστε να επιτρέπεται πλήρως η εκτόνωση της υπερπίεσης του νερού των πόρων) όπου οι υπερπίεσεις των πόρων είναι μηδέν ($\Delta u = 0$) τα φορτία αναλαμβάνονται μόνο από τις ενεργές τάσεις οπότε οι μεταβολές των ολικών και ενεργών τάσεων είναι ίσες ($\Delta \sigma'_{ij} = \Delta \sigma_{ij}$). Επομένως χρησιμοποιούνται οι σχέσεις της ελαστικότητας με την ίδια μορφή.

Στην αστράγγιστη φόρτιση (η φόρτιση είναι γρήγορη ώστε να εμποδίζεται η εκτόνωση της υπερπίεσης του νερού των πόρων) οι υπερπίεσεις των πόρων

δεν είναι μηδέν, το έδαφος παραμορφώνεται αλλά με σταθερό όγκο. Στην περίπτωση αυτή, οι σχέσεις της ελαστικότητας, όπως περιγράφονται παραπάνω, δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τις μεταβολές των ολικών τάσεων αλλά με κάποιες τροποποιήσεις:

$$(\Delta\sigma'_{xx} + \Delta\sigma'_{yy} + \Delta\sigma'_{zz}) = 0 \rightarrow \quad (2.41)$$

$$\Delta u = \frac{1}{3}(\Delta\sigma_{xx} + \Delta\sigma_{yy} + \Delta\sigma_{zz}) \quad (2.42)$$

(αντικαθιστούμε τις μεταβολές των ενεργών τάσεων από τη σχέση $\Delta\sigma' = \Delta\sigma - \Delta u$)

$$\Delta\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}[\Delta\sigma'_{xx} - \nu(\Delta\sigma'_{yy} + \Delta\sigma'_{zz})] \rightarrow \quad (2.43)$$

$$\Delta\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}[\Delta\sigma_{xx} - \nu(\Delta\sigma_{yy} + \Delta\sigma_{zz}) - (1-2\nu)\Delta u] \quad (2.44)$$

και με τη χρήση της σχέσης (2.42) προκύπτει ότι :

$$\Delta\varepsilon_{xx} = \frac{2(1+\nu)}{3E}[\Delta\sigma_{xx} - \frac{1}{2}(\Delta\sigma_{yy} + \Delta\sigma_{zz})] \rightarrow \quad (2.45)$$

$$\Delta\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E_u}[\Delta\sigma_{xx} - \nu_u(\Delta\sigma_{yy} + \Delta\sigma_{zz})] \quad (2.46)$$

όπου

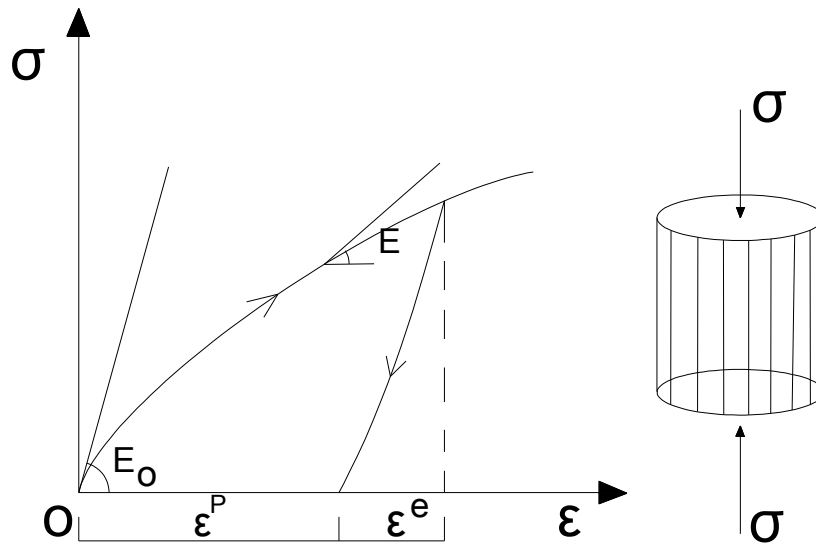
$$E_u \equiv \frac{3E}{2(1+\nu)} \quad (2.47)$$

$$\nu_u = \frac{1}{2} \quad (2.48)$$

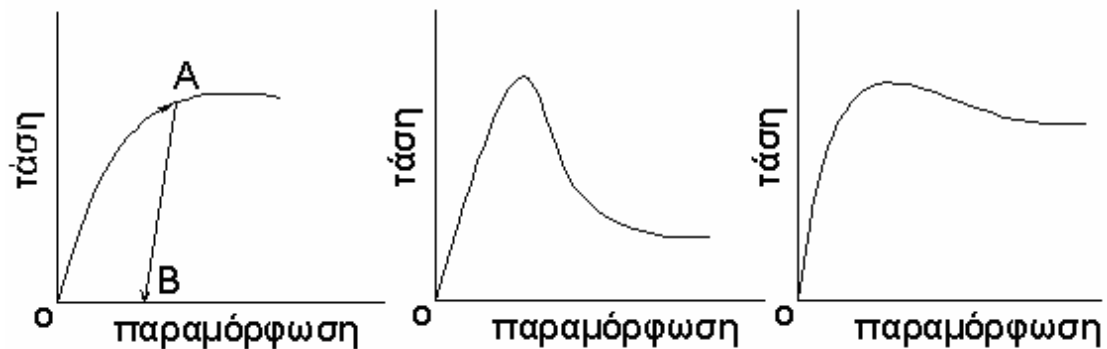
όπου E , ν είναι οι παράμετροι ελαστικότητας του εδαφικού σκελετού

Μη-γραμμικές σχέσεις τάσεων – παραμορφώσεων

Η καμπύλη τάσεων – παραμορφώσεων των εδαφικών υλικών αποδεικνύεται ότι είναι έντονα μη – γραμμική, από εκτεταμένες μετρήσεις της μηχανικής συμπεριφοράς των εδαφικών σχηματισμών που έχουν γίνει στο εργαστήριο αλλά και σε φυσική κλίμακα [2]. Επίσης μετά την αποφόρτιση του εδάφους το τμήμα της παραμόρφωσης είναι ανελαστικό.



Εικ. 9 Ελαστικές και ανελαστικές παραμορφώσεις εδαφών [2]



Εικ. 10 Τυπικές μορφές καμπυλών τάσεων – παραμορφώσεων [2]

Από το παραπάνω σχήμα των τυπικών μορφών καμπυλών τάσεων – παραμορφώσεων των εδαφικών υλικών φαίνεται η πολυπλοκότητα της μηχανικής συμπεριφοράς των υλικών αυτών [2]. Η πολυπλοκότητα της μηχανικής συμπεριφοράς των εδαφικών υλικών οφείλεται στο γεγονός ότι τα κοκκώδη εδάφη έχουν διαφορετική δομή από τα συνεκτικά εδάφη, επομένως η παραμόρφωση της εδαφικής τους δομής και η μετάδοση των τάσεων στο εσωτερικό του εδάφους διαφέρει από έδαφος σε έδαφος. Συνεπώς η παραμόρφωση των κοκκωδών εδαφών οφείλεται κυρίως στην σχετική ολίσθηση και κύλιση μεταξύ των κόκκων, ενώ στα συνεκτικά εδάφη οφείλεται στη μεταβολή του πάχους των αργιλικών στρώσεων. Η πολυπλοκότητα της

συμπεριφοράς των εδαφικών υλικών επιτείνεται και από τα ακόλουθα χαρακτηριστικά τους [2] :

1. Η συμπεριφορά των κοκκωδών εδαφών είναι διαφορετική από τη συμπεριφορά των αργιλικών εδαφών. Αλλά ακόμη και η συμπεριφορά ενός συγκεκριμένου τύπου εδάφους ποικίλει ανάλογα με την κατάσταση στην οποία βρίσκεται. Έτσι μία άμμος με χαλαρή δομή έχει διαφορετική συμπεριφορά από την ίδια με πυκνή δομή και το ίδιο ισχύει για τη συμπεριφορά μαλακών και συμπαγών αργίλων.
2. Από την προϊστορία των φορτίσεων που έχουν επιβληθεί στο έδαφος .
3. Από τον τρόπο μεταβολής των συνιστωσών των τάσεων (ανισοτροπία).
4. Από την ύπαρξη δομικών δεσμών μεταξύ των κόκκων (π.χ. λόγω θιξοτροπίας). Οι δομικοί δεσμοί του εδαφικού υλικού μπορούν να αναπτυχθούν στο μακρόχρονο διάστημα από τη δημιουργία τους μέχρι σήμερα. Συνέπεια της ανάπτυξης δεσμών μεταξύ των κόκκων είναι ότι το ίδιο υλικό σε αδιατάρακτη μορφή παρουσιάζει διαφορετική συμπεριφορά από ότι μετά από αναμόχλευση και καταστροφή των δεσμών.
5. Τέλος η συμπεριφορά των εδαφικών υλικών εξαρτάται από την ταχύτητα επιβολής της φόρτισης και παρουσιάζει χαρακτηριστικά ερπυσμού.

Λόγω της πολυπλοκότητας της μηχανικής συμπεριφοράς των εδαφών, η επιτυχία των καταστατικών νόμων στην ποσοτική πρόβλεψη της συμπεριφοράς τους είναι περιορισμένη. Έτσι η μελέτη της συμπεριφοράς των εδαφών βασίζεται συχνά σε πειραματικές μετρήσεις που γίνονται στο εργαστήριο. Επειδή η παραμόρφωση των εδαφών εξαρτάται από το μέγεθος και τον τρόπο μεταβολής των τάσεων, θα πρέπει να επιβληθούν στο εργαστήριο οι ίδιες μεταβολές τάσεων που εκτιμάται ότι θα επιβληθούν και στη φύση κατά τη φόρτιση του εδάφους. Αυτός είναι ο λόγος που δημιουργούνται νέες δυσκολίες στη μελέτη της μηχανικής συμπεριφοράς των εδαφών [2] :

1. Οι μεταβολές των τάσεων που θα επιβληθούν στη φύση δεν είναι γνωστές αντίθετα με τα εξωτερικώς επιβεβλημένα φορτία που είναι γνωστά όπως για παράδειγμα το φορτίο ενός υποστυλώματος.
2. Οι δυνατότητες επιβολής τάσεων στα εργαστήρια είναι περιορισμένες. Γι' αυτό οι τριαξονικές εντατικές καταστάσεις που θα συμβούν στη φύση θα πρέπει να απλουστευθούν ώστε να μπορούν να επιβληθούν στα εργαστήρια.

3. Άλλες πρόσθετες δυσκολίες είναι η ανομοιομορφία του εδάφους, η διατάραξη των δειγμάτων κατά τη διάρκεια της δειγματοληψίας και η αδυναμία λήψης δειγμάτων από το επιθυμητό σημείο.

Τάσεις στο εσωτερικό του εδάφους λόγω εξωτερικών φορτίων – πιέσεις επαφής

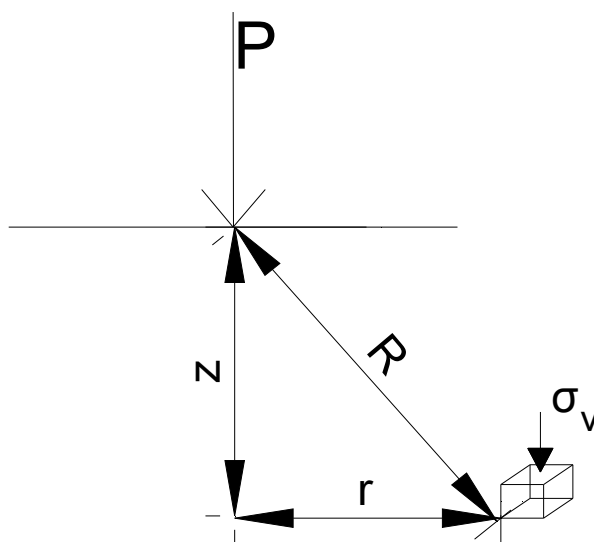
Η αρχική εντατική κατάσταση του εδάφους οφείλεται στην απλή περίπτωση στα ίδια βάρη των υπερκείμενων εδαφικών σχηματισμών. Τα εξωτερικά φορτία που παραλαμβάνονται από το έδαφος μέσω του θεμελίου ή άλλων μεθόδων, δημιουργούν επιπλέον ένταση. Η ένταση αυτή είναι τις περισσότερες φορές η αιτία που το έδαφος (και ακόλουθα και η κατασκευή που θεμελιώνεται στο έδαφος) παραμορφώνεται και το θεμέλιο υφίσταται καθίζηση.

Για τον υπολογισμό των τάσεων λόγω εξωτερικών φορτίων θα πρέπει να ισχύουν οι παρακάτω προϋποθέσεις:

1. Το έδαφος να είναι ελαστικό (γραμμική σχέση τάσεων παραμορφώσεων) και να αποτελεί ημίχωρο, δηλαδή άπειρο πάχος κάτω από την επιφάνεια και γι' αυτό το υλικό δεν έχει όρια εκτός από αυτά που ορίζει η επιφάνεια. Οι εδαφικές αποθέσεις δεν πρέπει να θεωρούνται ότι έχουν άπειρο πάχος, διότι αν υπάρχει ένα άκαμπτο στρώμα υποκείμενο, όπως ένα βραχώδες υπόβαθρο, οι τάσεις που θα προκύψουν θα είναι υψηλότερες.
2. Το έδαφος να είναι ομογενές, δηλαδή να έχει τις ίδιες ιδιότητες σε όλες τις θέσεις. Τα περισσότερα εδάφη δεν έχουν σταθερό μέτρο ελαστικότητας και συνήθως αυξάνεται με το βάθος.
3. Τέλος το έδαφος πρέπει να είναι ισότροπο, δηλαδή να έχει τις ίδιες ιδιότητες σε όλες τις διευθύνσεις. Για παράδειγμα υπερστερεοποιημένες άργιλοι και βράχοι μπορεί να είναι πολύ πιο δύσκαμπτοι στην οριζόντια διεύθυνση από όσο στην κατακόρυφη και τότε δεν θα είναι ισότροπα τα εδάφη.

Αναλυτικές λύσεις υπολογισμού των τάσεων λόγω εξωτερικών φορτίων

1. Συγκεντρωμένο κατακόρυφο φορτίο στην επιφάνεια ομογενούς ημιχώρου.



Εικ. 11 Συγκεντρωμένο κατακόρυφο φορτίο στην επιφάνεια ομοιογενούς ημιχώρου (Boussinesq 1885) [1]

Σε τυχαίο σημείο στο εσωτερικό του εδάφους αναπτύσσονται τάσεις και επομένως και παραμορφώσεις. Όταν το έδαφος φορτίζεται τότε ισχύει ότι:

$$\sigma_{zz} = \frac{3Pz^3}{2\pi R^5} \quad (2.49)$$

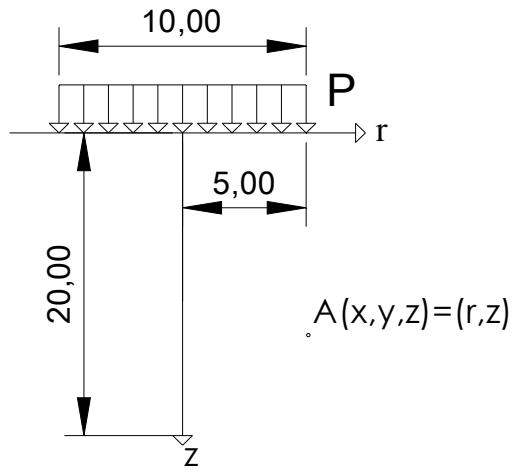
όπου

$$R = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} \quad (2.50)$$

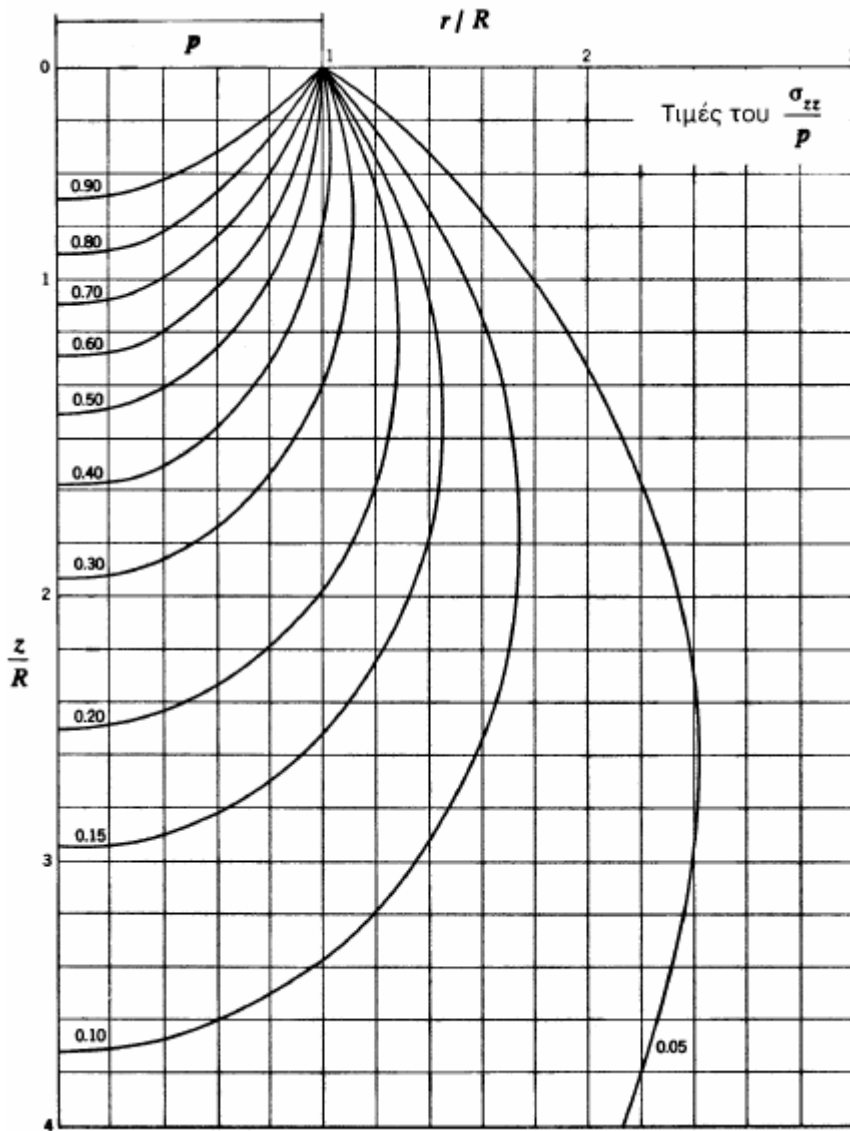
2. Ομοιόμορφη, κατακόρυφη πίεση κατανεμημένη στην επιφάνεια κύκλου.

Η κατανομή της τάσης σ_{zz} κατά μήκος του άξονα z (δηλαδή $r=0$) δίνεται από τη σχέση :

$$\sigma_{zz} = p \left\{ 1 - \left[1 + \left(\frac{R}{z} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \right\} \quad (2.51)$$

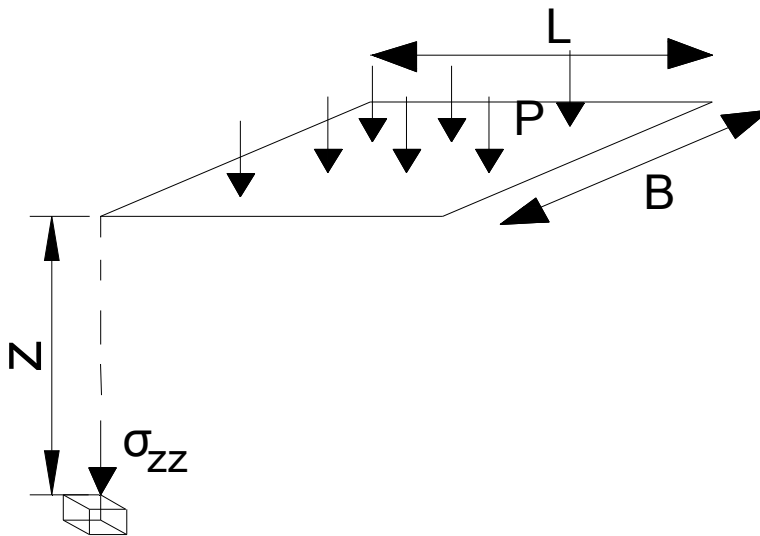


Εικ. 12 Ομοιόμορφη, κατακόρυφη πίεση κατανεμημένη στην επιφάνεια κύκλου



Εικ. 13 Κατανομή τάσεων κάτω από κυκλικό θεμέλιο [6]

3. Ομοιόμορφη πίεση σε επιφάνεια ορθογωνίου.



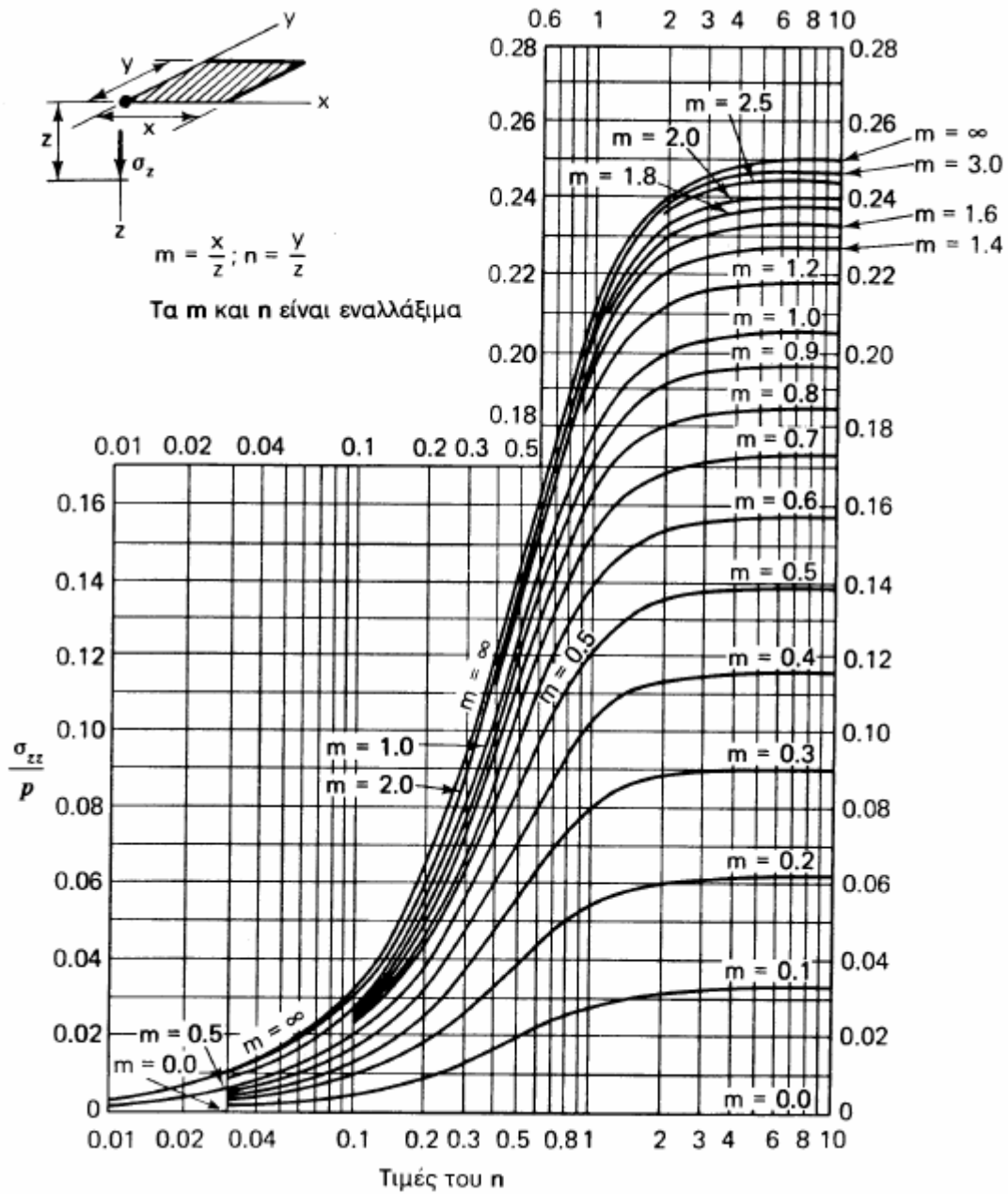
Εικ. 14 Ομοιόμορφη πίεση σε επιφάνεια ορθογωνίου

Όταν μια ορθογωνική επιφάνεια φορτίζεται με ομοιόμορφο φορτίο P , η τάση σ_{zz} κάτω από μιας εκ των γωνιών της επιφάνειας υπολογίζεται από την σχέση:

$$\sigma_{zz} = I_b * P \quad (2.52)$$

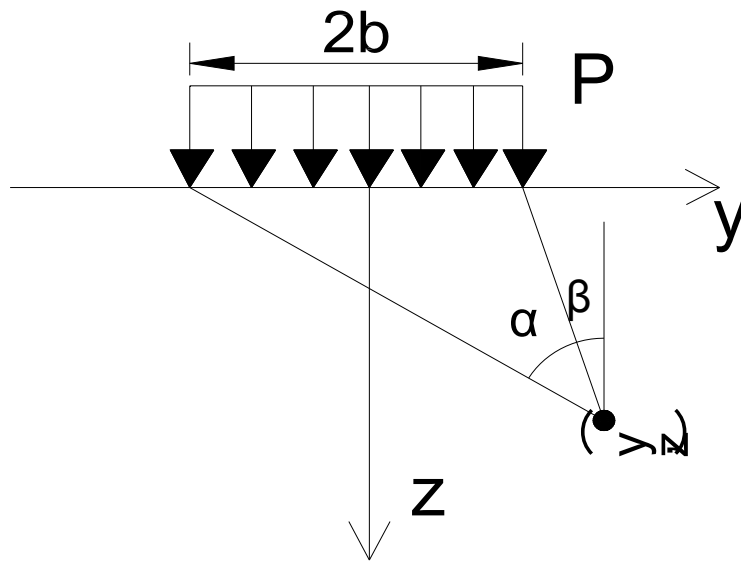
όπου ο συντελεστής I_b δίνεται από τα παρακάτω διαγράμματα.

Η εικόνα(Εικ. 14) παρουσιάζει την περίπτωση επιβολής κατακόρυφης πίεσης P ορθογωνικής κάτοψης στην επιφάνεια ελαστικού ισότροπου ημιχώρου και ορίζει τα απαραίτητα γεωμετρικά μεγέθη. Το πρόβλημα δεν έχει λύση με κλειστή αναλυτική μορφή, αλλά η αριθμητική επίλυσή του καταλήγει στις κατανομές του λόγου σ_{zz}/P κάτω από τη γωνία του ορθογωνικού φορτίου ως προς τις αδιάστατες συντεταγμένες $m = x/z$, $n = y/z$, (όπου x, y οι διαστάσεις του ορθογωνίου) και δίνονται από το παρακάτω διάγραμμα (Εικ. 15).



Εικ. 15 Τάσεις κάτω από τη γωνία ορθογωνικού θεμελίου [6]

4. Ομοιόμορφη κατακόρυφη φόρτιση κατανεμημένη σε απειρομήκη λωρίδα.

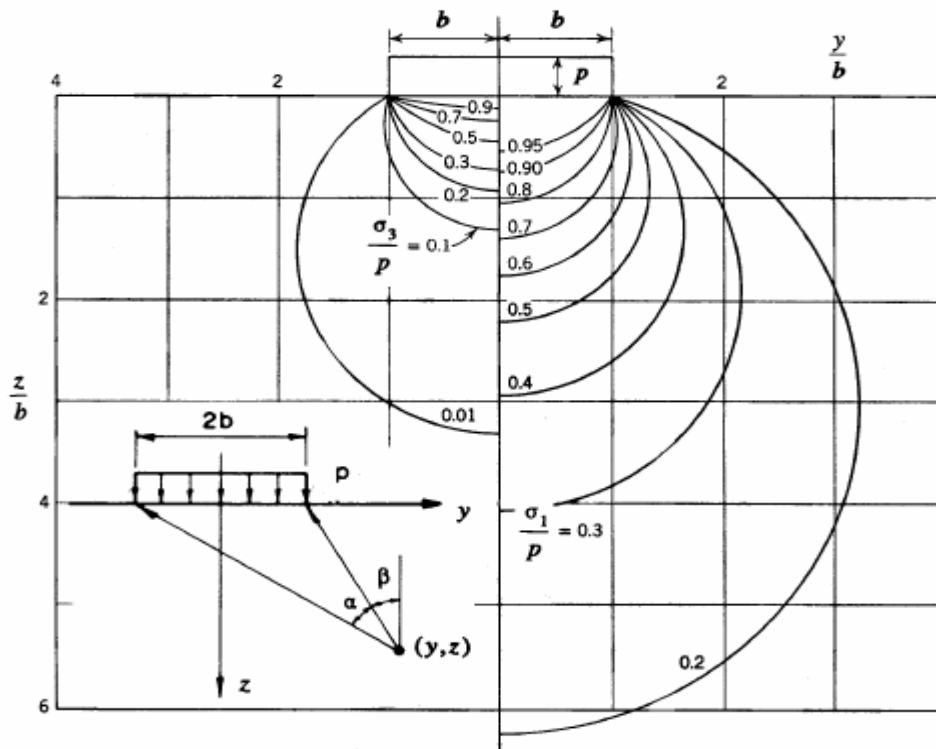


Εικ. 16 Ομοιόμορφη κατακόρυφη φόρτιση κατανεμημένη σε απειρομήκη λωρίδα

Οι τάσεις σε τυχαίο σημείο κάτω από λωρίδα απείρου μήκους που φορτίζεται ομοιόμορφα, δίνονται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\sigma_{zz} = P \left[\frac{\alpha}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sin \alpha \cdot \cos(\alpha + 2\beta) \right] \quad (2.53)$$

όπου α, β σε ακτίνια



Εικ. 17 Φόρτιση απειρομήκους λωρίδας [6]

5. Ορθή Φόρτιση σε Απειρομήκη Γραμμή

Κατά την επιβολή κατακόρυφης φόρτισης q (KN/m) σε απειρομήκη γραμμή κατά μήκος του άξονα x στην επιφάνεια ελαστικού ημιχώρου, λόγω του μεγάλου μήκους και της ομοιομορφίας της φόρτισης και του εδάφους, ισχύουν οι παραδοχές της επίπεδης παραμόρφωσης (κατά τον άξονα x). Έτσι:

$$\sigma_{zz} = \frac{2q}{\pi} \cdot \frac{z^3}{(y^2 + z^2)^2} \quad (2.54)$$

Πιέσεις επαφής

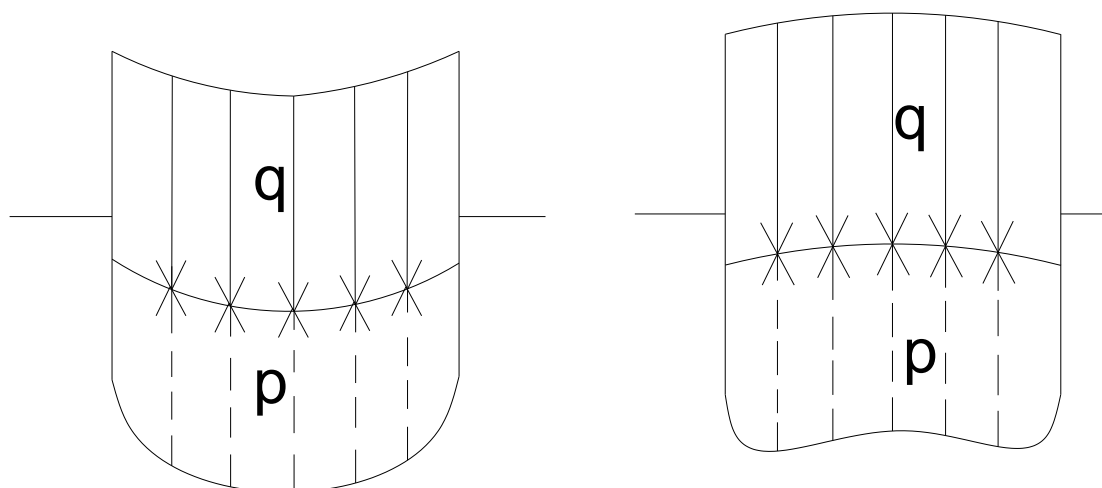
Ένα θεμέλιο μπορεί να θεωρηθεί ως διεπιφάνεια μεταξύ μίας κατασκευής και του εδάφους. Η τάση q που ασκείται από μία κατασκευή σε ένα θεμέλιο συχνά υποτίθεται ομοιόμορφη. Η πραγματική πίεση η οποία ασκείται από το θεμέλιο στο έδαφος είναι μία αντίδραση, που ονομάζεται πίεση επαφής p και η κατανομή της κάτω από το θεμέλιο μπορεί να απέχει πολύ από την ομοιόμορφη. Η πίεση επαφής μεταξύ θεμελίου – εδάφους εξαρτάται από [1]:

1. Τις ιδιότητες του εδάφους, δηλαδή τη δυσκαμψία ή την συμπιεστότητα του εδάφους.
2. Τη δυσκαμψία της θεμελίωσης, δηλαδή εύκαμπτο – δύσκαμπτο - άκαμπτο καθώς και τις διαστάσεις και το είδος του θεμελίου (π.χ. κυκλικό θεμέλιο).
3. Τις συνθήκες φόρτισης, δηλαδή ομοιόμορφη ή σημειακή φόρτιση.
4. Ύπαρξη γειτονικής θεμελίωσης.

Μέχρι τώρα ο υπολογισμός των πιέσεων επαφής είναι εξαιρετικά δυσχερής, διότι πολύ κοντά στις διεπιφάνειες εδάφους-θεμελίου δεν μπορεί να γίνει καλή εκτίμηση της εντατικής και παραμορφωσιακής κατάστασης. Σύμφωνα με έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί για τις πιέσεις επαφής, έχουν προκύψει τα εξής:

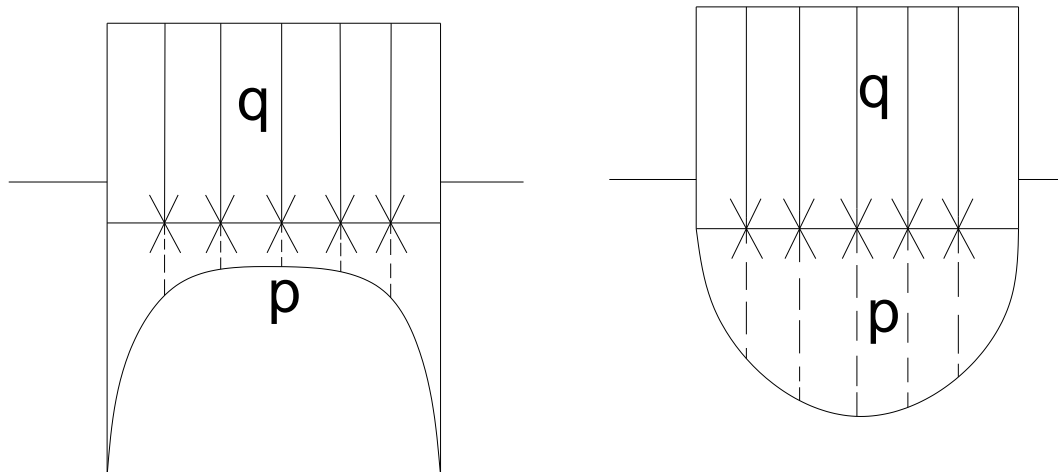
- Σε μία εύκαμπτη θεμελίωση (π.χ. δεξαμενές), η οποία δεν παρουσιάζει αντίσταση στις παραμορφώσεις, όταν ασκηθούν τάσεις θα παραμορφωθεί ή θα καμφθεί παίρνοντας ένα δυσκοειδές καμπύλο σχήμα. Η δυσκαμψία μίας αργίλου είναι η ίδια κάτω από όλα τα σημεία της θεμελίωσης, λόγω του μέτρου ελαστικότητας το οποίο δεν είναι μεταβλητό επειδή δεν εξαρτάται από τον εγκλιβωτισμό. Η δυσκαμψία της άμμου αυξάνεται όσο αυξάνονται οι πιέσεις

περιορισμού γύρω της, άρα αυξάνεται και το μέτρο ελαστικότητας (εγκλιβωτισμός), γι' αυτό κάτω από το κέντρο θεμελίωσης η δυσκαμψία είναι μέγιστη, ενώ στα άκρα του είναι μικρότερη. Έτσι για μία εύκαμπτη θεμελίωση σε άργιλο θα προκύψει μία σχεδόν ομοιόμορφη κατανομή της πίεσης επαφής, με δισκοειδές καμπύλο διάγραμμα καθίζησης (κοίλο προς τα άνω). Για μία εύκαμπτη θεμελίωση σε άμμο όπου δημιουργούνται μεγαλύτερες παραμορφώσεις στα άκρα από ότι στο κέντρο, το διάγραμμα καθίζησης είναι καμπύλο δισκοειδές αλλά κυρτό προς τα άνω με αρκετά ομοιόμορφη κατανομή των πιέσεων επαφής (Εικ. 18).



Εικ. 18 Πιέσεις επαφής από ομοιόμορφη φόρτιση – εύκαμπτο θεμέλιο σε άργιλο και άμμο αντίστοιχα

- Μία άκαμπτη θεμελίωση, η οποία έχει άπειρη δυσκαμψία, όταν ασκηθεί πίεση δε θα παραμορφωθεί ούτε θα καμφθεί αλλά θα μετακινηθεί ομοιόμορφα προς τα κάτω. Για μία άκαμπτη θεμελίωση σε άργιλο το δισκοειδές καμπύλο διάγραμμα καθίζησης πρέπει να γίνει πιο επίπεδο, ώστε η πίεση επαφής να μειώνεται κάτω από το κέντρο της θεμελίωσης και να αυξάνεται στα άκρα της. Αντίθετα σε μία άμμο το διάγραμμα καθιζήσεων πρέπει να γίνει πιο επίπεδο έτσι ώστε η πίεση επαφής να αυξάνεται κάτω από το κέντρο θεμελίωσης και να μειώνεται στα άκρα (Εικ. 19).



Εικ. 19 Πιέσεις επαφής από ομοιόμορφη φόρτιση - άκαμπτο θεμέλιο σε σε άργιλο και άμμο αντίστοιχα

Προσομοίωμα Mohr-Coulomb

Οι διατμητικές δυνάμεις στο έδαφος δημιουργούνται μόνον όταν μπορούν να συμβούν διατμητικές παραμορφώσεις. Έτσι μπορούμε να αναφέρουμε ότι όταν εφαρμόζεται ένα φορτίο, το έδαφος ενεργοποιεί την απαραίτητη διατμητική αντοχή (ή μέρος της) και η εδαφική δομή παραμορφώνεται. Αρχικά το εδαφικό υλικό συμπεριφέρεται ελαστικά, δηλαδή αν αφαιρεθεί η τάση τότε η παραμόρφωση αναιρείται. Με περαιτέρω αύξηση της παραμόρφωσης, το υλικό φτάνει σε μία κατάσταση στην οποία η παραμόρφωση δεν συνοδεύεται πλέον από αντίστοιχη αύξηση της τάσης, αλλά είτε η τάση παραμένει σταθερή είτε βαθμιαία μειώνεται. Η κατάσταση αυτή ονομάζεται κατάσταση αστοχίας και αντιστοιχεί στη μέγιστη φόρτιση που μπορεί να αναληφθεί από το υλικό. Η κατάσταση αστοχίας του εδάφους έχει καταστροφικές συνέπειες στα έργα επειδή συνοδεύεται από σημαντικές παραμορφώσεις που υπερβαίνουν τις ανοχές των συνήθων κατασκευών. Από την επαφή μεταξύ των κόκκων ενός εδαφικού υλικού ασκούνται ορθές (N) και διατμητικές δυνάμεις (T). Ο θεμελιώδης νόμος της τριβής καθορίζει ότι για κάθε ορθή δύναμη (N) ορίζεται η διατμητική αντοχή (τ_u) της επαφής μεταξύ των κόκκων από τη σχέση:

$$\tau_u = N \cdot \tan(\varphi_\mu) \quad (2.55)$$

όπου ϕ_u η πραγματική γωνία τριβής του υλικού των κόκκων, έτσι ώστε αν η πραγματική διατμητική δύναμη (T) είναι μικρότερη από τη διατμητική αντοχή (τ_u), η επαφή μεταξύ των κόκκων είναι ευσταθής, ενώ αν $T = \tau_u$ παρατηρείται ολίσθηση μεταξύ των κόκκων (υπέρβαση της διατμητικής αντοχής) και αναδιάταξη τους σε μία νέα δομή στην οποία η διατμητική δύναμη είναι μικρότερη από τη διατμητική αντοχή.

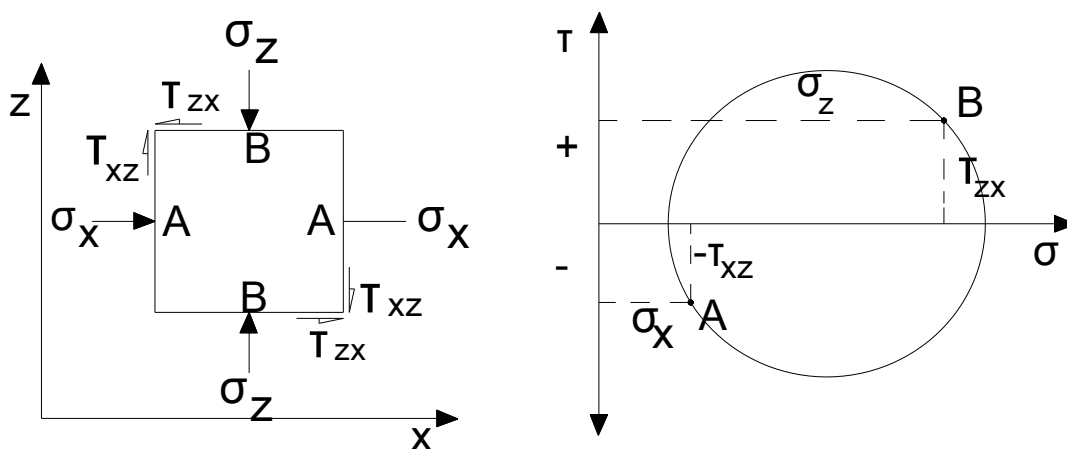
Το γραμμικό ελαστικό – τέλεια – πλαστικό προσομοίωμα Mohr – Coulomb περιλαμβάνει πέντε εδαφικές παραμέτρους, δηλαδή E και ν για την ελαστικότητα του εδάφους, ϕ και c για την πλαστικότητα του εδάφους και ψ ως γωνία διασταλτικότητας. Το προσομοίωμα Mohr – Coulomb αντιπροσωπεύει μία απλή προσέγγιση του εδάφους και της βραχώδης συμπεριφοράς, οπότε συνίσταται να χρησιμοποιείται για την ανάλυση ενός εξεταζομένου προβλήματος. Για κάθε στρώμα υπολογίζεται μία σταθερή μέση ακαμψία. Λόγω αυτής της σταθερής ακαμψίας, οι υπολογισμοί τείνουν να είναι σχετικά γρήγοροι και έτσι να αποκτά κάποιος μία πρώτη εντύπωση για τις παραμορφώσεις. Εκτός από τις εδαφικές παραμέτρους που αναφέρθηκαν παραπάνω, οι αρχικές εδαφικές συνθήκες διαδραματίζουν έναν σημαντικό ρόλο στα περισσότερα προβλήματα παραμόρφωσης του εδάφους. Οι αρχικές οριζόντιες εδαφικές πιέσεις, πρέπει να δημιουργούνται με την επιλογή κατάλληλης τιμής για το K_0 .

Το προσομοίωμα Mohr – Coulomb αποτελεί το πρώτο προσομοίωμα το οποίο περιλαμβάνει μόνο έναν περιορισμένο αριθμό χαρακτηριστικών γνωρισμάτων του εδάφους, όπου αντιπροσωπεύουν την πραγματικότητα. Αν και η αύξηση της δυσκαμψίας με το βάθος μπορεί να ληφθεί υπόψη, δεν περιλαμβάνει εξάρτηση της ακαμψίας του εδάφους από την εντατική κατάσταση ή την διαδικασία επιβολής της ή κάποια ανισοτροπία. Σε γενικές γραμμές, η κατάσταση των αναπτυσσόμενων τάσεων κατά την αστοχία υπό στραγγιζόμενες συνθήκες περιγράφεται αρκετά καλά με τη χρήση του κριτηρίου αστοχίας Mohr – Coulomb και τις ενεργές παραμέτρους ϕ' και c' . Ωστόσο πρέπει δώσουμε προσοχή στις αστράγγιστες συνθήκες, όπου η διαδρομή των ενεργών τάσεων που ακολουθείται από το προσομοίωμα Mohr – Coulomb μπορεί να μην είναι η πραγματική. Αυτό συμβαίνει ιδιαίτερα σε περιπτώσεις μαλακών εδαφών όπως των κανονικών στερεοποιημένων

αργίων και επίσης για τα πολύ δύσκαμπτα, πολύ πυκνά και υπερστερεοποιημένα εδάφη. Σε τέτοιες περιπτώσεις η διαδρομή των ενεργών τάσεων που ακολουθείται, μπορεί να είναι λανθασμένη με αποτέλεσμα στη συνέχεια να γίνεται ανακριβή εκτίμηση της διατμητικής αντοχής που προκύπτει. Εναλλακτικά, το προσομοίωμα Mohr – Coulomb μπορεί να χρησιμοποιηθεί με την τιμή της γωνίας εσωτερικής τριβής να είναι μηδέν $\phi = 0$ και τη συνοχή c να αντικαθίσταται από την c_u , ώστε να καταστεί δυνατή η άμεση εποπτεία της αστράγγιστης διατμητικής αντοχής. Σε αυτή τη περίπτωση πρέπει να σημειωθεί ότι το προσομοίωμα δεν περιλαμβάνει αυτόματα την αύξηση της διατμητικής αντοχής με τη στερεοποίηση.

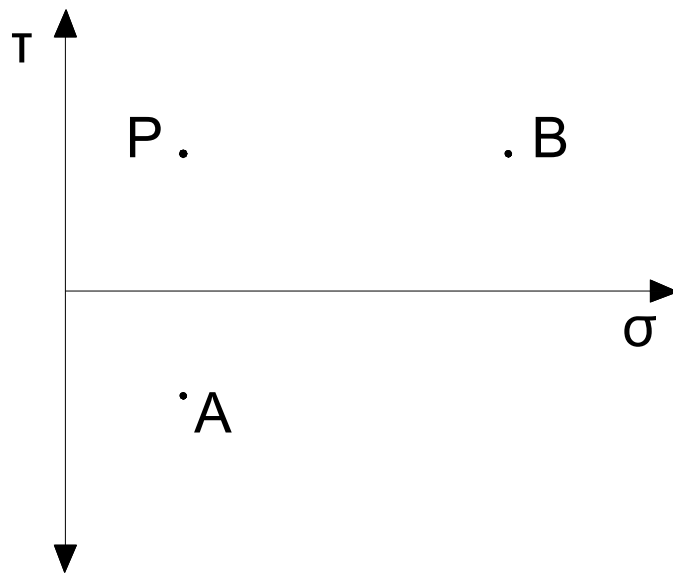
Κύκλος του Mohr

Ένα απλό μηχανικό προσομοίωμα του εδάφους είναι το προσομοίωμα Mohr-Coulomb. Για να προσομοιωθούν οι τάσεις στα εδάφη χρησιμοποιούμε το κύκλο του Mohr. Οι τάσεις στα εδάφη αναπτύσσονται σε τρεις διαστάσεις (x , y , z). Για λόγους κατανόησης θα εξετάσουμε τις τάσεις σε δύο διαστάσεις (x , z). Οι ορθές και οι διατμητικές τάσεις (σ , τ) μπορούν να αναπαρασταθούν από τα σημεία A και B του διαγράμματος $\tau - \sigma$ με την παραδοχή ότι οι θλιπτικές τάσεις και οι διατμητικές τάσεις με φορά αντίθετη από αυτή των δεικτών του ρολογιού είναι θετικές. Ο κύκλος του Mohr περνάει από τα σημεία A και B και έχει διάμετρο AB (Εικ. 20) [1].

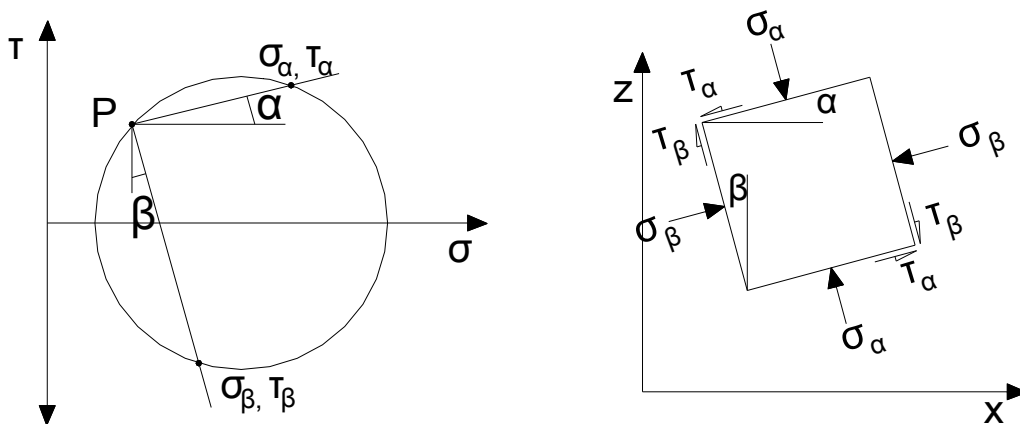


Εικ. 20 Τάσεις σε δύο διαστάσεις [1]

Το σημείο P στο διάγραμμα τ-σ (Εικ. 21) είναι ο πόλος που σχεδιάζεται από τα σημεία A και B και είναι κατακόρυφα πάνω από το σημείο A και οριζόντια από το σημείο B έτσι ώστε η πλευρά AP να είναι παράλληλη στον άξονα τ και αντίστοιχα η πλευρά BP παράλληλη στον άξονα σ. Όταν έχουμε τάσεις σε άλλο επίπεδο υπό γωνία α με τον άξονα χ και υπό γωνία β με τον άξονα z σχεδιάζουμε μια γραμμή από τον πόλο P με γωνία α προς ένα σημείο του κύκλου και μία γραμμή με γωνία β προς ένα σημείο του κύκλου (Εικ. 22). Τα σημεία του κύκλου που δημιουργήθηκαν είναι οι αντίστοιχες τάσεις που δρουν στα επίπεδα.

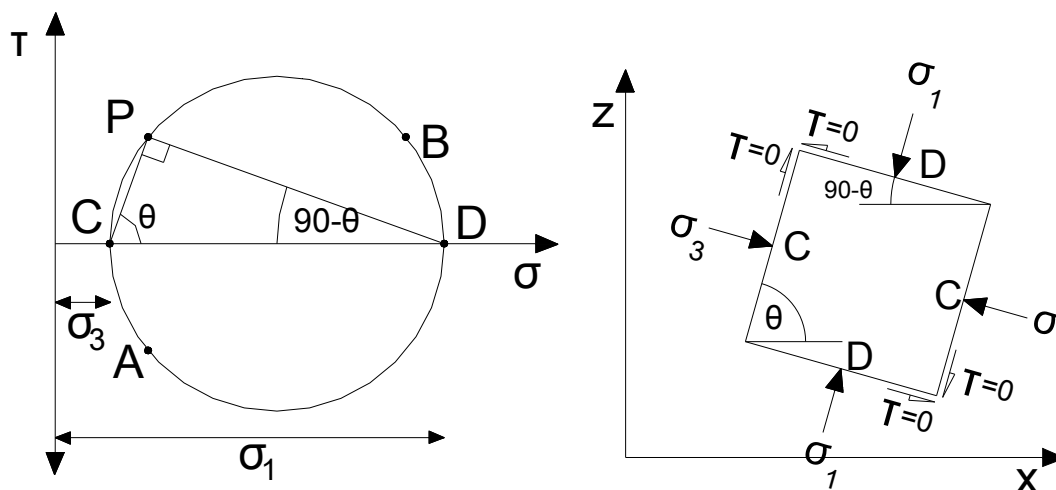


Εικ. 21 Θέση του πόλου [1]



Εικ. 22 Τάσεις σε οποιοδήποτε επίπεδο [1]

Οι κύριες τάσεις ορίζονται να είναι αυτές που δρουν στο επίπεδο όπου οι διατμητικές τάσεις είναι μηδέν. Οι διατμητικές τάσεις είναι μηδέν στα σημεία C και D και τα επίπεδα όπου δρουν οι κύριες τάσεις είναι τα PC και PD αντίστοιχα (Εικ. 23). Οι παραπάνω αναπαραστάσεις είναι για τις ολικές τάσεις.



Εικ. 23 Κύριες τάσεις [1]

Η διαδρομή των τάσεων είναι ένας γραφικός τρόπος για την περιγραφή της αλληλουχίας των επιβεβλημένων τάσεων. Έστω ότι σε ένα εδαφικό στοιχείο επιβάλλονται ολικές τάσεις σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , σ_{xy} , σ_{xz} , σ_{yz} και έχει αναπτυχθεί πίεση πόρων u , οπότε οι αντίστοιχες ενεργές τάσεις είναι : $\sigma'_{xx} = \sigma_{xx} - u$, $\sigma'_{yy} = \sigma_{yy} - u$, $\sigma'_{zz} = \sigma_{zz} - u$, $\sigma'_{xy} = \sigma_{xy} - u$. Αυτές οι τάσεις γραφικά μπορούν να παρασταθούν με ένα σημείο (M) για τις ολικές τάσεις και με ένα σημείο (M') για τις ενεργές τάσεις. Αν οι τάσεις που ασκούνται στο εδαφικό στοιχείο μεταβληθούν τότε τα σημεία M και M' θα μετακινηθούν διαγράφοντας μία διαδρομή που περιγράφει την αλληλουχία των εντατικών καταστάσεων στις οποίες υποβάλλεται το εδαφικό στοιχείο.

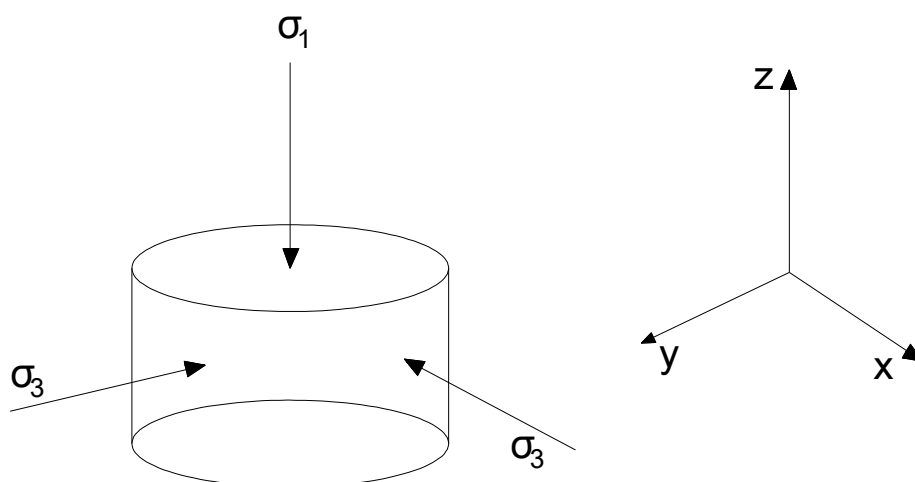
Αν θεωρήσουμε ότι κάποιες τάσεις είναι μηδέν όπως για παράδειγμα στην τριαξονική ένταση (κυκλικό θεμέλιο) τότε έχουμε λιγότερες διαστάσεις. Κατά την τριαξονική ένταση ισχύει ότι $\sigma_{zz} = \sigma_1$, $\sigma_{xy} = \sigma_{zx} = \sigma_{zy} = 0$ και $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_3$ οπότε οι ανεξάρτητες μη μηδενικές συνιστώσες είναι δύο και επομένως οι

τάσεις μπορούν να παρασταθούν σε ένα δισδιάστατο χώρο (σ_1, σ_3) . Στο δισδιάστατο χώρο ορίζονται τα εντατικά μεγέθη :

$$\sigma = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} \quad (2.56)$$

$$\tau = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} \quad (2.57)$$

Τα εντατικά μεγέθη σ, τ αποτελούν τους δυο άξονες του κύκλου του Mohr.



Εικ. 24 Τριαξονική ένταση

Κριτήριο αστοχίας

Στα συνεκτικά ή αργιλικά εδάφη η διατμητική αντοχή οφείλεται αφενός μεν στη μηχανική τριβή μεταξύ των κόκκων, αφετέρου δε στην πραγματική συγκόλληση (συνοχή) των κόκκων. Η συνοχή αυτή αναπτύσσεται είτε λόγω της πραγματικής σιμέντωσης μεταξύ των κόκκων είτε, γενικότερα, λόγω ηλεκτροχημικών δυνάμεων συνάφειας μεταξύ των προσροφημένων διπλών στρώσεων και των αργιλικών πλακιδίων. Αντίθετα, στα κοκκώδη εδάφη η διατμητική αντοχή οφείλεται αποκλειστικά στη μηχανική τριβή μεταξύ των κόκκων. Από τα ανωτέρω εξηγείται και η διαφορετική συμπεριφορά των άμμων και των αργίλων κατά την αστοχία. Ειδικότερα, η διατμητική αντοχή των αμμωδών εδαφών εξαρτάται αποκλειστικά από την ύπαρξη ορθής ενεργού τάσης (πίεσης), οπότε όταν η τάση αυτή μηδενισθεί μηδενίζεται και η αντοχή τους. Αντίθετα, τα αργιλικά εδάφη παρουσιάζουν πραγματική συνοχή

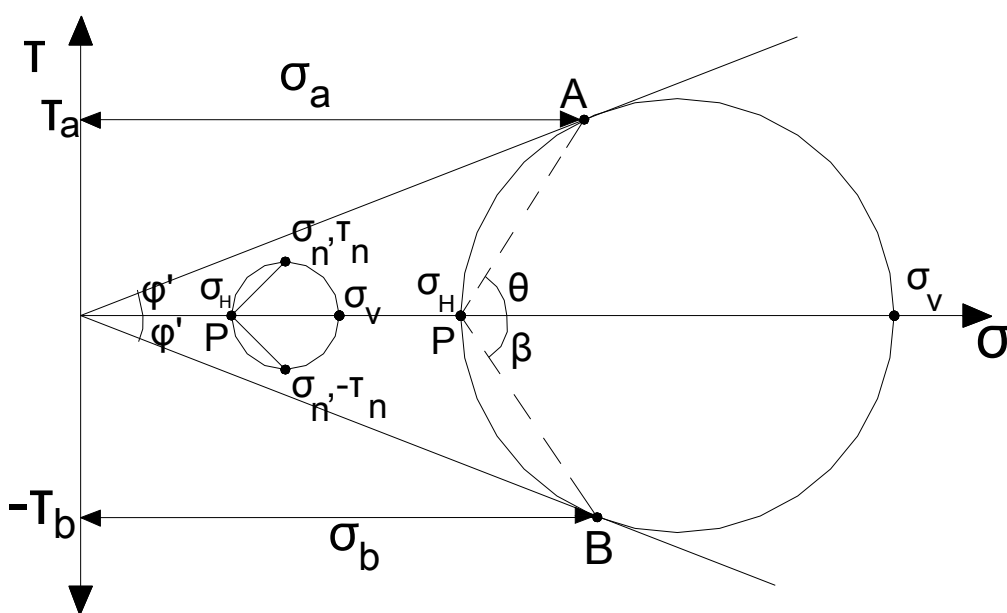
και έτσι εμφανίζουν διατμητική αντοχή ακόμη και όταν η ορθή τάση είναι μηδέν (για παράδειγμα, τα κατακόρυφα πρανή ύψους αρκετών μέτρων σε αργιλικά εδάφη κατά τις εκσκαφές για την κατασκευή υπογείων χώρων). Η διατμητική αντοχή των εδαφών εκφράζεται από την σχέση Mohr – Coulomb:

$$\tau_u = c' + \sigma' \tan \varphi' \quad (2.58)$$

όπου c' , φ' η συνοχή και η γωνία εσωτερικής τριβής αντίστοιχα.

Η σχέση αυτή συνδυάζει τη διατμητική τάση (διατμητική αντοχή) τ_u που δρα σε ένα επίπεδο με την κάθετη ενεργό τάση σ' που δρα στο ίδιο επίπεδο.

Η παραπάνω σχέση αντιπροσωπεύει την περιβάλλουσα αστοχίας ενός υλικού στο δισδιάστατο επίπεδο $x - y$. Στο χώρο των κύριων τάσεων (τρισδιάστατο επίπεδο $x - y - z$) η επιφάνεια πλέον διαρροής Mohr – Coulomb απεικονίζεται με τη μορφή μη κανονικής εξαγωνικής πυραμίδας, ανοικτής προς σφαιρικό άξονα.



Εικ. 25 Αστοχία εδάφους [1]

Η αστοχία του εδάφους θα δημιουργηθεί όταν η επιτόπου φυσική εντατική κατάσταση του εδάφους μεταβληθεί και συμπίπτει με το κριτήριο αστοχίας. Αυτό θα συμβεί όταν ο κύκλος του Mohr που αντιστοιχεί στη φυσική θέση του εδάφους διευρυνθεί και γίνει εφαπτομενικός με το κριτήριο αστοχίας (Εικ. 25). Αν σ_H και σ_v είναι η οριζόντια και κατακόρυφη κύρια τάση, τότε σε μία δισδιάστατη απεικόνιση της εντατικής κατάστασης ο πόλος βρίσκεται στο

σημείο P , όπου $\tau_u = 0$. Η πιο κρίσιμη κατάσταση στο εδαφικό στοιχείο συμβαίνει όταν ο συνδυασμός σ και τ_u συμπίπτει με την περιβάλλουσα αστοχίας, όπως προκύπτει από τη σχέση Mohr-Coulomb. Αυτή η κατάσταση συμβαίνει στα σημεία A και B του σχήματος (Εικ. 25). Σχεδιάζοντας τις ευθείες από τον πόλο P στα σημεία A και B παίρνουμε τις γωνίες θ και β των επιπέδων στα οποία συμβαίνουν οι κρίσιμες καταστάσεις, και αυτά είναι τα επίπεδα στα οποία θα συμβεί η αστοχία. Η ορθή τάση σ_a στο επίπεδο αστοχίας υπό γωνία θ με την οριζόντια είναι :

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(\sigma'_v + \sigma'_H) + \frac{1}{2}(\sigma'_v - \sigma'_H)\cos 2\theta \quad (2.59)$$

και η διατμητική τάση σε αυτό το επίπεδο αστοχίας είναι :

$$\tau_a = \frac{1}{2}(\sigma'_v - \sigma'_H)\sin 2\theta \quad (2.60)$$

Επίσης ισχύει

$$2\theta = 90 + \varphi' \leftrightarrow \theta = 45 + \frac{\varphi'}{2} \quad (2.61)$$

Κύριο χαρακτηριστικό των ελαστικών- τέλεια πλαστικών νόμων, όπως και του Mohr – Coulomb, είναι η θεώρηση πως το σημείο διαρροής ενός εδαφικού υλικού ταυτίζεται με το σημείο αστοχίας αυτού, χωρίς να είναι δυνατή η εκδήλωση του φαινομένου της κράτυνσης. Η επιφάνεια διαρροής είναι δεδομένη, προσδιορίζεται πλήρως από τις παραμέτρους του μοντέλου και δεν επηρεάζεται καθόλου από τις πλαστικές παραμορφώσεις, ενώ η σχέση τάσεων – παραμορφώσεων καθορίζεται από το νόμο του Hooke. Στην πραγματικότητα το κριτήριο Mohr – Coulomb αποτελεί επέκταση του νόμου τριβής του Coulomb για γενικευμένες εντατικές καταστάσεις, καθώς διασφαλίζει την εφαρμογή του νόμου αυτού σε κάθε επίπεδο στο εσωτερικό του υλικού.

Τα πιο βασικά μειονεκτήματα του κριτηρίου Mohr – Coulomb, τα οποία δημιουργούν ορισμένες δυσκολίες στη μοντελοποίηση του είναι αρχικά η ύπαρξη γωνιών στην επιφάνεια διαρροής, γεγονός που οδηγεί σε αδυναμία μονοσήμαντου προσδιορισμού της παραγώγου στα σημεία αυτά, καθώς και η παράληψη της κύριας τάσης σ_2 , η οποία θεωρείται ίση με τη σ_3 . Παρ' όλα αυτά το ελαστικό τέλεια πλαστικό προσομοίωμα Mohr – Coulomb μπορεί

γενικά να χρησιμοποιηθεί ως μία πρώτη προσέγγιση, λόγω της ταχύτητας των υπολογισμών, στις περιπτώσεις κυρίως εδαφικού ή βραχώδους σχηματισμού που παρουσιάζει εκφυλισμένο το φαινόμενο της κράτυνσης.

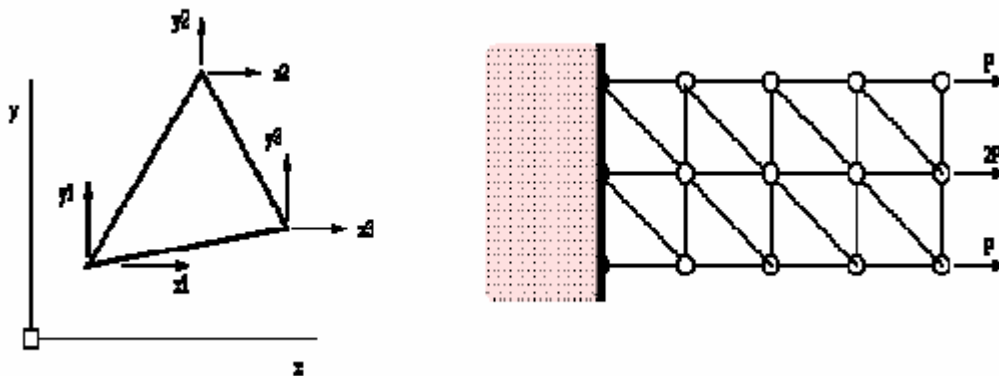
Η ανάλυση με το προσομοίωμα αυτό απαιτεί την εισαγωγή των τιμών πέντε γεωτεχνικών παραμέτρων του εδαφικού υλικού: του μέτρου ελαστικότητας E και του λόγου Poisson ν για την περιγραφή της ελαστικής συμπεριφοράς και των παραμέτρων διατμητικής αντοχής c και ϕ και της γωνίας διαστολής ψ , για την περιγραφή της πλαστικής παραμόρφωσης σύμφωνα με το προσομοίωμα Mohr – Coulomb.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο Αριθμητικά προσομοιώματα -

Πεπερασμένα Στοιχεία

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μία μέθοδος της αριθμητικής ανάλυσης, η οποία αποτελεί φυσική προσέγγιση του προβλήματος με τη διαμέριση του φυσικού χώρου σε επιμέρους διακριτά πεπερασμένα στοιχεία, στα οποία ορίζονται οι εξισώσεις που έχουν ακριβή λύση. Γενικά η προσεγγιστική αυτή μέθοδος, που βασίζεται στα ενεργειακά θεωρήματα προσφέρει μεγάλες δυνατότητες και δίνει λύσεις σε σημεία που οι υπόλοιπες μέθοδοι αδυνατούν. Βασικό χαρακτηριστικό της προσεγγιστικής μεθόδου είναι η ανάγκη προσδιορισμού ενός συμβιβαστού πεδίου (για παράδειγμα των μετατοπίσεων) μέσω συναρτήσεων που ορίζονται σε όλο το υλικό και ικανοποιούν κάποιες συνθήκες στα σύνορα. Έτσι, το αρχικό πρόβλημα προσδιορισμού του πεδίου των μετατοπίσεων σε κάθε σημείο του υλικού (άπειροι βαθμοί ελευθερίας κίνησης) μετασχηματίζεται στο πρόβλημα προσδιορισμού πεπερασμένου αριθμού άγνωστων συντελεστών. Προκύπτει λοιπόν μία προσεγγιστική λύση στο αρχικό πρόβλημα. Όταν το σύνορο του υλικού είναι απλό, η κατασκευή των συναρτήσεων που ικανοποιούν τις συνθήκες στα σύνορα είναι σχετικά απλή υπόθεση. Όταν όμως το σύνορο γίνει πολύπλοκο, η ικανοποίηση των οριακών συνθηκών γίνεται σχεδόν αδύνατη. Η δυσκολία αυτή ξεπερνιέται με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή το υλικό χωρίζεται σε ένα πλήθος περιοχών που καλούνται στοιχεία. Οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται μέσα στα στοιχεία αυτά είναι απλές και συνήθως πολυωνυμικής μορφής.

Στο παρακάτω σχήμα (Εικ. 26) παρουσιάζεται η κατάστρωση ενός προβλήματος με πεπερασμένα στοιχεία. Φαίνεται το πεδίο του προβλήματος, η διακριτοποίησή του σε πεπερασμένα στοιχεία που συνδέονται σε κόμβους καθώς και οι συνοριακές συνθήκες.



Εικ. 26 Κατάστρωση προβλήματος δοκού σε εφελκυσμό με τριγωνικά πεπερασμένα στοιχεία [15]

Για να εφαρμοστεί η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων απαιτούνται τα εξής στάδια:

1. Κατασκευή της γεωμετρίας

Κατασκευή γεωμετρίας στο περιβάλλον ενός λογισμικού και στη συνέχεια εισαγωγή της σε στο λογισμικό των πεπερασμένων στοιχείων.

2. Επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων και διακριτοποίηση της γεωμετρίας.

Το είδος του πεπερασμένου στοιχείου καθορίζεται από τις ανάγκες της ανάλυσης που έχει επιλεγεί και στη συνέχεια ακολουθεί η διακριτοποίηση της γεωμετρίας της κατασκευής.. Για παράδειγμα αν επιλεγεί να λυθεί το μοντέλο σε στατική καταπόνηση θα πρέπει να δοθούν τα δεδομένα για τις δυνάμεις και τις στηρίξεις.

3. Ορισμός φυσικών και μηχανικών ιδιοτήτων των υλικών και επιβολή των συνοριακών συνθηκών.

Οι ιδιότητες που απαιτούνται σε κάθε περίπτωση είναι διαφορετικές και εξαρτώνται από την φύση της ανάλυσης. Οι πιο συχνές ιδιότητες είναι το μέτρο ελαστικότητας και ο λόγος Poisson. Επίσης και στην περίπτωση των συνοριακών συνθηκών υπάρχει εξάρτηση τόσο από την φύση της ανάλυσης όσο και από την φύση των πεπερασμένων στοιχείων, τα οποία καθορίζουν τους βαθμούς ελευθερίας.

4. Επιλογή του τρόπου επίλυσης και επίλυση.

Ανάλογα με τις απαιτήσεις του προβλήματος καθορίζεται και η επιλογή του τρόπου επίλυσης. Όσο αναφορά στην επίλυση είναι δυνατή η χρήση μίας

γρήγορης επίλυσης ή ορισμένες επαναληπτικές επιλύσεις, οι οποίες δίνουν και ακριβέστερα αποτελέσματα.

5. Ανάγνωση αποτελεσμάτων και γραφική παρουσίαση τους.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι να δει κανείς τα αποτελέσματα της επίλυσης. Για παράδειγμα μπορεί να επιλεγθεί παρουσίαση των αποτελεσμάτων γραφικά δηλαδή σε διαγράμματα αλλά και σε πίνακες. Επιπλέον μπορούν να παρουσιαστούν τα αποτελέσματα στους κόμβους ή στα πεπερασμένα στοιχεία.

Ιστορική Αναδρομή

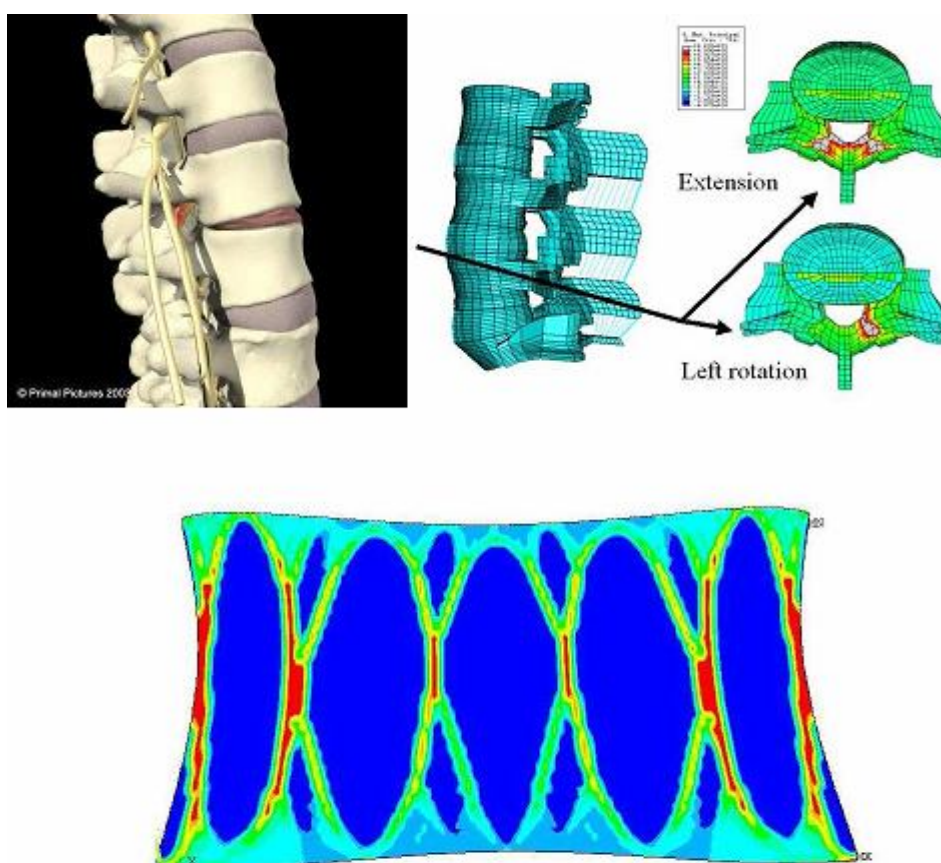
Η πρώτη αναφορά για τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων καταλογίζεται στον Henikoff το 1941 [26], ο οποίος χρησιμοποίησε μία προσεγγιστική μέθοδο για τη λύση ενός δισδιάστατου προβλήματος με ένα σύνολο ράβδων και δοκών. Το 1943 ο Courant [27] παρουσιάζει μία προσεγγιστική μέθοδο ανάλυσης όπου μία συνεχής συνάρτηση αντικαταστάθηκε από σύνολο συναρτήσεων συνεχών κατά τμήματα. Η προσέγγιση αυτή εφαρμόστηκε σε πρόβλημα στρέψεως κατά St. Venant . Ο Αργύρης, όπως αναφέρει και ο M. Παπαδρακάκης [14], ανέπτυξε μία μέθοδο για την επίλυση προβλήματος σε κεκλιμένες πτέρυγες αεροσκαφών με τη χρήση τριγωνικών στοιχείων σταθερής παραμόρφωσης. Στη συνέχεια ο Αργύρης σε εργασία του σε θεωρήματα ενέργειας και μητρικές μεθόδους έθεσε τα θέματα που οδήγησαν τελικά στην ανάπτυξη της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Το 1956 οι Turner, Clough, Martin και Topp [29] θα παρουσιάσουν μία πρόδρομη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Στην τυπική της μορφή η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων παρουσιάζεται στην εργασία του Clough (1960) [30] καθώς και στο βιβλίο των Αργύρης και Kelsey [31]. Ο Clough είναι ο πρώτος που χρησιμοποίησε τον όρο πεπερασμένα στοιχεία. Τα πρώτα βιβλία για πεπερασμένα στοιχεία εμφανίστηκαν από τους Zienkiewicz [32] και Chung [33]. Σε θέματα μη γραμμικής θεωρίας αναφέρεται το βιβλίο του Oden (1972) [34].

Γενικά για τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

Όπως αναφέραμε και παραπάνω η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό προσεγγιστικών λύσεων μερικών διαφορικών εξισώσεων. Επιπλέον αυτή η μέθοδος αποτελεί φυσική προσέγγιση του προβλήματος με την διαμέριση του φυσικού χώρου σε επιμέρους διακριτά πεπερασμένα στοιχεία, στα οποία ορίζονται οι εξισώσεις που έχουν ακριβή λύση. Ένα τέτοιο παράδειγμα παρουσιάζεται στην παρακάτω εικόνα (Εικ. 29), όπου με πεπερασμένα στοιχεία προσομοιώνεται το έδαφος. Επειδή τα προβλήματα της μηχανικής των παραμορφωσίμων σωμάτων (όπως και όλα τα φυσικά προβλήματα του συνεχούς μέσου) περιγράφονται με διαφορικές εξισώσεις με μερικές παραγώγους, μπορούμε να τα επιλύσουμε με την βοήθεια των πεπερασμένων στοιχείων [8]. Οι διαφορικές εξισώσεις για τα προβλήματα της μηχανικής των παραμορφωσίμων σωμάτων προκύπτουν από διάφορες άλλες εξισώσεις όπως οι σχέσεις μετατοπίσεων - ανηγμένων παραμορφώσεων, οι εξισώσεις συμβιβαστού των παραμορφώσεων καθώς και από τις εξισώσεις ισορροπίας στο χώρο. Όπως κάθε πρόβλημα που εκφράζεται με διαφορικές εξισώσεις έτσι και εδώ υπάρχουν και συνοριακές συνθήκες, όπως φυσικές συνοριακές συνθήκες (φορτίσεις κλπ) και βασικές συνοριακές συνθήκες ή συνθήκες Dirichlet και Neumann (δεσμεύσεις, στηρίξεις κλπ).

Η ανάπτυξη της μεθόδου και η χρήση της για την επίλυση πρακτικών προβλημάτων του μηχανικού συμβαδίζει με την τεχνολογία των Η/Υ. Κι αυτό γιατί με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων καταλήγουμε σε ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων που το πλήθος τους ταυτίζεται με το πλήθος των βαθμών ελευθερίας του προβλήματος και το οποίο μπορεί να επιλυθεί μόνο με τη βοήθεια του Η/Υ. Η εξέλιξη των Η/Υ με τις ολοένα και μεγαλύτερες δυνατότητες διαχείρισης μεγάλου όγκου δεδομένων αλλά και με την αύξηση της ταχύτητας εκτέλεσης των αριθμητικών πράξεων σε συνδυασμό με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, κατέστησε εφικτή την επίλυση σύνθετων προβλημάτων του μηχανικού, τα οποία θεωρούνταν απροσπέλαστα πριν μερικά χρόνια. Ενώ παλαιότερα τα προβλήματα λύνονταν στις δύο διαστάσεις κάνοντας απλοποιητικές παραδοχές, τώρα μπορούμε να επιλύσουμε κατευθείαν τα προβλήματα όπως είναι στη φύση

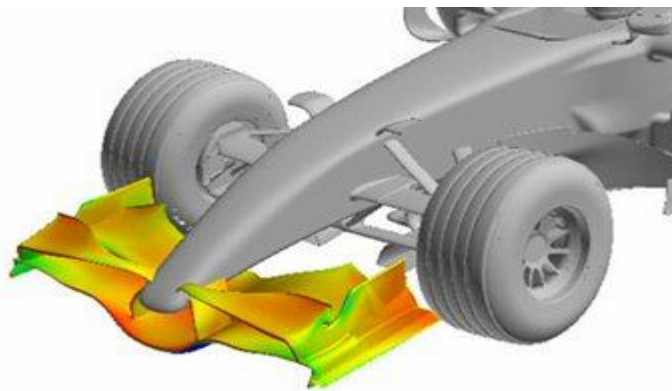
(σε τρεις διαστάσεις). Ακόμα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε πιο πολύπλοκα μοντέλα για την περιγραφή των υλικών, ενώ αρχικά η μέθοδος επίλυε προβλήματα θεωρώντας τη συμπεριφορά των υλικών γραμμική και ελαστική, τώρα μπορούν να χρησιμοποιηθούν πολύ πιο σύνθετα μοντέλα όπως η πλαστικότητα. Όλα αυτά είναι δυνατόν να εφαρμοστούν επειδή έχουμε πια την απαραίτητη υπολογιστική ισχύ, παρόλο που η γνώση για να επιλυθούν αυτά τα προβλήματα υπήρχε και παλαιότερα, δεν ήταν δυνατή η εφαρμογή της. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, αν και επινοήθηκε και εφαρμόστηκε για τη στατική ανάλυση φορέων, έχει καθολικότερη εφαρμογή σε μία ευρύτερη κατηγορία προβλημάτων του μηχανικού, όπως για παράδειγμα στη ρευστομηχανική, στη μεταφορά θερμότητας, στην ακουστική, στον ηλεκτρομαγνητισμό. Παραδείγματα εφαρμογών των πεπερασμένων στοιχείων σε άλλους τομείς εκτός του Πολιτικού μηχανικού, παρουσιάζονται στις παρακάτω εικόνες:



Εικ. 27 Χρήση πεπερασμένων στοιχείων στην ιατρική, για τη μελέτη της οστικής ανακατασκευής οστών [15]

Όπως αναφέραμε και παραπάνω, κάνοντας συγκεκριμένες παραδοχές και απλοποιήσεις, ένα φυσικό πρόβλημα υπολογιστικής μηχανικής μπορεί να προσομοιωθεί με ένα κατάλληλο μαθηματικό μοντέλο, το οποίο μπορεί να επιλυθεί αριθμητικά με μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων. Επειδή όμως τα πεπερασμένα στοιχεία παρέχουν μία προσεγγιστική λύση του προβλήματος και υπάρχει η πιθανότητα σφάλματος, τα αποτελέσματα από την ανάλυση με χρήση πεπερασμένων στοιχείων πρέπει πάντα να αξιολογούνται και να ερμηνεύονται ώστε να διαπιστώνεται αν παρέχουν ικανοποιητική για το συγκεκριμένο πρόβλημα ακρίβεια. Συχνά απαιτείται τροποποίηση της επίλυσης με χρήση πεπερασμένων στοιχείων, τροποποιώντας το μαθηματικό μοντέλο ή επαναδιατυπώνοντας το φυσικό πρόβλημα, ώστε να επιτυγχάνεται η απαιτούμενη ακρίβεια των αποτελεσμάτων με τις ελάχιστες δυνατές υπολογιστικές απαιτήσεις και κόστος.

Οι μέθοδοι των πεπερασμένων στοιχείων μπορούν να χρησιμοποιηθούν για προσεγγιστικές επιλύσεις προβλημάτων ενός μεγάλου φάσματος εφαρμογών μηχανικής που συνήθως δεν έχουν αναλυτικές λύσεις.



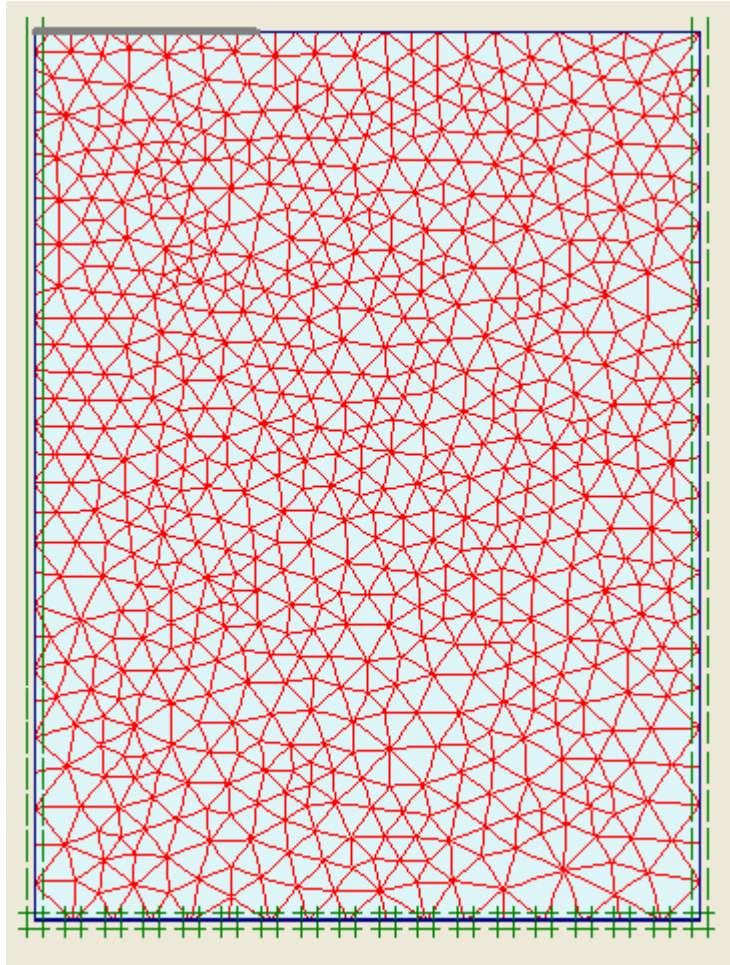
Εικ. 28 Χρήση πεπερασμένων στοιχείων για τον σχεδιασμό μπροστινής πτέρυγας ενός μονοθέσιου της Formula 1 [24]

Η διαδικασία διατύπωσης των μεθόδων πεπερασμένων στοιχείων βάσει της αρχής των δυνατών έργων είναι όμοια με τη μέθοδο άμεσης δυσκαμψίας για κατασκευές από γραμμικά μέλη. Η μέθοδος άμεσης δυσκαμψίας για γραμμικά μέλη, όπως ράβδους και δοκούς, μπορεί ουσιαστικά να θεωρηθεί σαν μία ειδική περίπτωση των μεθόδων πεπερασμένων στοιχείων όπου είναι γνωστή η ακριβής μορφή παραμόρφωσης του μέλους και μπορεί να σχηματιστεί το ακριβές μητρώο δυσκαμψίας του κάθε μέλους, κάνοντας συχνά κάποιες

απλοποιητικές παραδοχές. Τα εντατικά μεγέθη ενός μονοδιάστατου ραβδωτού στοιχείου μπορούμε να τα εκφράσουμε συναρτήσει των μετακινήσεων των κόμβων του. Σε αυτές τις περιπτώσεις γενικά πρέπει να γίνουν κάποιες παραδοχές για τις μεταβολές των μετακινήσεων μέσα στο κάθε στοιχείο για να μπορέσει να σχηματιστεί το αντίστοιχο προσεγγιστικό μητρώο δυσκαμψίας του μέλους βάσει της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Όμως κάτι τέτοιο είναι αδύνατο για επιφανειακά και τρισδιάστατα στοιχεία αφού δεν υπάρχουν οι σχετικές λύσεις των αντίστοιχων μερικών διαφορικών εξισώσεων. Στις περιπτώσεις επιφανειακών και χωρικών στοιχείων μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι μέθοδοι πεπερασμένων στοιχείων με τις οποίες ένα συνεχές μέσο διαχωρίζεται σε πεπερασμένα στοιχεία. Θεωρώντας συγκεκριμένη μεταβολή των μετακινήσεων σε κάθε πεπερασμένο στοιχείο επιτρέπει την επίλυση του προβλήματος βάσει ενός συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων αντί μερικών διαφορικών εξισώσεων.

Πεπερασμένα στοιχεία εδάφους

Στην κατηγορία των μεθόδων πλήρους αριθμητικής ανάλυσης περιλαμβάνονται μέθοδοι οι οποίες προσπαθούν να ικανοποιήσουν όλες τις θεωρητικές απαιτήσεις, συμπεριλαμβάνοντας ρεαλιστικά προσομοιώματα συμπεριφοράς εδαφών και οριακές συνθήκες, οι οποίες προσομοιώνουν τις συνθήκες πεδίου. Εξ' αιτίας της πολυπλοκότητας και της μη-γραμμικής συμπεριφοράς του εδάφους, οι μέθοδοι αυτές είναι αριθμητικές από τη φύση τους. Προσεγγίσεις βασισμένες στα πεπερασμένα στοιχεία και στις πεπερασμένες διαφορές είναι αυτές που χρησιμοποιούνται περισσότερο στη γεωτεχνική μηχανική.

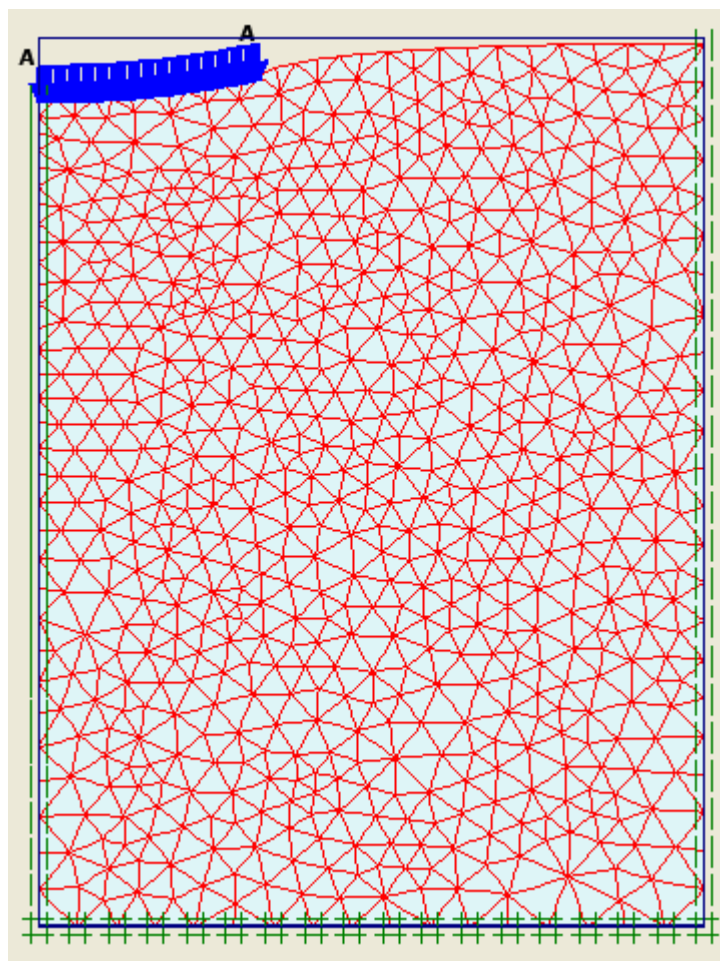


Εικ. 29 Μη παραμορφωμένο έδαφος

Η χρήση των πεπερασμένων στοιχείων για γεωτεχνικές εφαρμογές ξεκίνησε το 1966, όταν ο Clough και ο Woodward (1966) [18] τη χρησιμοποίησαν για να καθορίσουν τάσεις και μετατοπίσεις σε αναχώματα, και οι Reyes και Deer (1966) [18] περιέγραψαν την εφαρμογή της στην ανάλυση υπογείων εκσκαφών σε βράχους. Πολλές ερευνητικές εργασίες και πρακτικές εφαρμογές έλαβαν χώρα στα σαράντα χρόνια που μεσολάβησαν.

Η ικανότητα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων να αντικατοπτρίζει με ακρίβεια τις συνθήκες του πεδίου, βασικά στηρίζεται στην ικανότητα του δομικού μοντέλου να αναπαριστά τη συμπεριφορά του πραγματικού εδάφους και στην ορθότητα των επιβαλλόμενων συνοριακών συνθηκών. Ο χρήστης θα πρέπει μόνο να καθορίσει την κατάλληλη γεωμετρία, τη διαδικασία κατασκευής, τις εδαφικές παραμέτρους και τις συνοριακές συνθήκες. Κατασκευαστικά στοιχεία ενδέχεται να χρειαστεί να ενεργοποιηθούν και να απενεργοποιηθούν κατά τη διάρκεια της αριθμητικής προσομοίωσης, ώστε να

προσομοιωθούν οι συνθήκες πεδίου. Μπορεί να θεωρηθούν κατασκευές αντιστήριξης αποτελούμενες από πολλούς τοίχους αποτελούμενους από κατασκευαστικά στοιχεία και λόγω της εδαφικής μάζας που προσομοιώνεται στην ανάλυση, η σύνθετη αλληλεπίδραση μεταξύ κεκλιμένων διαδοκίδων ή αγκυρίων και του εδάφους μπορεί να ληφθούν υπ' όψιν. Η επίδραση του χρόνου στην ανάπτυξη της κατανομής των πιέσεων του νερού, επίσης μπορεί να προσομοιωθεί με το να συμπεριληφθεί συνδυασμένη σύζευξη. Κανένας υποτιθέμενος μηχανισμός αστοχίας ή μέθοδος συμπεριφοράς του προβλήματος δεν απαιτείται, καθώς αυτό προκύπτει από την ανάλυση. Η ανάλυση επιτρέπει την πρόβλεψη της πλήρους ιστορίας του προβλήματος των ορίων των τιμών και μια απλή ανάλυση μπορεί να παρέχει πληροφορίες για όλες τις σχεδιαστικές απαιτήσεις.



Εικ. 30 Παραμορφωμένο έδαφος από εύκαμπτη θεμελίωση

Δυνητικά η μέθοδος μπορεί να λύσει πλήρως τρισδιάστατα προβλήματα και να μην εξαρτάται καθόλου από τους περιορισμούς που ισχύουν για τις άλλες μεθόδους. Προς το παρόν η ταχύτητα των υπολογιστών περιορίζει την ανάλυση των περισσότερων πρακτικών προβλημάτων, σε δισδιάστατο επίπεδο τάσεων ή αξονοσυμμετρικά τμήματα. Παρ' όλα αυτά, με την ταχεία ανάπτυξη της υπολογιστικής ισχύος και τη μείωση του κόστους των υπολογιστών, οι δυνατότητες πλήρως τρισδιάστατων μοντέλων αυξάνονται συνεχώς.

Πρόγραμμα Πεπερασμένων Στοιχείων (Plaxis)

Το πρόγραμμα PLAXIS[®], εμφανίστηκε το 1987 στο πολυτεχνείο του Delft ως πρωτοβουλία του ολλανδικού τμήματος δημόσιων έργων και διαχείρισης υδάτων. Ο αρχικός στόχος ήταν να αναπτυχθεί μία εύχρηστη μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων για την ανάλυση των αναχωμάτων των ποταμών, στα χαλαρά εδάφη των πεδιάδων της Ολλανδίας. Στα επόμενα χρόνια, το PLAXIS[®] επεκτάθηκε για να καλύψει τους περισσότερους τομείς της γεωτεχνικής μηχανικής. Λόγω των συνεχώς αυξανόμενων δραστηριοτήτων, το 1993 δημιουργήθηκε μια νέα επιχείρηση με το όνομα B.V. PLAXIS[®]. Το 1998 κυκλοφόρησε η πρώτη έκδοση PLAXIS[®] για τα windows. Επιπλέον αναπτύχθηκε ένα πρόγραμμα υπολογισμού για τρισδιάστατους υπολογισμούς. Μετά από αρκετά χρόνια ανάπτυξης του προγράμματος PLAXIS[®], το 2001 κυκλοφόρησε το τρισδιάστατο πρόγραμμα σιράγγων.

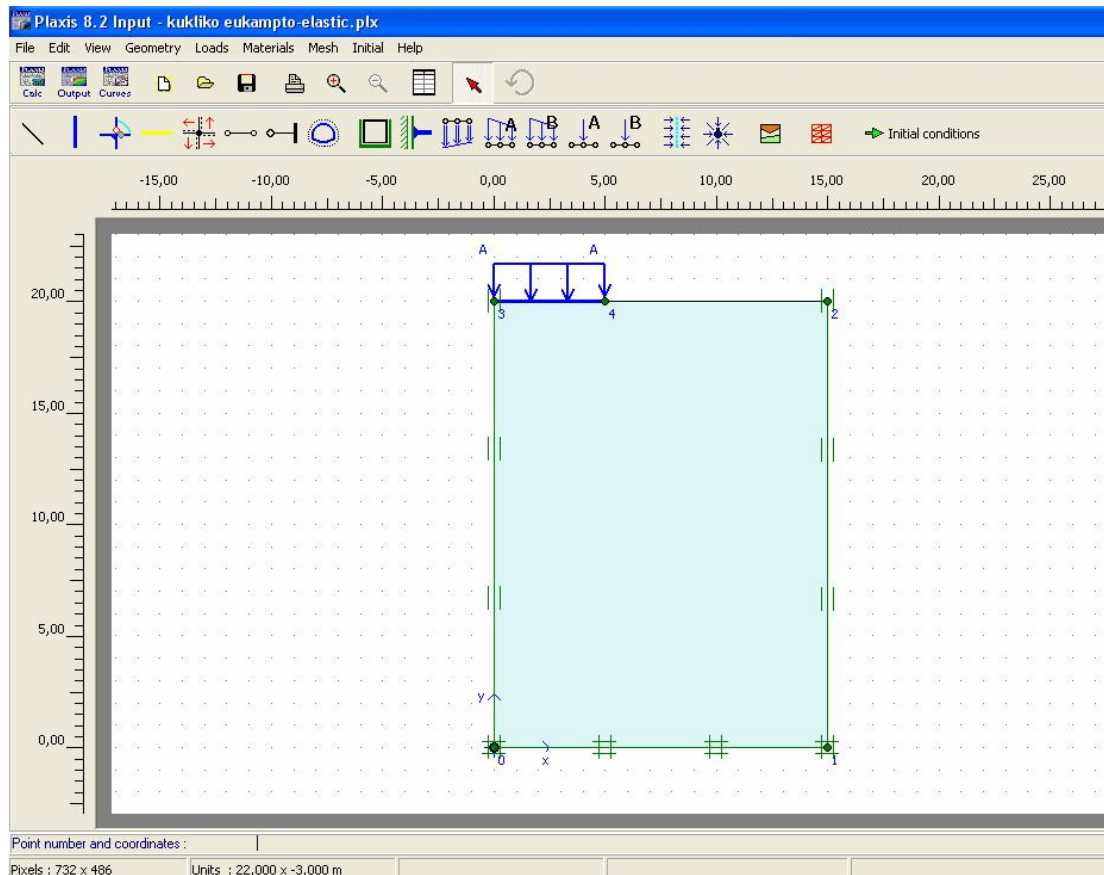
Οι κύριοι στόχοι του PLAXIS[®] ήταν να παρέχει ένα εργαλείο για την πρακτική ανάλυση των εδαφών και να χρησιμοποιείται από τους γεωτεχνικούς μηχανικούς. Συχνά οι μηχανικοί θεωρούν τους υπολογισμούς των πεπερασμένων στοιχείων δύσχρηστους και χρονοβόρους. Η ομάδα έρευνας και ανάπτυξης του PLAXIS[®] αντιμετώπισε αυτό το θέμα σχεδιάζοντας μια καλύτερη και θεωρητικά εύχρηστη υπολογιστική διαδικασία, η οποία είναι προσαρμοσμένη σε ένα λογικό και εύχρηστο περιβάλλον. Έτσι, πολλοί γεωτεχνικοί μηχανικοί παγκοσμίως έχουν υιοθετήσει το προϊόν και το χρησιμοποιούν για προβλήματα εφαρμοσμένης μηχανικής.

Το PLAXIS[®] είναι ένα πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων για γεωτεχνικές εφαρμογές, στις οποίες τα εδαφικά προσομοιώματα που χρησιμοποιούνται

από το πρόγραμμα προσπαθούν να προσομοιώσουν την πραγματική συμπεριφορά του εδάφους. Επίσης, η προσομοίωση των γεωτεχνικών προβλημάτων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, περιλαμβάνει μερικά αναπόφευκτα αριθμητικά σφάλματα. Σχετικά με το αν η πραγματικότητα προσεγγίζεται με ακρίβεια, εξαρτάται ιδιαίτερα από την πείρα του χρήστη, σχετικά με τη διαμόρφωση του προβλήματος, την κατανόηση των εδαφικών προσομοιωμάτων και των περιορισμών τους, την επιλογή των παραμέτρων, και τη δυνατότητα να κριθεί η αξιοπιστία των υπολογιστικών αποτελεσμάτων.

Διαδικασία Υπολογισμού

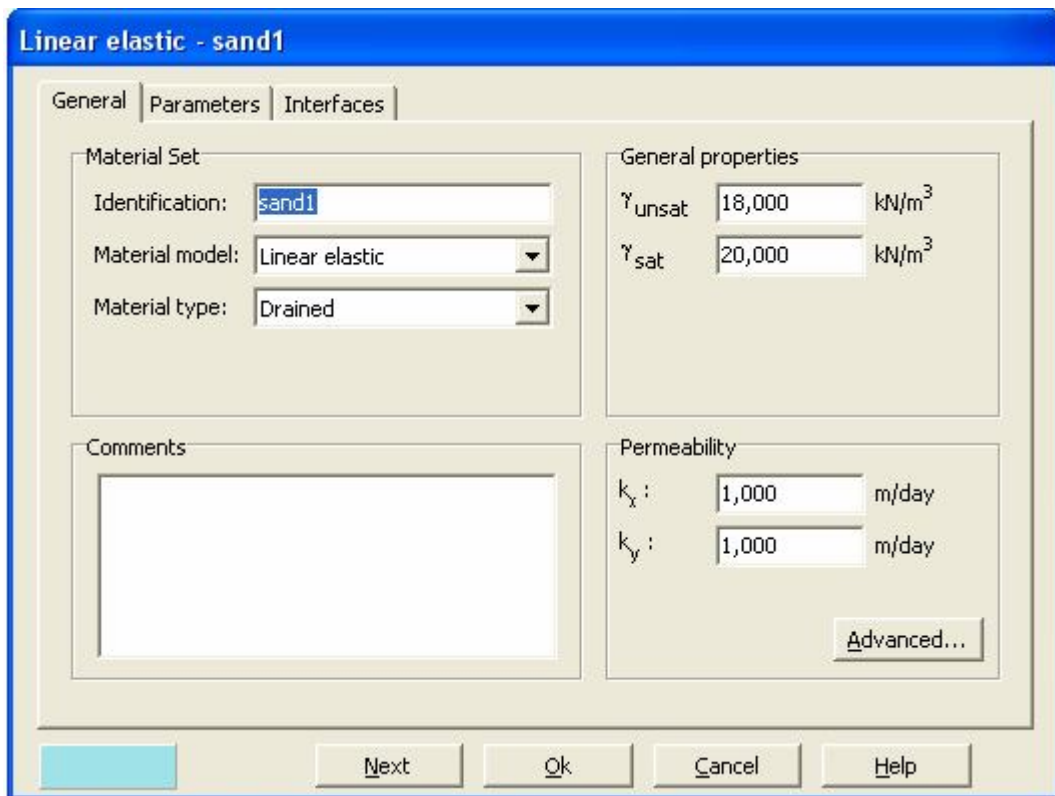
Για κάθε νέο πρόβλημα που αναλύεται είναι σημαντικό να δημιουργηθεί ένα πρότυπο γεωμετρίας, το οποίο σχεδιάζεται σε δισδιάστατο χώρο και αντιπροσωπεύει ένα πραγματικό τρισδιάστατο πρόβλημα. Το πρότυπο αυτό αποτελείται από τις γραμμές, τα σημεία και τις συστάδες. Επιπλέον πρέπει να περιλαμβάνει ένα αντιπροσωπευτικό τμήμα του υπεδάφους στα ευδιάκριτα εδαφολογικά στρώματα, τα δομικά αντικείμενα, τα στάδια κατασκευής και τη παραλαβή των φορτίων. Το πρότυπο πρέπει να είναι αρκετά μεγάλο ώστε τα όρια να μην επηρεάζουν τα αποτελέσματα του προβλήματος που μελετάται, όπως φαίνεται στην εικόνα (Εικ. 31).



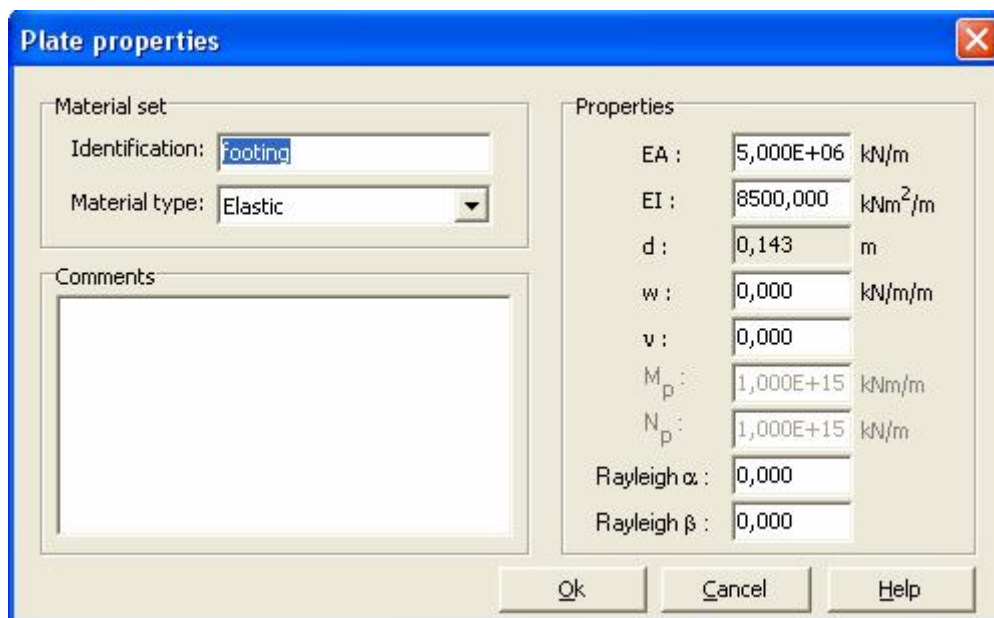
Εικ. 31 Σχεδιασμός προτύπου γεωμετρίας

Όπως φαίνεται στην εικόνα (Εικ. 31) έχει σχεδιαστεί το έδαφος με γραμμές (Geometry line), έχουν καθοριστεί οι συνοριακές συνθήκες (Standard fixities) και η μορφή του θεμελίου (Plate, Distributed load), δηλαδή δημιουργούμε μία πλάκα έδρασης (Plate) στην οποία επιβάλλεται το φορτίο (Distributed load). Τα ειδικά αυτά στοιχεία (Plates) χρησιμοποιούνται έτσι ώστε να διαμορφώσουμε με κάποιο τρόπο την κάμψη ή την ακαμψία των τοίχων αντιστήριξης, των θεμελίων, των κελυφών ή άλλων λεπτών κατασκευών. Έτσι η ειδική πλάκα μπορεί να είναι εύκαμπτη ή δύσκαμπτη ανάλογα με τις τιμές της καμπτικής δυσκαμψίας (EI), της αξονικής δυσκαμψίας και του πάχους της (d), τα οποία φαίνονται στην εικόνα (Εικ. 33).

Στη συνέχεια εισάγονται οι παράμετροι για τα υλικά του εδάφους και της θεμελίωσης (Material sets), όπως φαίνεται στις εικόνες (Εικ. 32), (Εικ. 33).



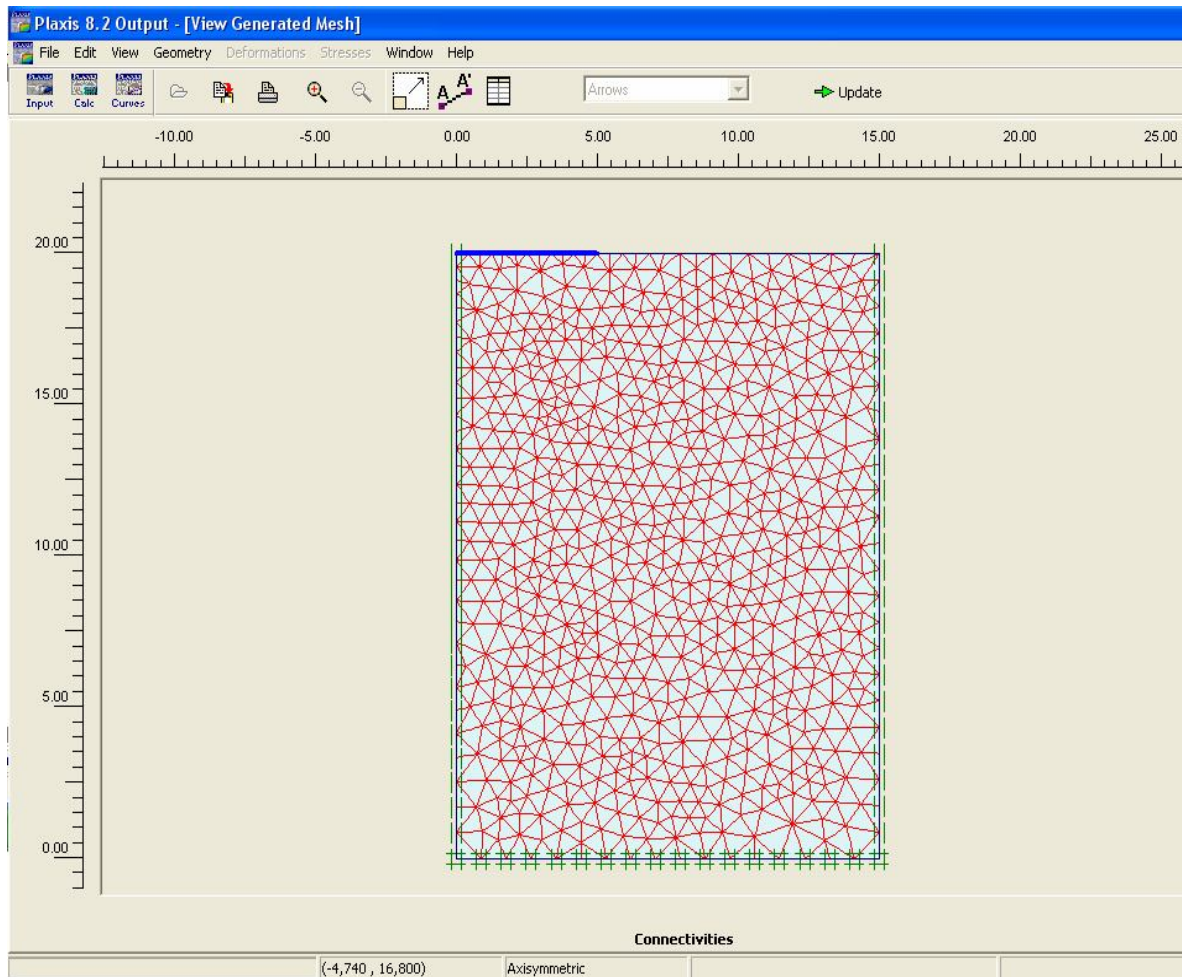
Εικ. 32 Παράμετροι υλικών του εδάφους



Εικ. 33 Παράμετροι υλικών της θεμελίωσης

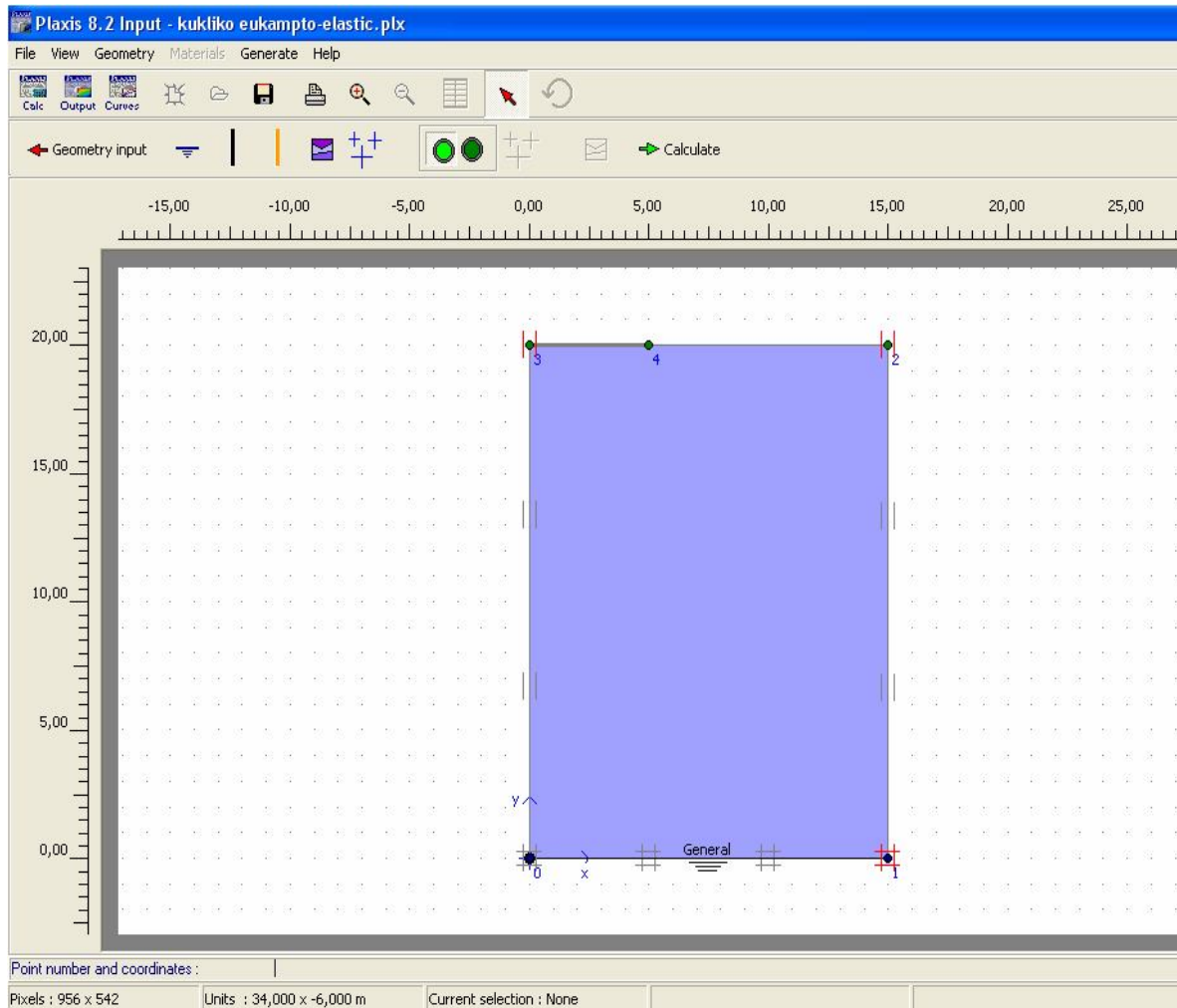
Αφού συμπληρωθούν οι παράμετροι των υλικών, μπορούν να δημιουργηθεί το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων (Generate mesh) , όπως φαίνεται

παρακάτω :



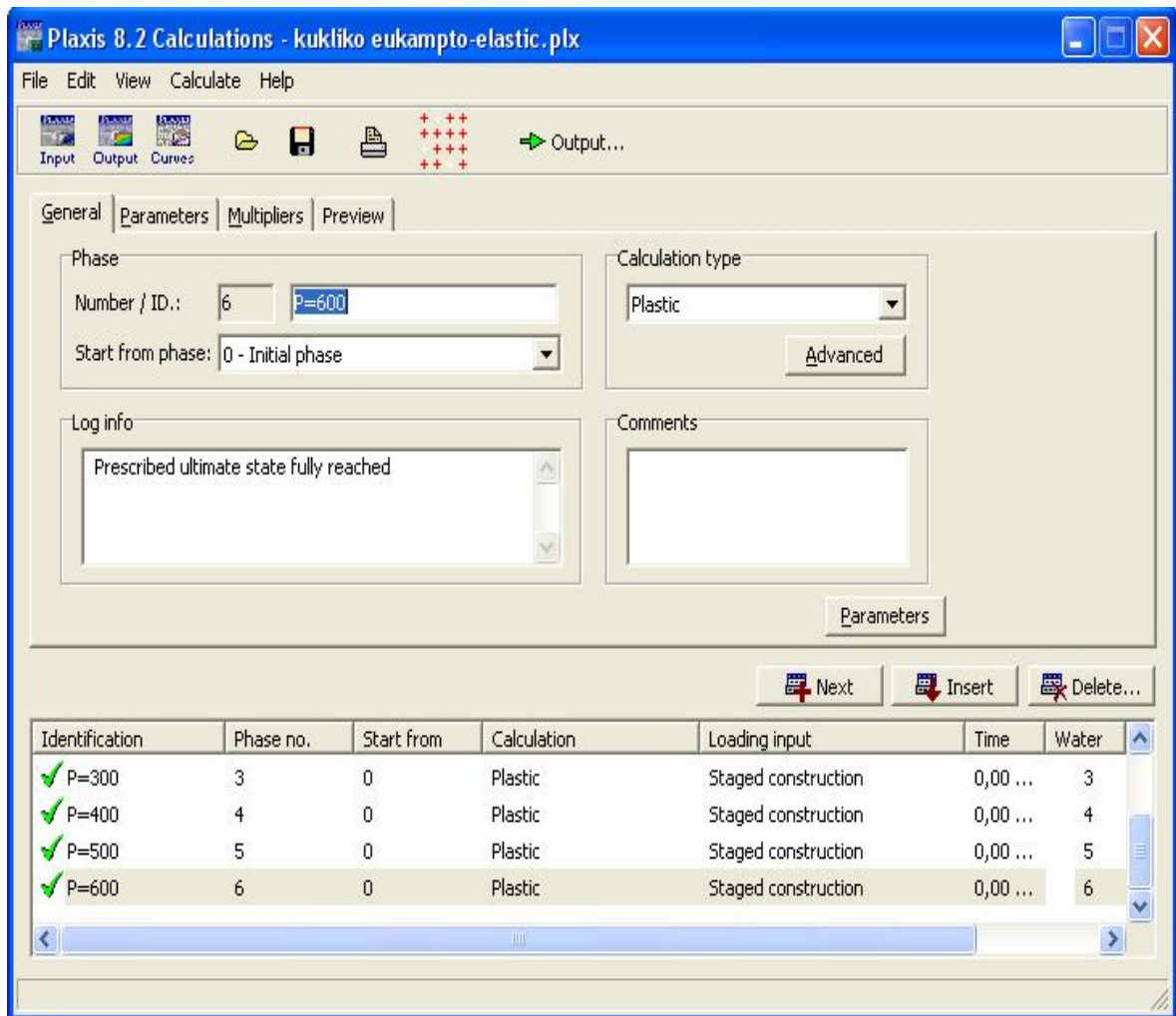
Εικ. 34 Δημιουργία πεπερασμένων στοιχείων

Έπειτα ορίζεται η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα (initial condition), όπως φαίνεται στην εικόνα (Εικ. 35).



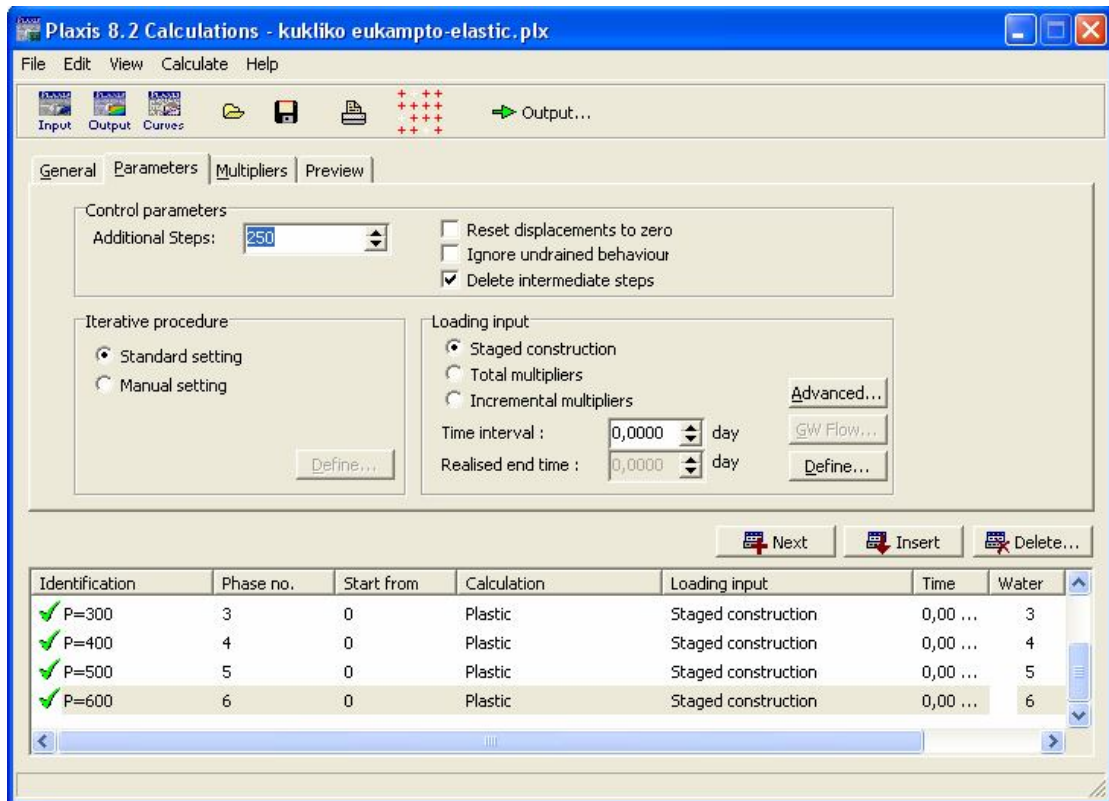
Εικ. 35 Ορισμός στάθμης υδροφόρου ορίζοντα

Μετά τον ορισμό του υδροφόρου ορίζοντα μπορούν να πραγματοποιηθούν οι υπολογισμοί (calculate). Στη φάση των υπολογισμών καθορίζουμε τις φάσεις που θα εκτελεστεί το πρόγραμμα, για παράδειγμα σε κάθε φάση μπορούμε να επιβάλλουμε διαφορετικά φορτία στη θεμελίωση (Εικ. 36).

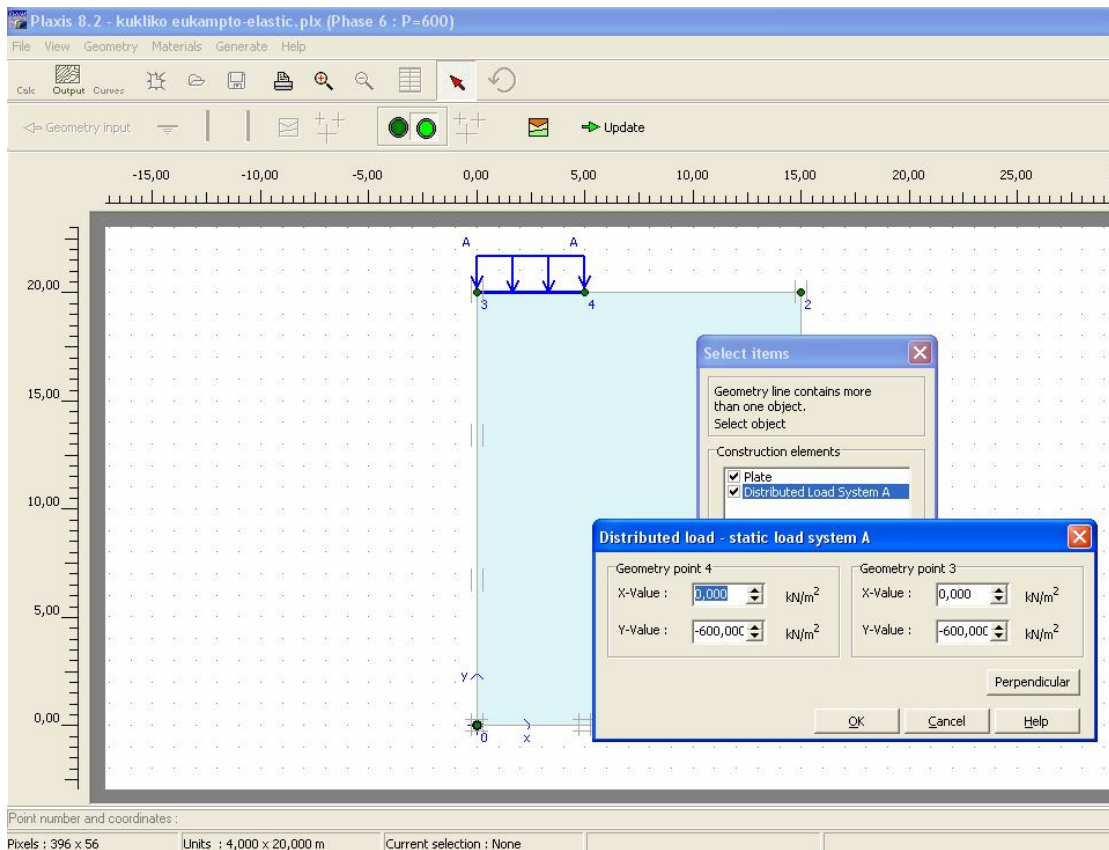


Εικ. 36 Φάσεις υπολογισμού

Στη συνέχεια στη καρτέλα με τις παραμέτρους (Εικ. 37) πατώντας την εντολή define, το πρόγραμμα επιστρέφει στην αρχική μορφή, όπου καθορίσαμε τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του εδάφους, ώστε να ορίσουμε το φορτίο της θεμελίωσης (Distributed load) (Εικ. 38).

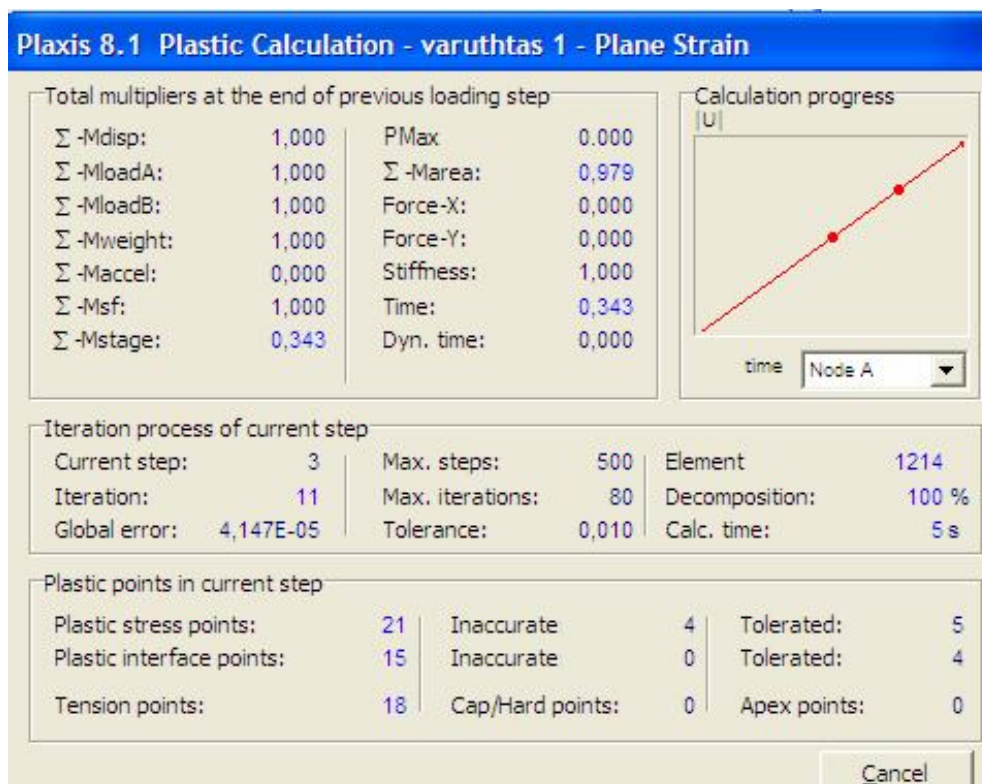


Εικ. 37 Παράμετροι φάσεων



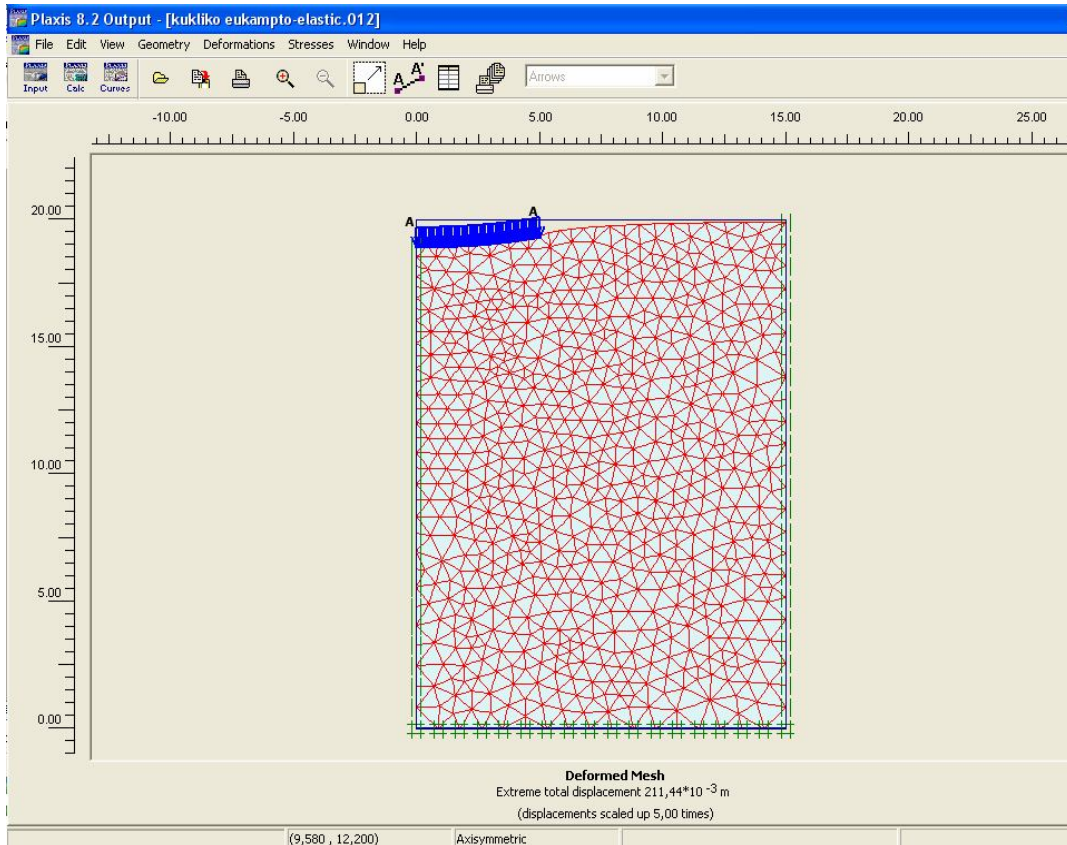
Εικ. 38 Καθορισμός φορτίου

Αφού ορίσουμε το φορτίο το πρόγραμμα επιστρέφει στο στάδιο του υπολογισμού. Πατώντας την εντολή υπολογισμού (calculate) αρχίζει η υπολογιστική διαδικασία όπως φαίνεται στην εικόνα (Εικ. 39), όπου μας δείχνει την πρόοδο των υπολογισμών.

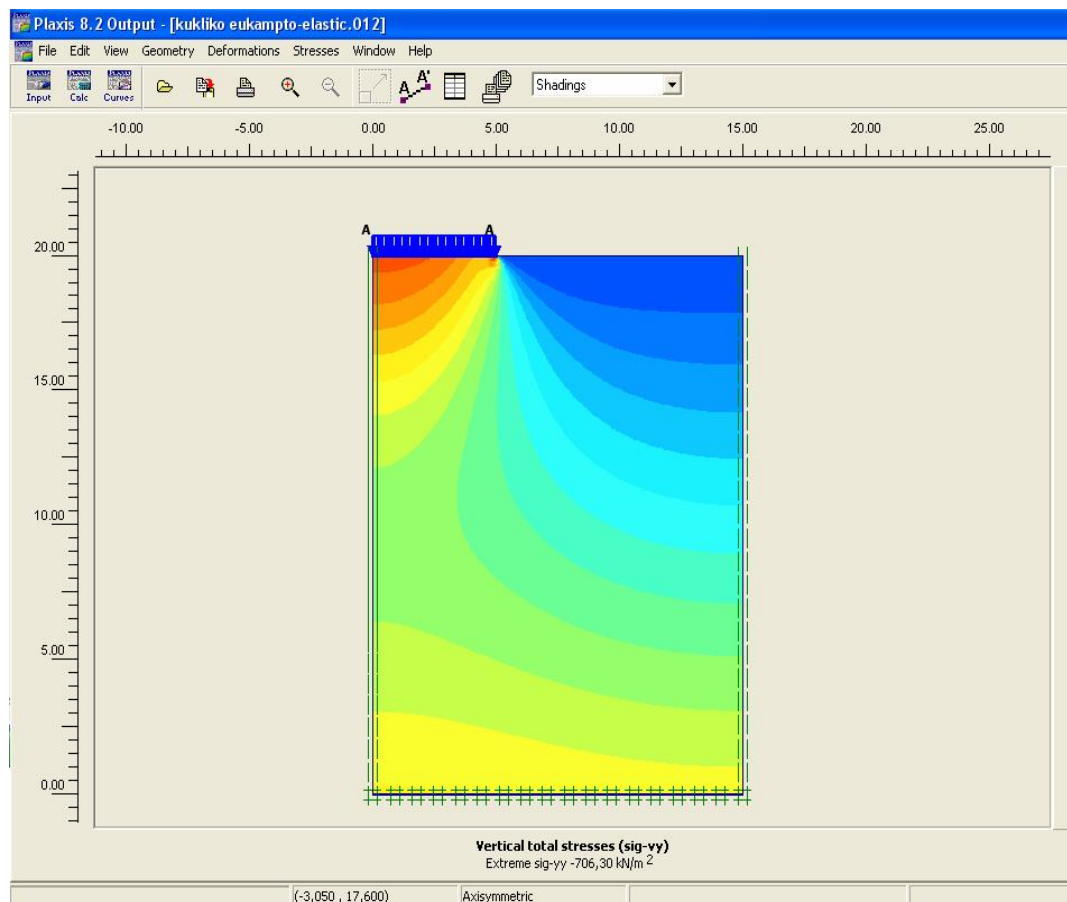


Εικ. 39 Παράθυρο υπολογιστικής διαδικασίας

Όταν τελειώσουν οι υπολογισμοί το πρόγραμμα έχει τη δυνατότητα να παρουσιάζει τα αποτελέσματα σε διαγράμματα και σε πίνακα, ώστε να μπορούν να αξιολογηθούν καλύτερα. Τα διαγράμματα παρουσιάζουν τις παραμορφώσεις στο έδαφος, τις τάσεις, τις τέμνουσες, τις ροπές κάμψεων, καθώς και τις μετακινήσεις που μπορεί να υποστεί η θεμελίωση και το έδαφος(Εικ. 40),(Εικ. 41).



Εικ. 40 Αποτελέσματα παραμορφωμένου εδάφους



Εικ. 41 Αποτελέσματα κατακόρυφων τάσεων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο – Αναλυτικές και Αριθμητικές

Εφαρμογές

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλύσουμε τους τρόπους υπολογισμού των εσωτερικών τάσεων του εδάφους που αναπτύσσονται λόγω των εξωτερικώς επιβεβλημένων φορτίων. Συγκεκριμένα θα αναφερθούμε στον υπολογισμό των αναπτυσσόμενων εσωτερικών τάσεων του εδάφους κάτω από μία κυκλική θεμελίωση. Ο υπολογισμός των εσωτερικών τάσεων θα γίνει με τη χρήση αναλυτικών μεθόδων, συνεπώς και αναλυτικών σχέσεων, και με τη χρήση αριθμητικών μεθόδων, όπου χρησιμοποιείται το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων Plaxis. Για τον υπολογισμό των εσωτερικών τάσεων στο αναλυτικό προσομοίωμα χρησιμοποιείται η θεωρία της γραμμικής ελαστικότητας και οι αναλυτικοί τύποι που αναφέρονται στο κεφάλαιό 2, ενώ στο αριθμητικό προσομοίωμα χρησιμοποιείται το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων Plaxis, όπου υπάρχει η δυνατότητα να γίνει η επίλυση με τη θεωρία της γραμμικής ελαστικότητας και το κριτήριο αστοχίας Mohr – Coulomb. Τέλος, στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στα αποτελέσματα των δύο μεθόδων, τα οποία σχολιάζονται σε κάθε περίπτωση και επιπλέον θα δούμε συγκριτικά διαγράμματα των αποτελεσμάτων.

Δεδομένα Υπολογισμών

Στις εφαρμογές που επιλύονται παρακάτω στην αναλυτική και στην αριθμητική μέθοδο χρησιμοποιήθηκαν τρία είδη εδαφών (άμμος 1, άμμος 2, άργιλος 1). Επιπλέον το είδος της θεμελίωσης είναι κυκλική και εύκαμπτη. Οι διαστάσεις της θεμελίωσης είναι 10,00 m διάμετρος και οι διαστάσεις του εδάφους είναι 20,00 m βάθος και 15,00 m πλάτος. Χρησιμοποιήσαμε τρεις στάθμες υδροφόρου ορίζοντα +0,00 m , -10,00 m, -20,00 m. Επίσης ο υπολογισμός των πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων γίνεται κάτω από το κέντρο της θεμελίωσης και σε τέσσερα κατακόρυφα σημεία του βάθους z του εδάφους (-5,00 m, -10,00 m, -15,00 m, -20,00 m).

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ	ΣΥΜΒΟΛΑ	ΑΜΜΟΣ 1 Στραγγιζόμενες συνθήκες	ΑΜΜΟΣ 2 Στραγγιζόμενες συνθήκες	ΑΡΓΙΛΟΣ 1 Στραγγιζόμενες συνθήκες
Κορεσμένο φαινόμενο βάρος (KN/m^3)	γ_{unsat}	18,00	19,00	19,00
Υγρό φαινόμενο βάρος (KN/m^3)	γ_{sat}	20,00	22,00	21,00
Διαπερατότητα στο οριζόντιο επίπεδο (m/day)	k_x	1,00	1,00	0,01
Διαπερατότητα στο κατακόρυφο επίπεδο (m/day)	k_y	1,00	1,00	0,01
Μέτρο ελαστικότητας (KN/m^2)	E_{ref}	20.000,00	15.000,00	11.000,00
Λόγος Poisson	ν	0,30	0,30	0,35
Συνοχή (KN/m^2)	c_{ref}	1,00	1,00	10,00
Γωνία εσωτερικής τριβής ($^\circ$)	ϕ	30,00	25,00	22,00
Γωνία διασταλτικότητας ($^\circ$)	ψ	2,00	0,00	0,00
Συντελεστής μείωσης της αντοχής στη διεπιφάνεια	R_{inter}	0,67	0,67	0,67

Πιν. 2 Παράμετροι εδαφών

Κορεσμένο φαινόμενο βάρος (γ_{unsat})

Κορεσμένο φαινόμενο βάρος είναι ο λόγος του βάρους του εδάφους που είναι πλήρως κορεσμένο (δηλαδή όλα τα κενά των πόρων είναι κορεσμένα από

νερό όπως για παράδειγμα κάτω από τον υδροφόρο ορίζοντα) προς τον αντίστοιχο όγκο.

Υγρό φαινόμενο βάρος (γ_{sat})

Υγρό φαινόμενο βάρος είναι ο λόγος του βάρους του εδάφους όπου περιέχει τη φυσική υγρασία (για παράδειγμα το στρώμα ενός εδάφους που βρίσκεται πάνω από τον υδροφόρο ορίζοντα) προς τον αντίστοιχο όγκο.

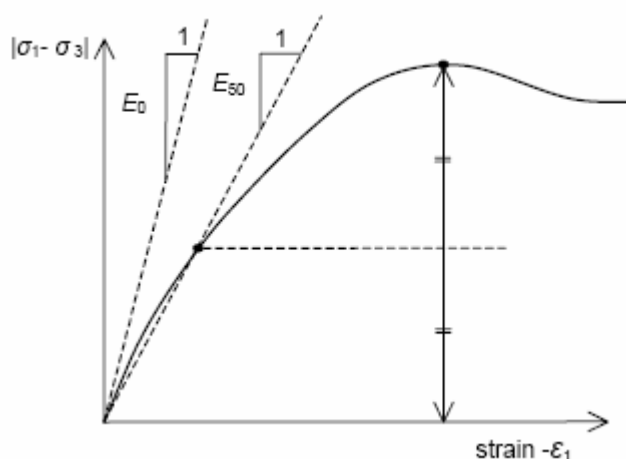
Διαπερατότητα (k)

Με τον όρο διαπερατότητα εννοούμε την ιδιότητα ενός εδάφους να επιτρέπει με μικρότερη ή μεγαλύτερη ευκολία τη διακίνηση του νερού μέσα από τα κενά μεταξύ των κόκκων. Η διαπερατότητα επηρεάζει αποφασιστικά τις δαπάνες και τη εκτέλεσης διαφόρων κατασκευαστικών έργων, ενώ σε άλλες περιπτώσεις επεμβαίνει και καθορίζει το ρυθμό εκτέλεσης τους. Η ροή του νερού μέσα στο έδαφος διερευνήθηκε για πρώτη φορά από τον Darcy, ο οποίος διατύπωσε το βασικότερο νόμο, που είναι γνωστός σαν νόμος του Darcy. Ο συντελεστής διαπερατότητας (k) εκφράζει την ταχύτητα με την οποία ρέει το νερό μέσα στο έδαφος και έχει μονάδες ταχύτητας. Τα λεπτόκοκκα εδάφη έχουν μικρό k (π.χ. για μία άργιλο ο k μπορεί να είναι 10^{-9} cm/sec), ενώ τα χονδρόκοκκα έχουν σχετικά μεγάλο k (π.χ. για μία άμμο ο k μπορεί να είναι 1 cm/sec).

Μέτρο ελαστικότητας (E)

Στην αριθμητική μέθοδο με το Plaxis χρησιμοποιείται ο συντελεστής Young ως ο βασικός συντελεστής δυσκαμψίας στο ελαστικό προσομοίωμα και στο προσομοίωμα Mohr – Coulomb. Οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας που υιοθετούνται σε έναν υπολογισμό απαιτούν ιδιαίτερη προσοχή δεδομένου ότι πολλά εδάφη παρουσιάζουν μη γραμμική συμπεριφορά από την αρχή της επιφόρτισης τους. Στους εδαφικούς μηχανισμούς η αρχική κλίση συνήθως υποδεικνύεται ως E_0 ενώ E_{50} είναι η κλίση όταν η τάση είναι στο 50%, όπως

φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Για τα εδάφη τα οποία συμπεριφέρονται γραμμικά και ελαστικά είναι προτιμότερο να χρησιμοποιείται το E_0 αλλά γενικά για την επιφόρτιση εδαφών χρησιμοποιείται το E_{50} .



Εικ. 42 Καθορισμός των E_0 και E_{50} [5]

Τα βαθύτερα εδαφικά στρώματα συνήθως έχουν μεγαλύτερη δυσκαμψία από τις ανώτερες εδαφικές στρώσεις. Επιπλέον η δυσκαμψία εξαρτάται από τη διαδρομή των τάσεων που ακολουθείται. Η δυσκαμψία είναι πολύ μεγαλύτερη για την περίπτωση όπου έχουμε αποφόρτιση και επαναφόρτιση του εδάφους από ότι έχουμε στην περίπτωση της κανονικής επιβολής φορτίου. Ωστόσο όταν χρησιμοποιούμε ένα σταθερό μέτρο ελαστικότητας, πρέπει να επιλεγεί μία τιμή όπου να είναι σύμφωνη με το επίπεδο τάσεων και τη διαδρομή των αναπτυσσόμενων τάσεων.

Λόγος Poisson (ν)

Οι στραγγιζόμενες τριαξονικές δοκιμές μπορούν να δώσουν ένα σημαντικό ποσοστό της μείωσης του όγκου από την αρχή της αξονικής φόρτισης και κατά συνέπεια μία χαμηλή αρχική τιμή του λόγου Poisson. Για ορισμένες περιπτώσεις όπως ειδικότερα προβλήματα αποφόρτισης είναι πιο ρεαλιστικό να χρησιμοποιείται μία τέτοια χαμηλή αρχική τιμή, αλλά γενικά όταν χρησιμοποιούμε το προσομοίωμα Mohr – Coulomb είναι προτιμότερο να χρησιμοποιούμε μεγαλύτερες τιμές για το λόγο Poisson. Η επιλογή του λόγου

Poisson είναι ιδιαίτερα απλή όταν το προσομοίωμα της ελαστικότητας ή το προσομοίωμα Mohr – Coulomb χρησιμοποιείται για φορτίο βαρύτητας. Για αυτό το είδος φόρτισης το Plaxis πρέπει να ένα ρεαλιστικό λόγο του $K_0 = \frac{\sigma_h}{\sigma_v}$.

Δεδομένου ότι και τα δύο προσομοιώματα θα δώσουν τη γνωστή σχέση $\frac{\sigma_h}{\sigma_v} = \frac{\nu}{(1-\nu)}$ για τη μονοδιάστατη συμπίεση είναι εύκολο να επιλεγεί ο λόγος

Poisson ο οποίος δίνει μία ρεαλιστική τιμή για το K_0 . Ως εκ τούτου, το ν αξιολογείται το προσδιορισμό του K_0 . Σε πολλές περιπτώσεις το ν λαμβάνει τιμές μεταξύ 0,30 και 0,40. Γενικά τέτοιες τιμές μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν για άλλες συνθήκες φόρτισης εκτός από τη μονοδιάστατη συμπίεση. Για συνθήκες αποφόρτισης είναι πιο κοινό να χρησιμοποιούνται τιμές μεταξύ 0,15 και 0,25.

Αστράγγιστη διατμητική αντοχή (c_u)

Αυτή η παράμετρος προσδιορίζεται για μία άργιλο στην επιτόπου κατάσταση της, με την εξασφάλιση ότι δεν υπάρχουν μεταβολές στο ποσοστό υγρασίας, επειδή η (c_u) εξαρτάται αποκλειστικά από το ποσοστό υγρασίας. Η αστράγγιστη δοκιμή χωρίς στερεοποίηση παρέχει ένα καλό μέτρο της επιτόπου διατμητικής αντοχής και είναι κατάλληλη για μεθόδους ανάλυσης όπου ο ρυθμός φόρτισης είναι αρκετά γρήγορος ώστε να μην επιτρέπει την εκτόνωση της πίεσης του νερού πόρων, όπως για τη φέρουσα ικανότητα θεμελίων και πασσάλων και την ευστάθεια ορυγμάτων.

Συνοχή (c)

Είναι η «συγκόλληση» των κόκκων λόγω ηλεκτροχημικών ή άλλων δυνάμεων και είναι σημαντικός παράγοντας που συντελεί στην παραμόρφωση των εδαφών. Η τιμή της πρέπει να καθορίζεται εργαστηριακά. Ορισμένα βιβλία παρέχουν πίνακες με τις συνηθισμένες τιμές. Όμως, επειδή η συνοχή εξαρτάται από το βαθμό διατάραξης, τον τροχό δοκιμής, το είδος του εδάφους και από άλλους παράγοντες, η τιμή της πρέπει να καθορίζεται με εργαστηριακές δοκιμές. Η συνοχή έχει τις μονάδες μέτρησης της τάσης. Το

Plaxis μπορεί να χειριστεί τις ψαθυρές άμμους ($c = 0$) , αλλά μερικές επιλογές δεν θα αποδώσουν σωστά, έτσι για να αποφευχθούν οι περιπλοκές συνήθως εισάγεται μία μικρή τιμή στη συνοχή ($c > 0.2 \text{KN/m}^2$).

Γωνία εσωτερικής τριβής (φ)

Ορίζεται η γωνία διατμητικής αντοχής του εδάφους. Εξαρτάται από την πυκνότητα, το είδος του υλικού και την παρουσία του νερού. Το νερό τείνει να μειώσει τη γωνία εσωτερικής τριβής στο υγρό έδαφος. Αν το έδαφος υποστεί αρκετή πίεση πόρων συμπεριφέρεται σαν να έχει γη ή να μην έχει καθόλου γωνία εσωτερικής τριβής (η αντοχή σε διάτμηση τείνει στο μηδέν). Η γωνία εσωτερικής τριβής (φ) μετριέται σε μοίρες. Οι υψηλές τιμές της γωνίας εσωτερικής τριβής, όπως λαμβάνονται μερικές φορές για τις πυκνές άμμους, θα αυξήσουν την πλαστική υπολογιστική προσπάθεια. Ο χρόνος υπολογισμού αυξάνεται λίγο πολύ εκθετικά με τη γωνία εσωτερικής τριβής. Ωστόσο οι υψηλές γωνίες εσωτερικής τριβής πρέπει να αποφευχθούν κατά την εκτέλεση των προκαταρκτικών υπολογισμών για μία ιδιαίτερη μελέτη. Η γωνία εσωτερικής τριβής καθορίζει κατά ένα μεγάλο μέρος τη διατμητική αντοχή με τη βοήθεια του κύκλου του Mohr.

Γωνία διασταλτικότητας (ψ)

Η γωνία διασταλτικότητας μετριέται σε μοίρες. Εκτός από τα υπερστερεοποιημένα στρώματα, τα αργιλικά εδάφη τείνουν να παρουσιάζουν πολύ μικρή γωνία διασταλτικότητας ($\psi \approx 0$). Η διασταλτικότητα της άμμου εξαρτάται από την πυκνότητα και την γωνία εσωτερικής τριβής. Για τις χαλαζιακές άμμους η γωνία διασταλτικότητας είναι $\psi \approx \varphi - 30^\circ$. Στις περισσότερες περιπτώσεις η γωνία διασταλτικότητας είναι μηδέν για τιμές $\varphi < 30^\circ$. Επίσης η (ψ) έχει αρνητική τιμή για τις εξαιρετικά χαλαρές άμμους. Μία θετική τιμή για τη γωνία διασταλτικότητας έχει ως αποτέλεσμα σε στραγγιζόμενες συνθήκες το έδαφος θα συνεχίσει να διογκώνεται όσο συμβαίνει διατμητική παραμόρφωση. Αυτό δεν είναι σαφώς κάτι που συμβαίνει στην πραγματικότητα, καθώς τα περισσότερα εδάφη θα φτάσουν

στην κρίσιμη κατάσταση σε κάποιο σημείο και η περαιτέρω διατμητική παραμόρφωση θα εμφανιστεί χωρίς μεταβολές όγκου. Σε αστράγγιστες συνθήκες, η θετική γωνία διασταλτικότητας, σε συνδυασμό με τον περιορισμό των μεταβολών του όγκου, οδηγεί στη δημιουργία εφελκυστικών πιέσεων πόρων. Σε μία ανάλυση της αστράγγιστης ενεργού τάσης η αντοχή του εδάφους μπορεί να υπερεκτιμηθεί.

Συντελεστής μείωσης αντοχής στη διεπιφάνεια (R_{inter})

Ο συντελεστής μείωσης αντοχής καθορίζει το βαθμό αλληλεπίδρασης του εδάφους – κατασκευής. Σε τέτοιες περιπτώσεις συνήθως χρησιμοποιούνται στοιχεία διεπιφάνειας μεταξύ του εδάφους και της κατασκευής που μπορούν να προσομοιώσουν αυτήν την αλληλεπίδραση και να παρέχουν πληροφορίες σχετικά με τη συμπεριφορά της διεπιφάνειας. Έτσι ο συντελεστής μείωσης αντοχής συσχετίζει την αντοχή του εδάφους (γωνία τριβής και συνοχή) με την αντοχή της διεπιφάνειας θεμελίου-εδάφους (γωνία τριβής διεπιφάνειας και συνάφεια).

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ	ΣΥΜΒΟΛΑ	ΤΙΜΕΣ
ΑΞΟΝΙΚΗ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑ (KN/m)	EA	$5 \cdot 10^6$
ΚΑΜΠΤΙΚΗ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑ ($\text{KN} \cdot \text{m}^2/\text{m}$)	EI	8.500
ΠΑΧΟΣ (m)	d	0,143

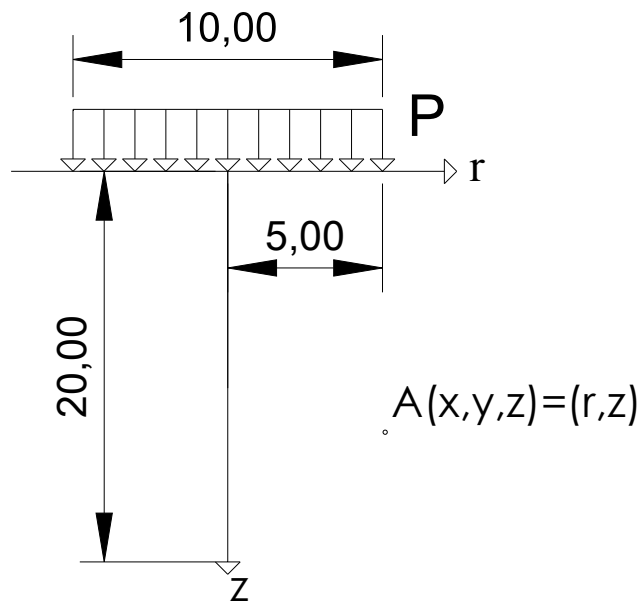
Πιν. 3 Παράμετροι θεμελίωσης

Αναλυτικό Προσομοίωμα

Για το αναλυτικό προσομοίωμα χρησιμοποιούμε τους τύπους της θεωρίας της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας που αναφέραμε παραπάνω.

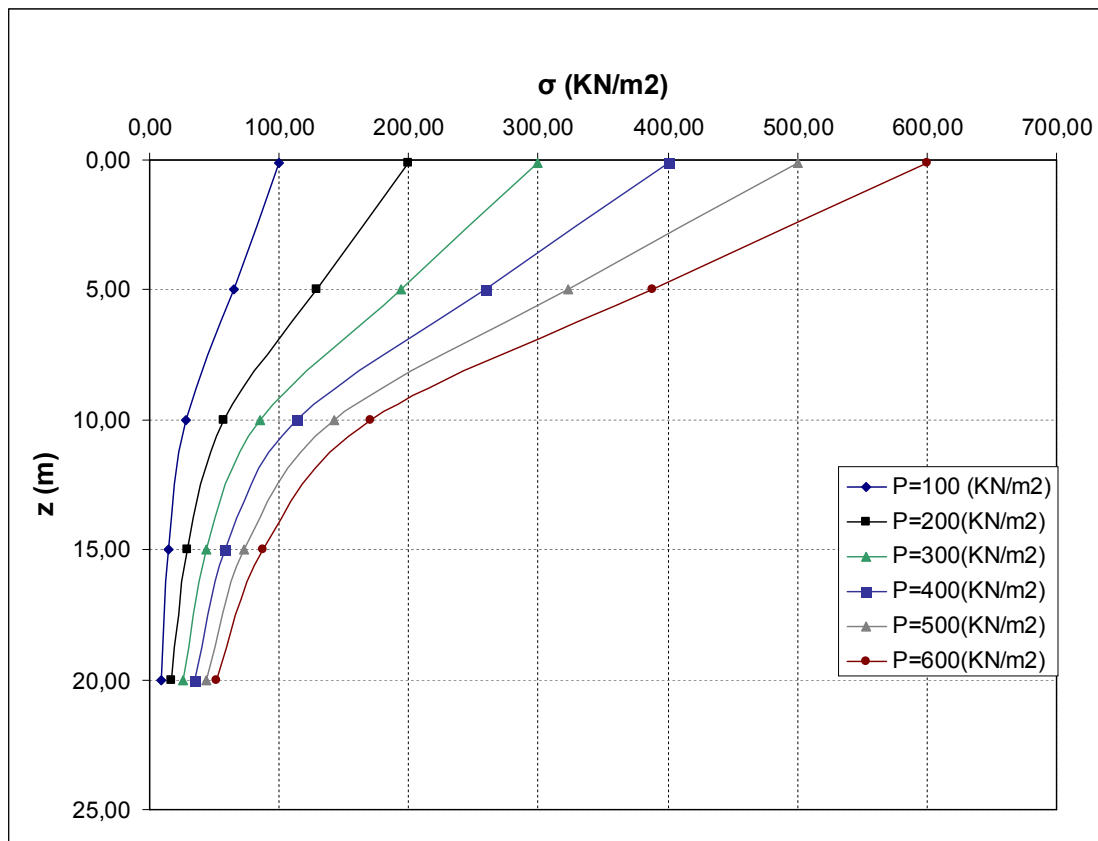
Συγκεκριμένα χρησιμοποιούμε τον τύπο (2.51):

$$\sigma_{zz} = p \left\{ 1 - \left[1 + \left(\frac{R}{z} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \right\}$$



Εικ. 43 Κυκλική θεμελίωση αναλυτικού προσομοιώματος

Όπου P το φορτίο που επιβάλλεται στο έδαφος, R η ακτίνα της κυκλικής θεμελίωσης και z το βάθος. Στην περίπτωση αυτή η κατάσταση είναι αξονοσυμμετρική και έχει εφαρμογές σε εύκαμπτα θεμέλια κυκλικής κάτοψης. Είναι φανερό ότι η κατακόρυφη τάση είναι ανεξάρτητη των ελαστικών σταθερών του εδάφους και τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα. Επιπλέον η κατακόρυφη τάση δεν εξαρτάται από το είδος του εδάφους. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της πρόσθετης κατακόρυφης τάσης κατά μήκος του άξονα z (δηλαδή $r=0$) με τη χρήση της αναλυτικής μεθόδου ανάλογα με το φορτίο P .



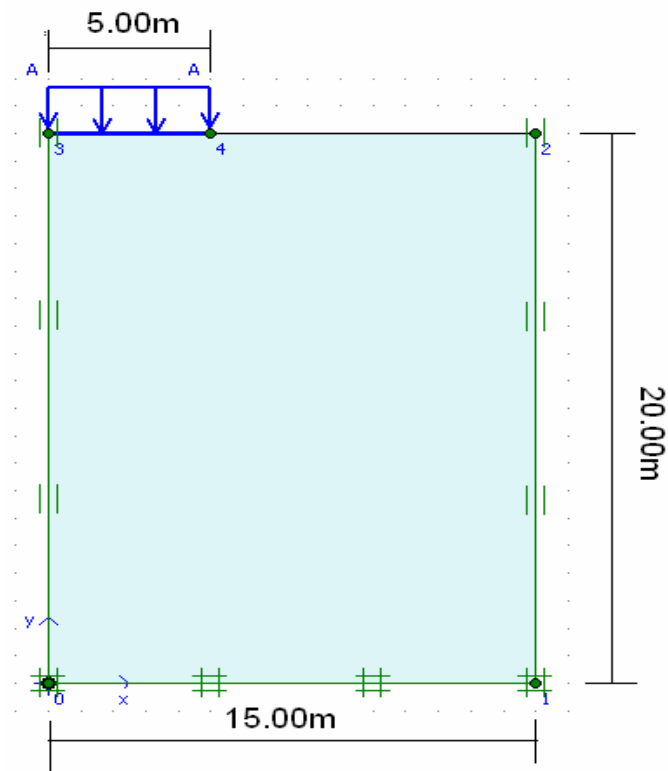
Εικ. 44 Διάγραμμα κατακόρυφων πρόσθετων τάσεων αναλυτικού προσομοιώματος

Παρατηρήσεις

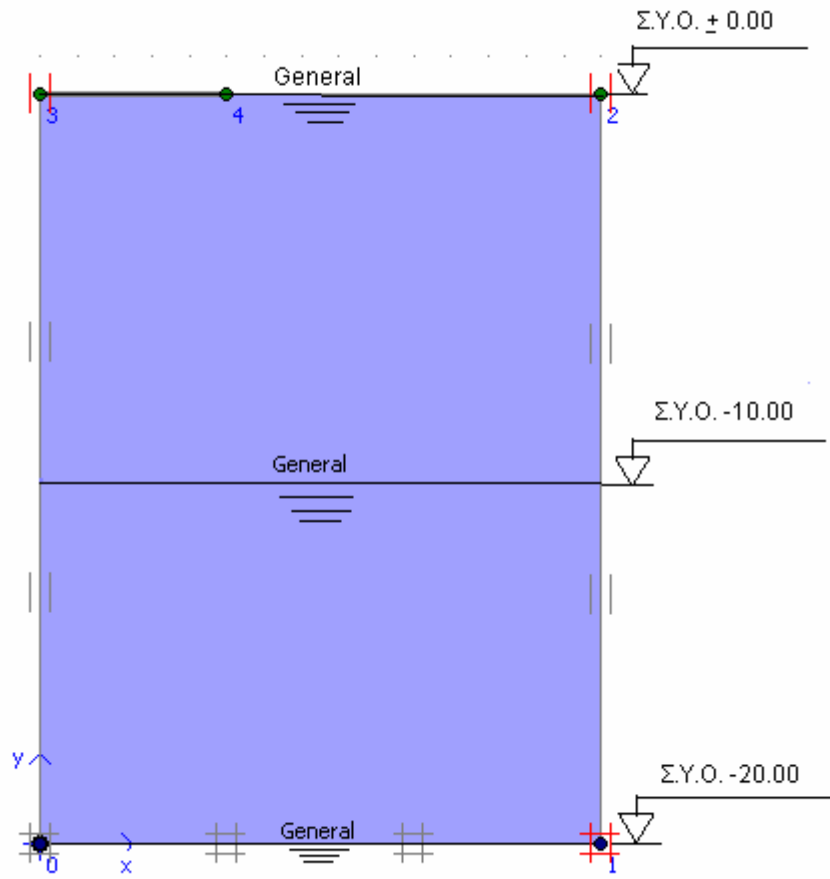
1. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα των πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων παρατηρούμε από το παραπάνω διάγραμμα ότι η κατακόρυφη τάση φθίνει ανάλογα με το βάθος του εδάφους.
2. Επίσης όσο αυξάνεται η τιμή του φορτίου P, δηλαδή η πίεση που ασκείται στο έδαφος, αναπτύσσονται μεγαλύτερες τάσεις στο εσωτερικό του εδάφους.

Αριθμητικό Προσομοίωμα

Ο υπολογισμός των κατακόρυφων τάσεων με τη χρήση της αριθμητικής μεθόδου γίνεται με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων PLAXIS®.



Εικ. 45 Κυκλική εύκαμπτη θεμελίωση αριθμητικού προσομοιώματος

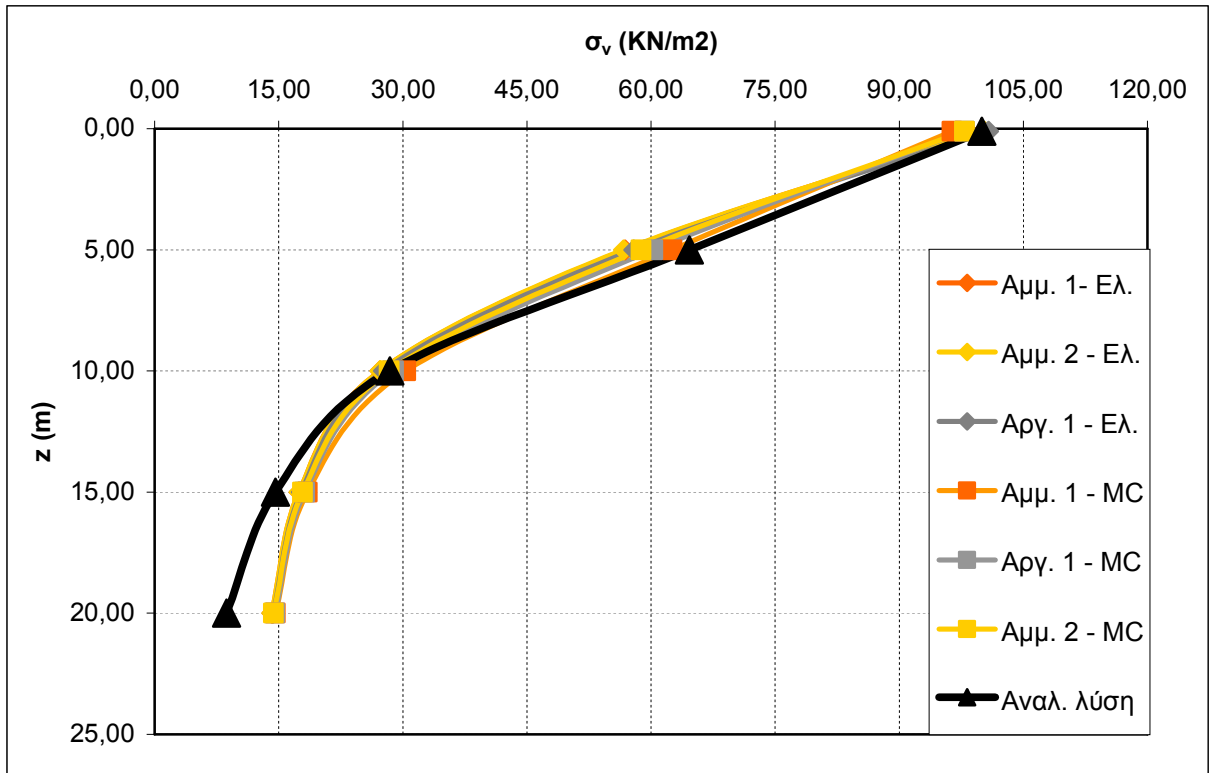


Εικ. 46 Στάθμες Υδροφόρου Ορίζοντα αριθμητικού προσομοιώματος

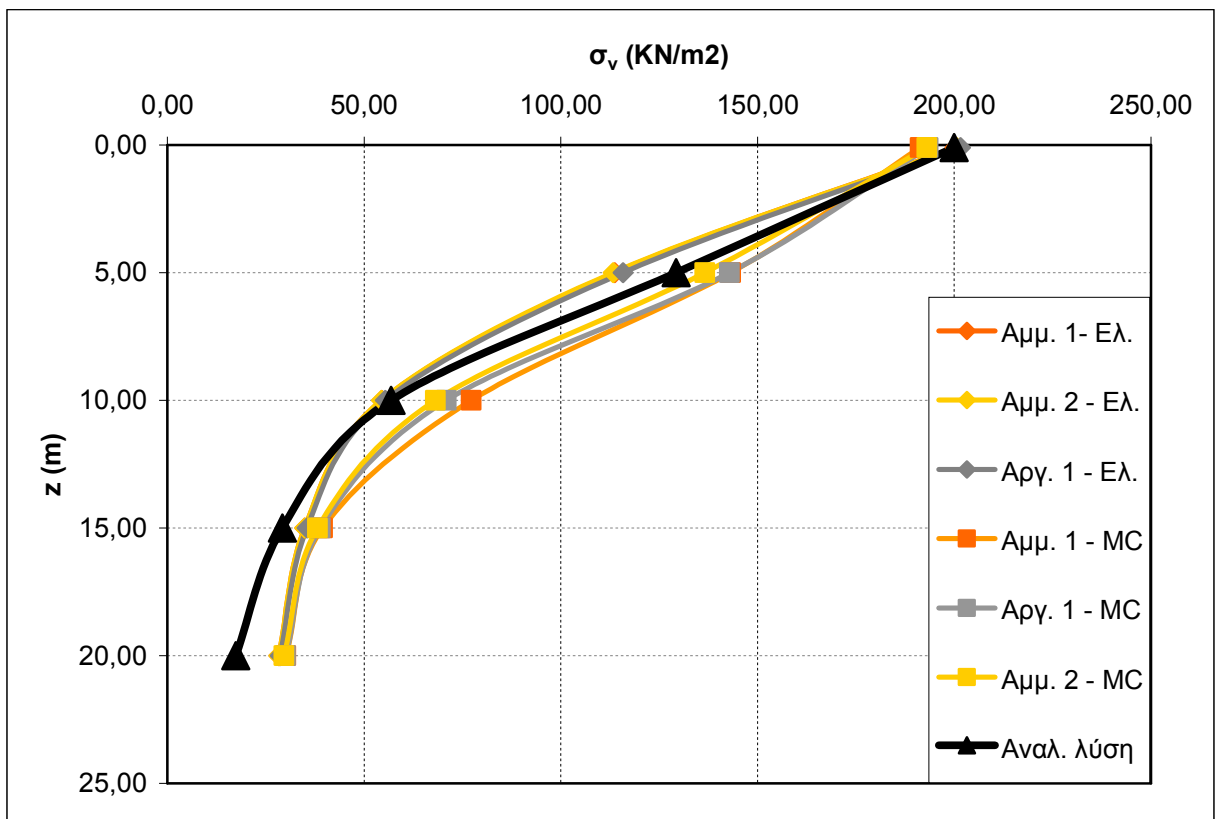
Στο αριθμητικό προσομοίωμα χρησιμοποιήθηκαν δύο τύποι θεωριών για τον υπολογισμό των πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων, της ελαστικότητας (Linear Elastic model) και το κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb. Επιπλέον επειδή όπως και στο αναλυτικό προσομοίωμα η κατάσταση είναι αξονοσυμμετρική, το φορτίο της θεμελίωσης σχεδιάστηκε 5,00 m. Όπως αναφέραμε παραπάνω ο τύπος της γραμμικής ελαστικότητας έχει εφαρμογές για εύκαμπτα θεμέλια, έτσι δημιουργήσαμε μία εύκαμπτη πλάκα έδρασης του φορτίου ώστε να προσομοιωθεί η εύκαμπτη θεμελίωση. Οι τάσεις υπολογίζονται κατά μήκος του άξονα y, δηλαδή κάτω από το κέντρο της κυκλικής θεμελίωσης, όπως φαίνεται στην εικόνα (Εικ. 45). Επίσης το PLAXIS[®] δεν υπολογίζει τις πρόσθετες κατακόρυφες τάσεις αλλά τις ολικές κατακόρυφες τάσεις, για το λόγο αυτό αφαιρούμε τις αρχικές τάσεις του εδάφους, πριν την επιβολή του φορτίου, από τις συνολικές τάσεις.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα με τα αποτελέσματα των πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων της αριθμητικής μεθόδου για μία εύκαμπτη θεμελίωση, ανάλογα με το φορτίο θεμελίωσης P και τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα.

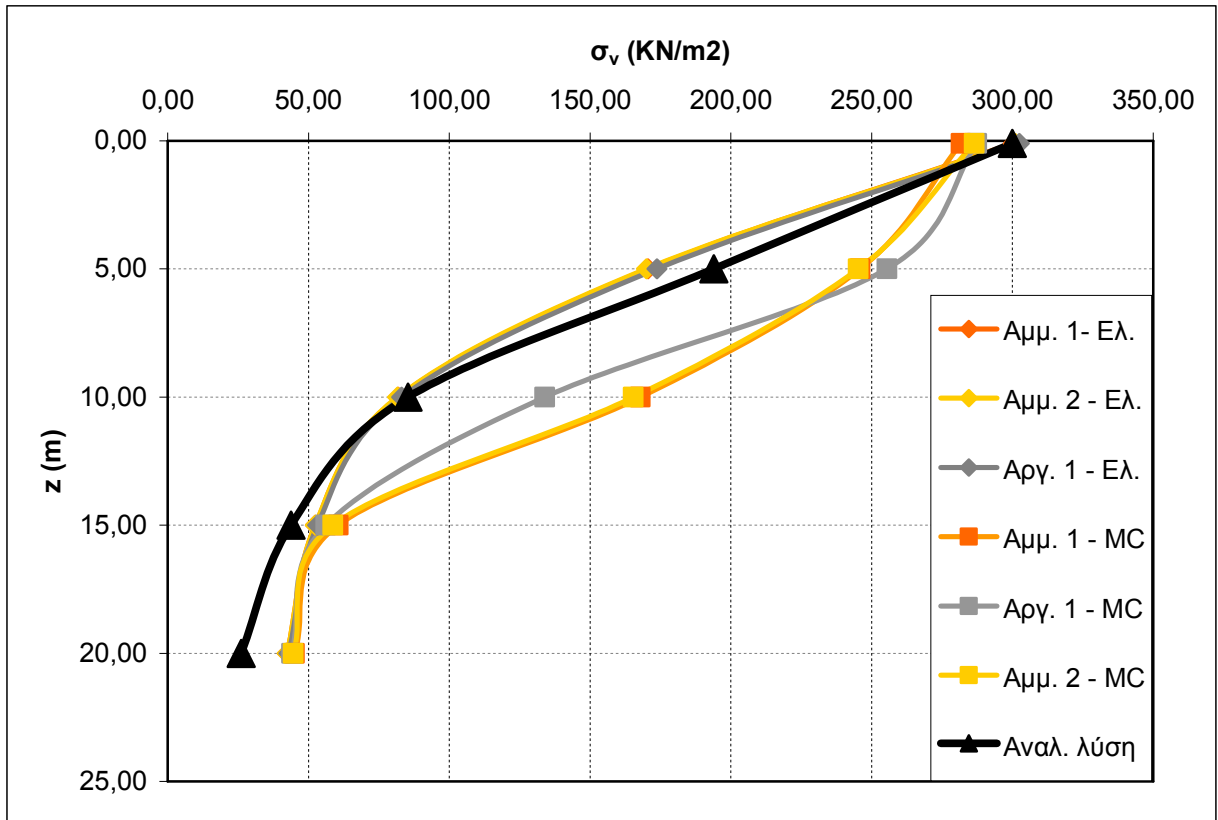
Διαγράμματα αποτελεσμάτων πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων με Σ.Υ.Ο. -20,00 m :



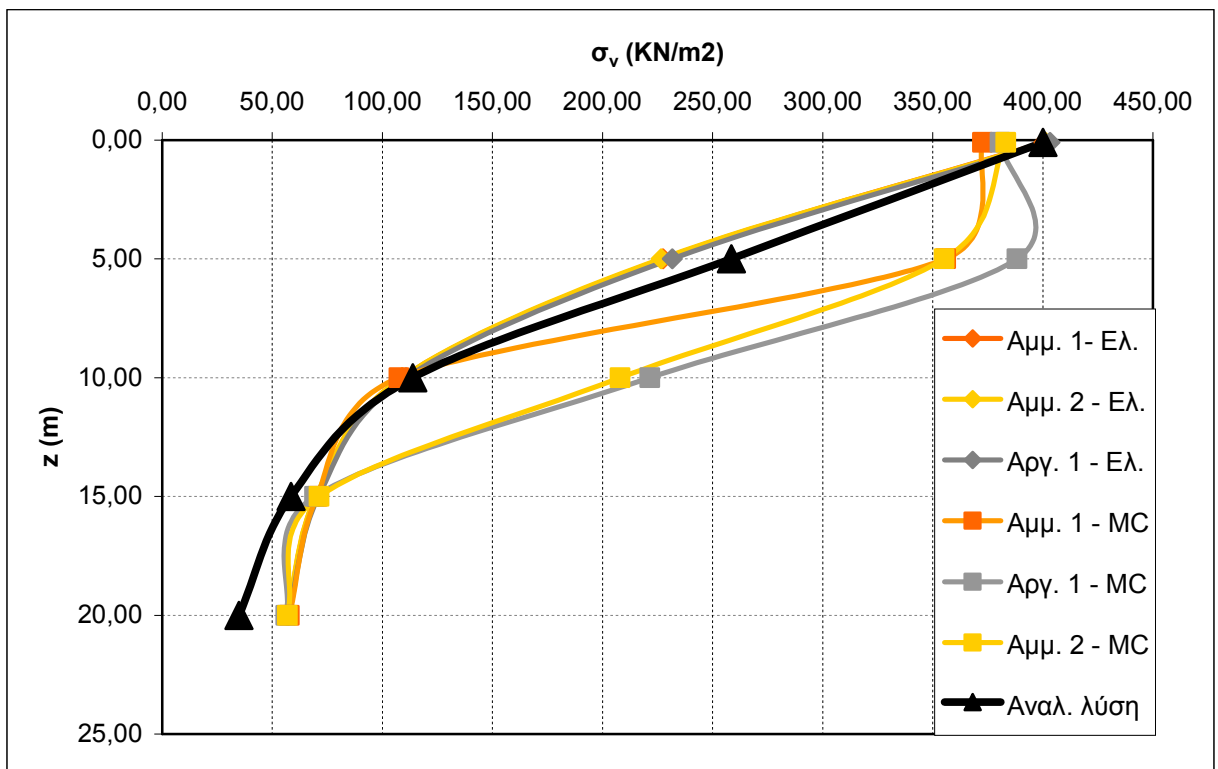
Εικ. 47 Διάγραμμα αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος με φορτίο $P = 100 \text{ KN/m}^2$ και $\Sigma. \Upsilon. \text{O.} = -20,00 \text{ m}$



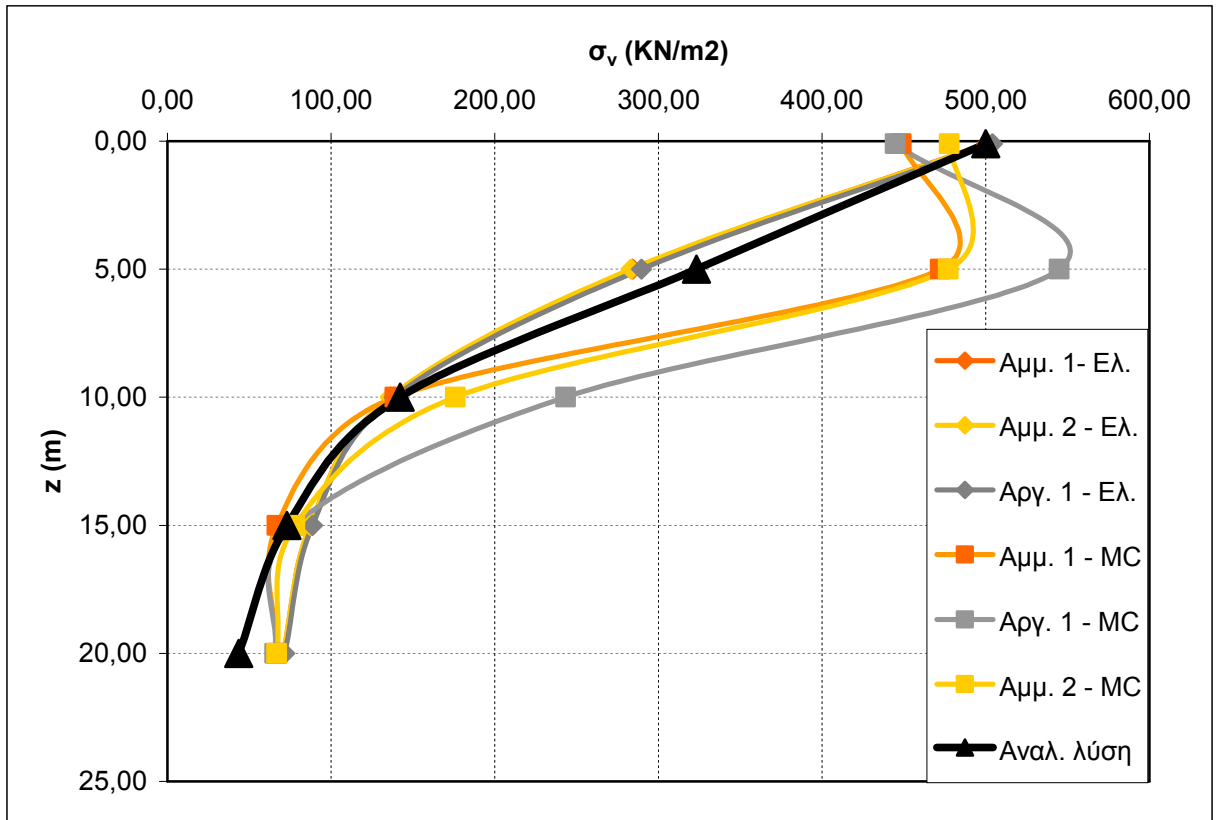
Εικ. 48 Διάγραμμα αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος με φορτίο $P = 200 \text{ KN/m}^2$ και $\Sigma. \Upsilon. \text{O.} = -20,00 \text{ m}$



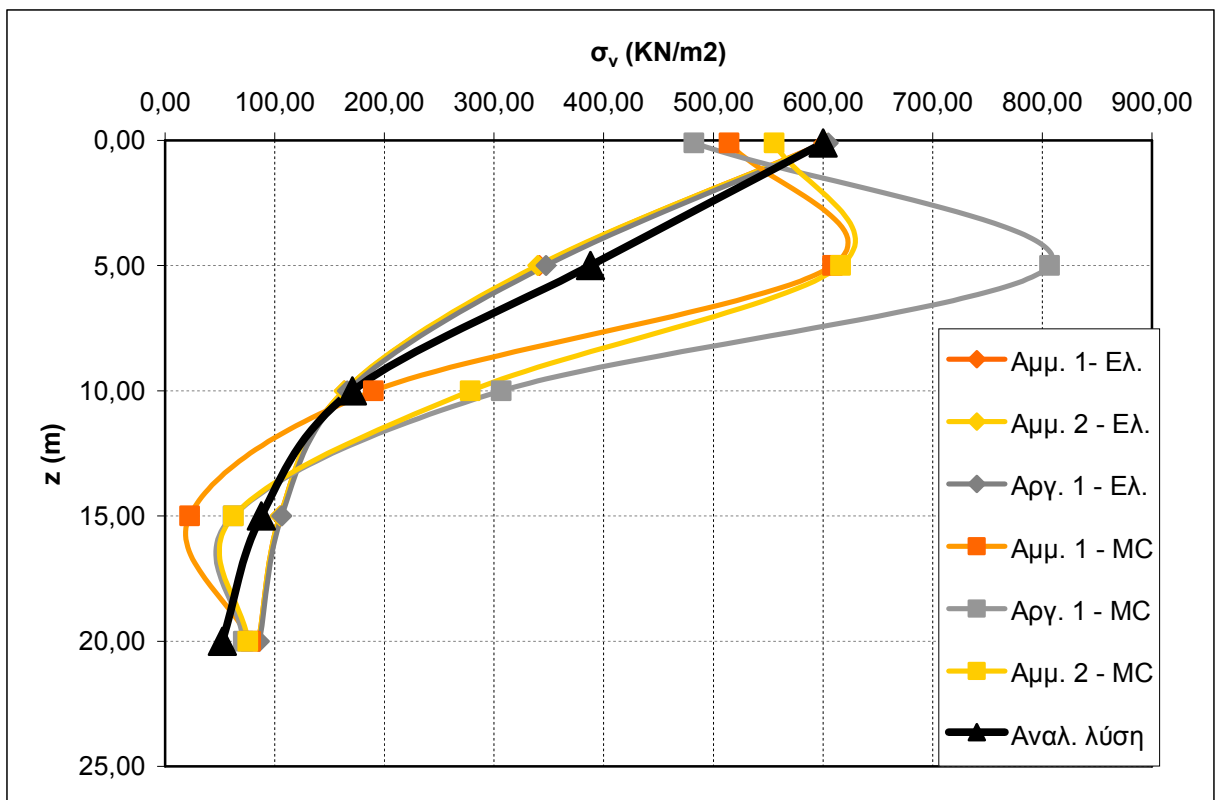
Εικ. 49 Διάγραμμα αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος με φορτίο $P = 300 \text{ KN/m}^2$ και $\Sigma.Υ.Ο. -20,00 \text{ m}$



Εικ. 50 Διάγραμμα αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος με φορτίο $P = 400 \text{ KN/m}^2$ και $\Sigma.Υ.Ο. -20,00 \text{ m}$



Εικ. 51 Διάγραμμα αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος με φορτίο $P = 500 \text{ KN/m}^2$ και Σ.Υ.Ο. $-20,00 \text{ m}$



Εικ. 52 Διάγραμμα αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος με φορτίο $P = 600 \text{ KN/m}^2$ και Σ.Υ.Ο. $-20,00 \text{ m}$

Παρατηρήσεις-Συμπεράσματα

1. Στα υπόλοιπα εδάφη με βάση τη θεωρία της ελαστικότητας διακρίνουμε πολύ μικρές ποσοτικές διαφορές μεταξύ των αποτελεσμάτων των τάσεων, οι οποίες οφείλονται στις διαφορές που έχουν οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας (E) και του λόγου Poisson (ν), διότι η θεωρία της ελαστικότητας εξαρτάται από αυτές τις δύο εδαφικές παραμέτρους. Έτσι από τα διαγράμματα παραπάνω παρατηρούμε ότι οι καμπύλες των τάσεων μεταξύ των εδαφών άμμο 1, άμμο 2 και άργιλο 1 για την γραμμική ελαστικότητα είναι σχεδόν ίδια με μικρές ποσοτικές διαφορές. Επιπλέον από τα διαγράμματα παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα της ελαστικότητας της αριθμητικής μεθόδου είναι σχετικά όμοια με τα αποτελέσματα της αναλυτικής μεθόδου.

2. Στα εδάφη με βάση τη θεωρία Mohr-Coulomb διακρίνουμε μικρές ποσοτικές διαφορές μεταξύ των αποτελεσμάτων των τάσεων για φορτίο P από 100KN/m^2 έως 300KN/m^2 , ενώ για φορτίο P από 400KN/m^2 έως 600KN/m^2 οι διαφορές στις πρόσθετες κατακόρυφες τάσεις είναι αρκετά μεγαλύτερες. Συνεπώς για τα εδάφη άμμο 1, άμμο 2 και άργιλο 1 οι καμπύλες των τάσεων στα διαγράμματα παραπάνω είναι πολύ κοντά μεταξύ τους για τα μικρότερα φορτία P, ενώ για τα μεγαλύτερα φορτία οι καμπύλες των τάσεων διαφέρουν αρκετά μεταξύ τους. Αυτές οι διαφορές οφείλονται στις διαφορές που έχουν οι εδαφικές παράμετροι, δηλαδή οι τιμές της συνοχής (c) και της γωνίας εσωτερικής τριβής (φ), το μέτρο ελαστικότητας (E) και ο λόγος Poisson (ν).

3. Οι διαφορές που αξίζουν να σημειωθούν είναι στα μεγαλύτερα φορτία θεμελίωσης, όπου διακρίνουμε τη μεγαλύτερη τάση $\sigma = 806,65 \text{KN/m}^2$ στην άργιλο 1 στα 5,00 m κάτω από τη θεμελίωση για φορτίο $P = 600 \text{KN/m}^2$. Αυτό συμβαίνει επειδή έχει αστοχήσει το έδαφος γύρω από αυτή τη περιοχή. Από το χρονικό σημείο που συμβαίνει η αστοχία και μετά η συμπεριφορά του εδάφους δεν μπορεί να περιγραφεί ικανοποιητικά από το προσομοίωμα Mohr-Coulomb και ειδικότερα στο συγκεκριμένο σημείο αφού δεν είναι δυνατόν να

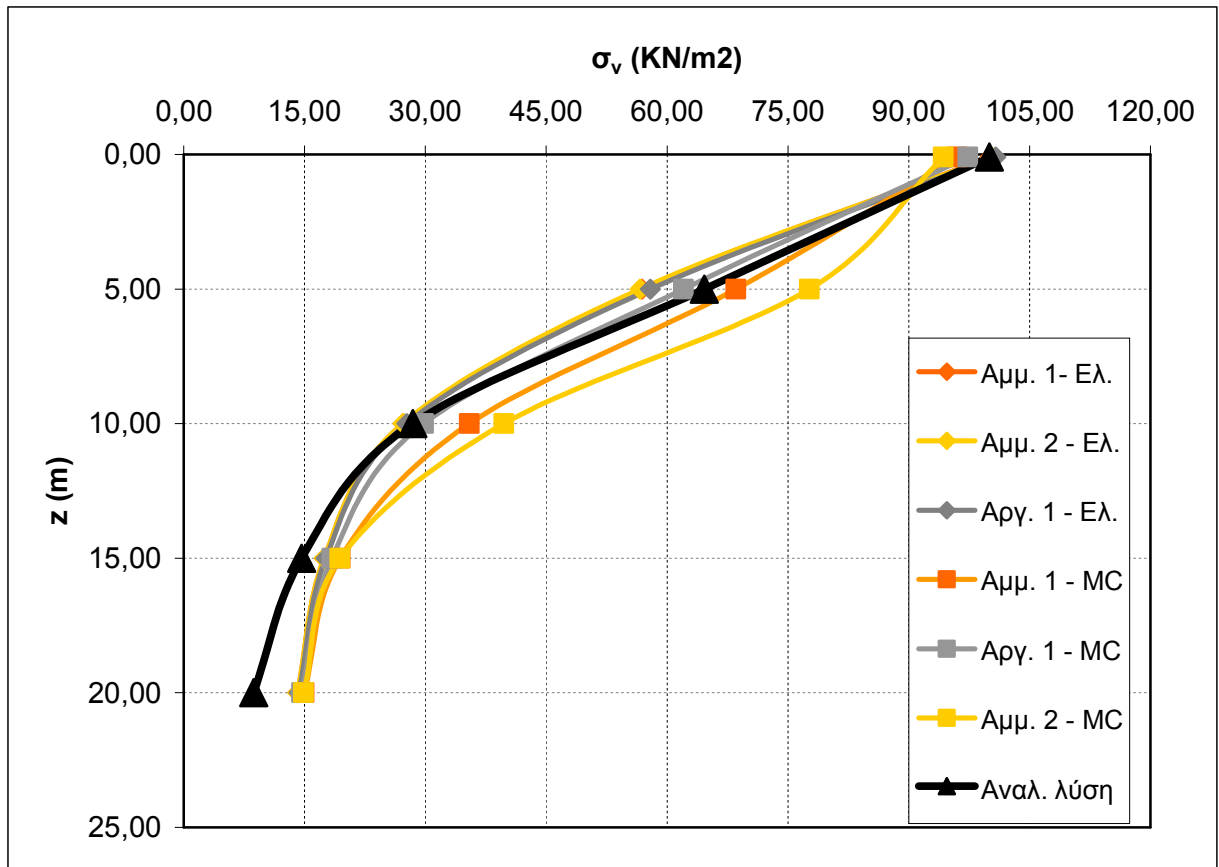
εμφανίζονται τόσο μεγάλες τάσεις που να ξεπερνούν την επιφόρτιση που επιβάλλουμε στο έδαφος.

4. Επιπλέον πρέπει να αναφέρουμε ότι οι καμπύλες των τάσεων των εδαφών που προσομοιώνονται με τη θεωρία Mohr – Coulomb απέχουν πολύ από την καμπύλη της αναλυτικής μεθόδου και ειδικότερα όσο αυξάνεται το φορτίο επιβολής δηλαδή στις περιπτώσεις που είμαστε κοντά σε αστοχία του εδάφους.

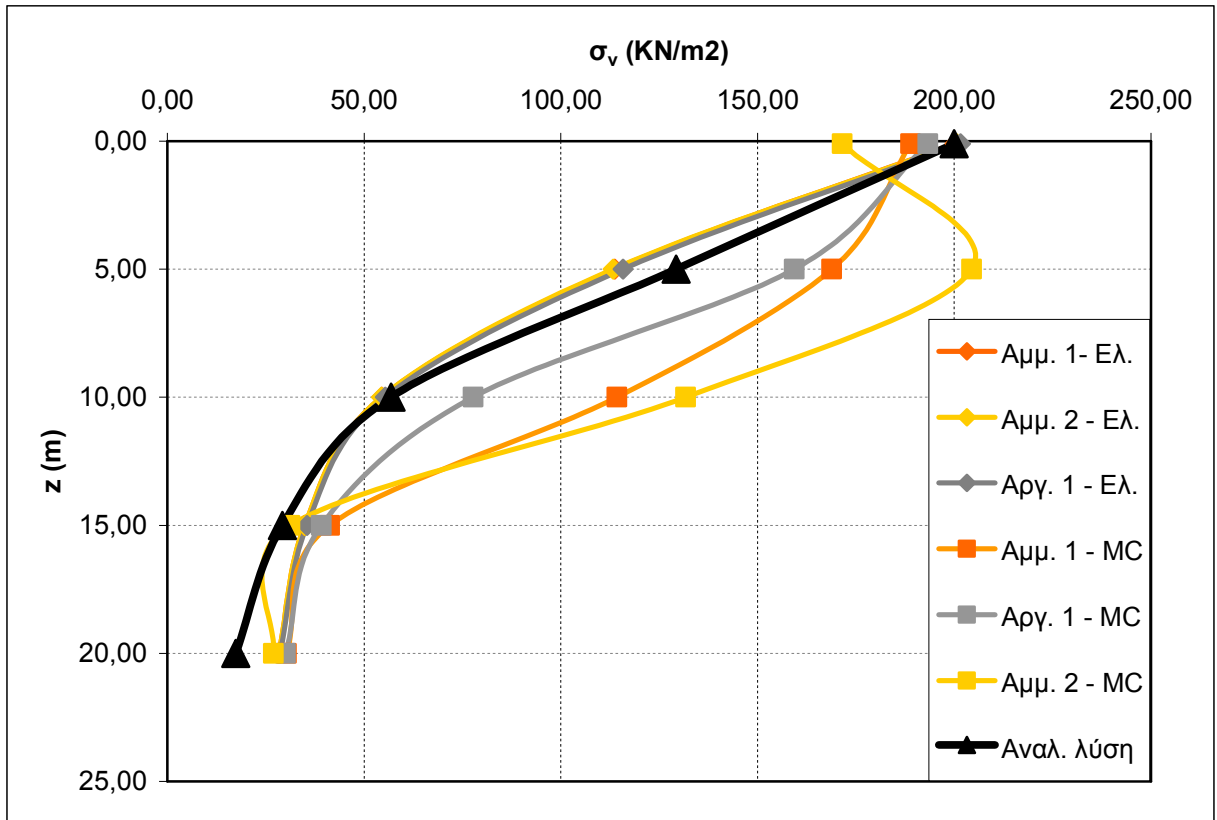
5. Σημαντικές διαφορές παρουσιάζονται στα αποτελέσματα των τάσεων μεταξύ των δύο θεωριών, και ειδικότερα με βάση τη θεωρία Mohr-Coulomb αναπτύσσονται τάσεις σχεδόν διπλάσιες από ότι στη θεωρία της ελαστικότητας. Ειδικότερα από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται το φορτίο θεμελίωσης τόσο αυξάνονται και οι διαφορές στις τάσεις μεταξύ των δύο θεωριών, δηλαδή οι καμπύλες των τάσεων στις χαμηλότερες τιμές του P είναι πολύ κοντά, ενώ στα μεγαλύτερα φορτία οι καμπύλες των τάσεων απέχουν σημαντικά. Για παράδειγμα στο διάγραμμα της (Εικ. 52), στην άμμο 1 σε βάθος 5m κάτω από τη θεμελίωση και με φορτίο $P = 600 \text{KN/m}^2$, με τη θεωρία της ελαστικότητας η τάση είναι $341,24 \text{KN/m}^2$, ενώ με τη θεωρία Mohr-Coulomb η τάση έχει τιμή $608,91 \text{KN/m}^2$. Το ίδιο συμβαίνει και στα υπόλοιπα εδάφη, όμως όταν μειώνεται το φορτίο θεμελίωσης P αυτή η διαφορά μειώνεται, για παράδειγμα πάλι στην άμμο 1 σε βάθος 5 m και με $P = 100 \text{KN/m}^2$, η τάση στην ελαστικότητα έχει τιμή $56,87 \text{KN/m}^2$ και στο Mohr-Coulomb έχει τιμή $62,54 \text{KN/m}^2$. Έτσι συμπεραίνουμε ότι η θεωρία Mohr-Coulomb είναι πιο συντηρητική από τη θεωρία της ελαστικότητας, διότι τα αποτελέσματα των τάσεων είναι μεγαλύτερα.

6. Τέλος παρατηρούμε ότι στα μικρότερα φορτία όπως για παράδειγμα $P = 100 \text{KN/m}^2$ ή $P = 200 \text{KN/m}^2$, οι καμπύλες των τάσεων της αριθμητικής μεθόδου, και της θεωρίας ελαστικότητας και της Mohr-Coulomb, δεν απέχει πολύ από την καμπύλη της αναλυτικής μεθόδου.

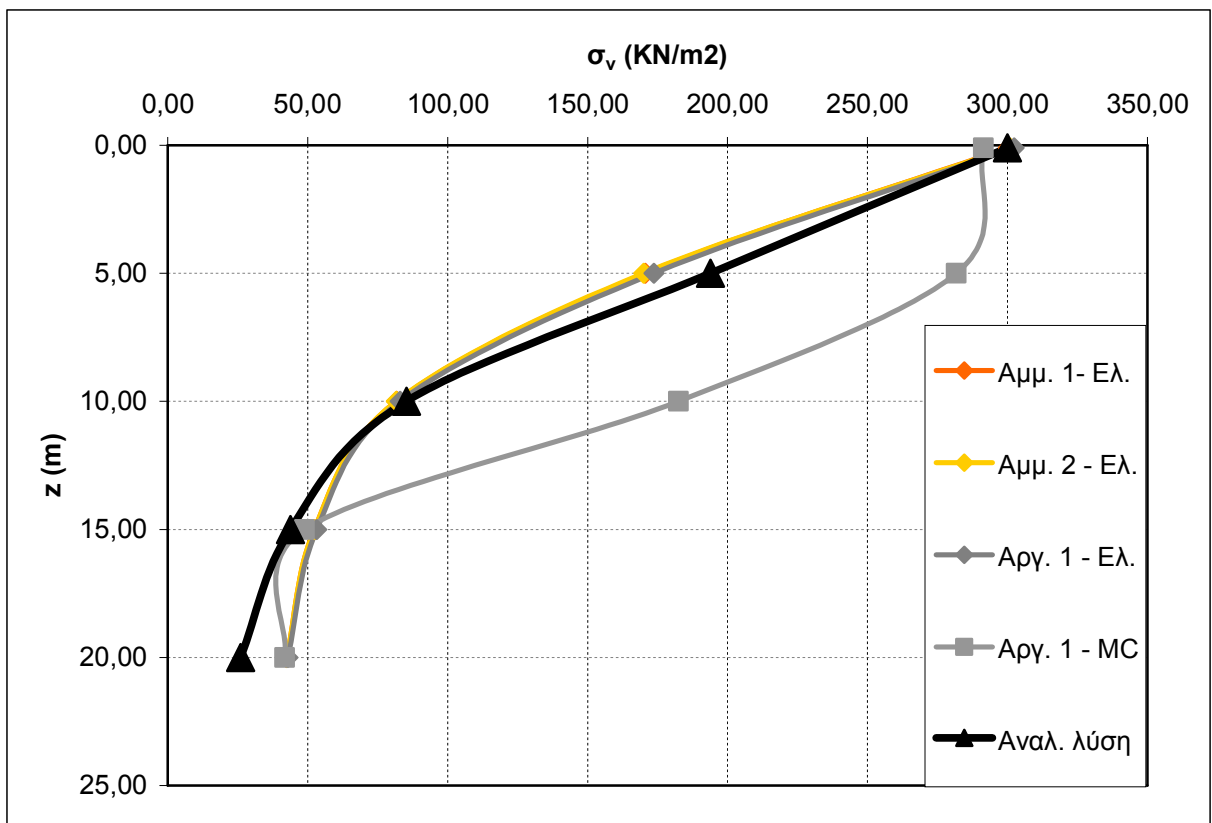
**Διαγράμματα αποτελεσμάτων πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων με
Σ.Υ.Ο. ± 0,00 m :**



*Εικ. 53 Διάγραμμα αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος με φορτίο $P=100 \text{ KN/m}^2$
και Σ.Υ.Ο. ± 0,00 m*



Εικ. 54 Διάγραμμα αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος με φορτίο $P=200 \text{ KN/m}^2$ και $\Sigma \text{Y.O.} \pm 0,00 \text{ m}$

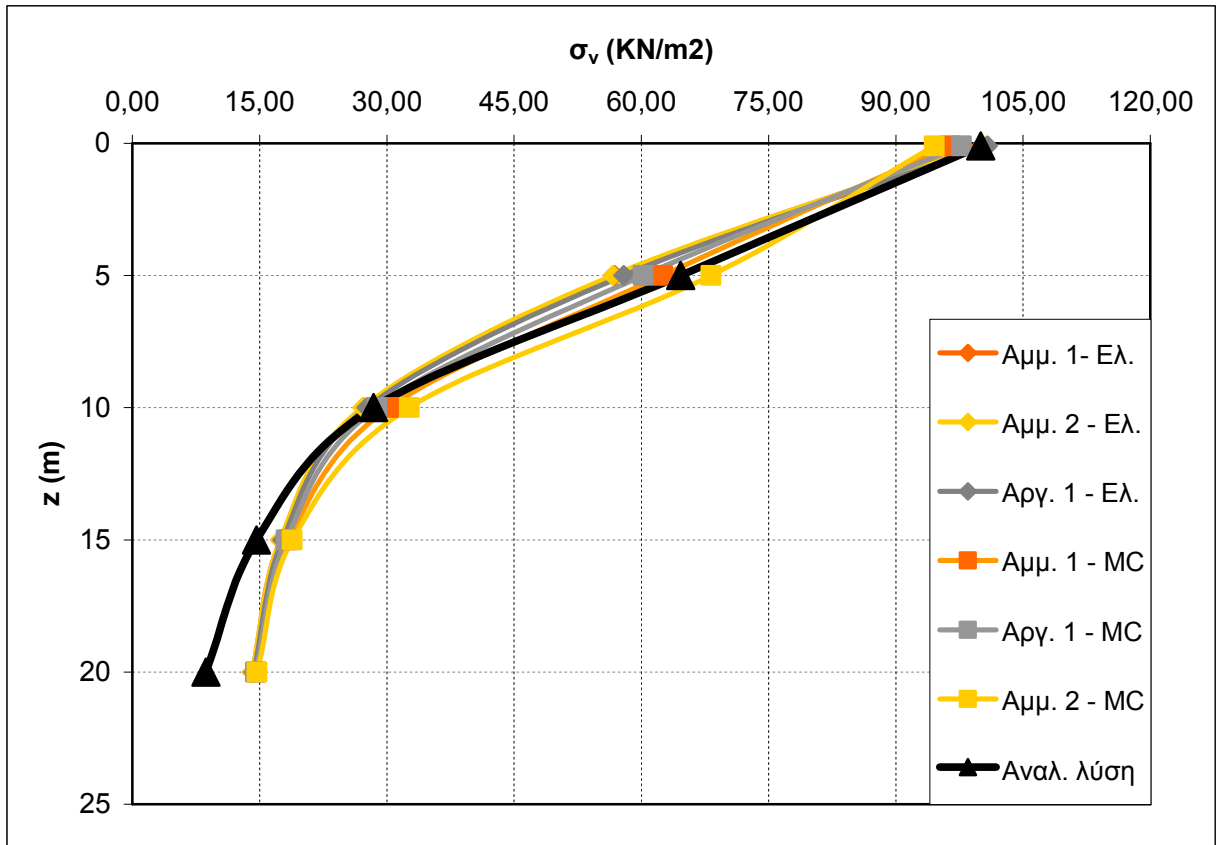


Εικ. 55 Διάγραμμα αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος με φορτίο $P=300 \text{ KN/m}^2$ και $\Sigma \text{Y.O.} \pm 0,00 \text{ m}$

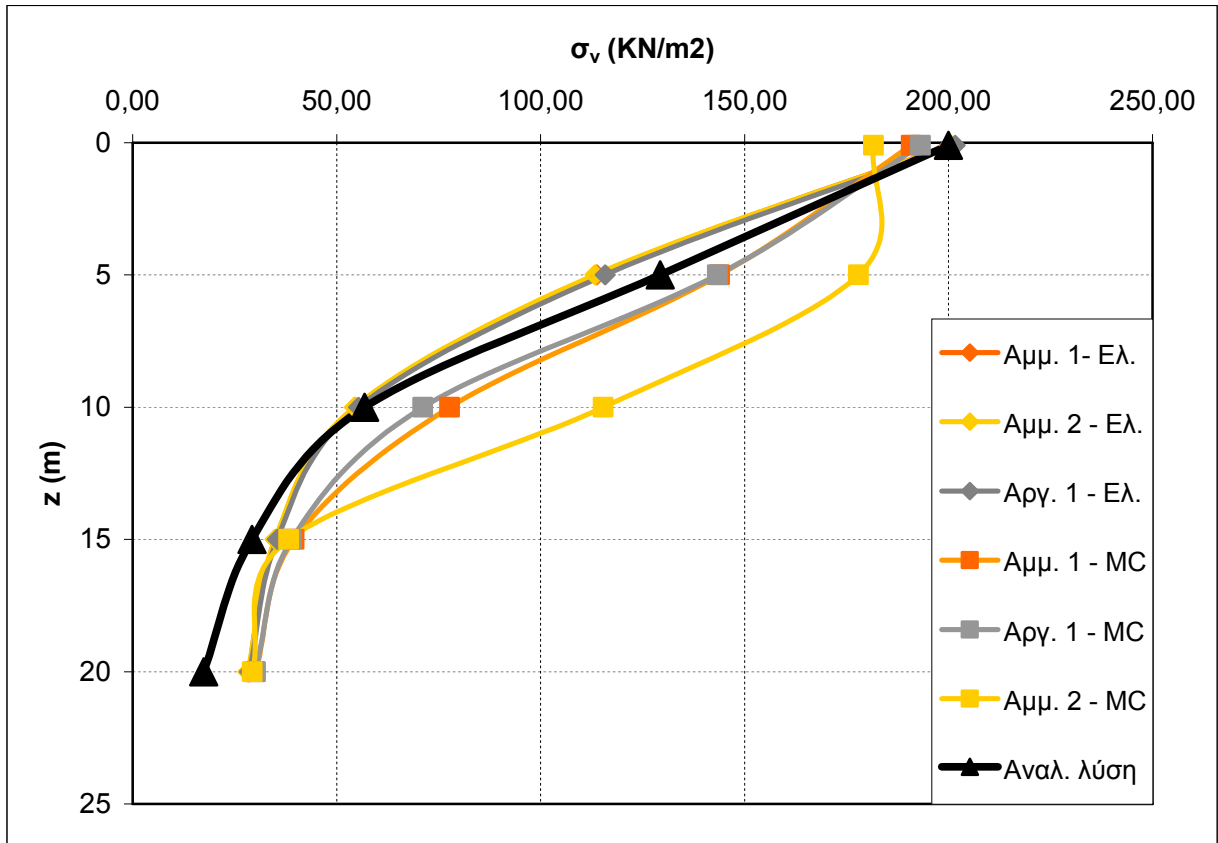
Παρατηρήσεις-Συμπεράσματα

1. Από τα αποτελέσματα του αριθμητικού προσομοιώματος με Σ.Υ.Ο $\pm 0,00$ m διακρίνουμε ότι τα αποτελέσματα της γραμμικής ελαστικότητας δεν διαφέρουν από αυτά με Σ.Υ.Ο. $-20,00$ m . Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η θεωρία της ελαστικότητας δεν εξαρτάται από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα. Συνεπώς ισχύουν οι ίδιες παρατηρήσεις που αναφέραμε παραπάνω στην παράγραφο 2 για τα αποτελέσματα της ελαστικότητας.
2. Όσον αφορά τα αποτελέσματα με τη θεωρία Mohr-Coulomb παρατηρούμε ότι επηρεάζονται από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα, καθώς οι τάσεις που αναπτύσσονται είναι μεγαλύτερες όταν η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα είναι στο $\pm 0,00$ m από ότι στο $- 20,00$ m.
3. Επιπλέον στη θεωρία Mohr-Coulomb οι καμπύλες των τάσεων απέχουν σημαντικά μεταξύ τους, εξαιτίας των εδαφικών παραμέτρων όπως αναφέραμε και στην προηγούμενη περίπτωση στην παράγραφο 3.
4. Το μέγιστο φορτίο θεμελίωσης P που επιβάλλεται στα εδάφη στη θεωρία Mohr-Coulomb σε αυτήν τη περίπτωση, είναι $P=300\text{KN/m}^2$ για την άργιλο 1 και άργιλο 2, και $P=200\text{KN/m}^2$ για την άμμο 1 και άμμο 2. Έτσι διαπιστώνουμε ότι η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα επηρεάζει το μέγιστο φορτίο θεμελίωσης που επιβάλλεται στο έδαφος, καθώς μειώθηκε η μέγιστη τιμή του φορτίου P με την αύξηση του ύψους της στάθμης του υδροφόρου ορίζοντα. Δηλαδή όταν η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα στα εδάφη είναι σε μικρό βάθος τότε η αστοχία των εδαφών υφίσταται σε μικρότερα φορτία P.
5. Σημαντικές διαφορές παρουσιάζονται στα αποτελέσματα των τάσεων μεταξύ των δύο θεωριών, όπου σύμφωνα με τη θεωρία Mohr-Coulomb αναπτύσσονται στα εδάφη μεγαλύτερες τάσεις από ότι στη θεωρία της ελαστικότητας, όπως συνέβη και στην προηγούμενη περίπτωση.

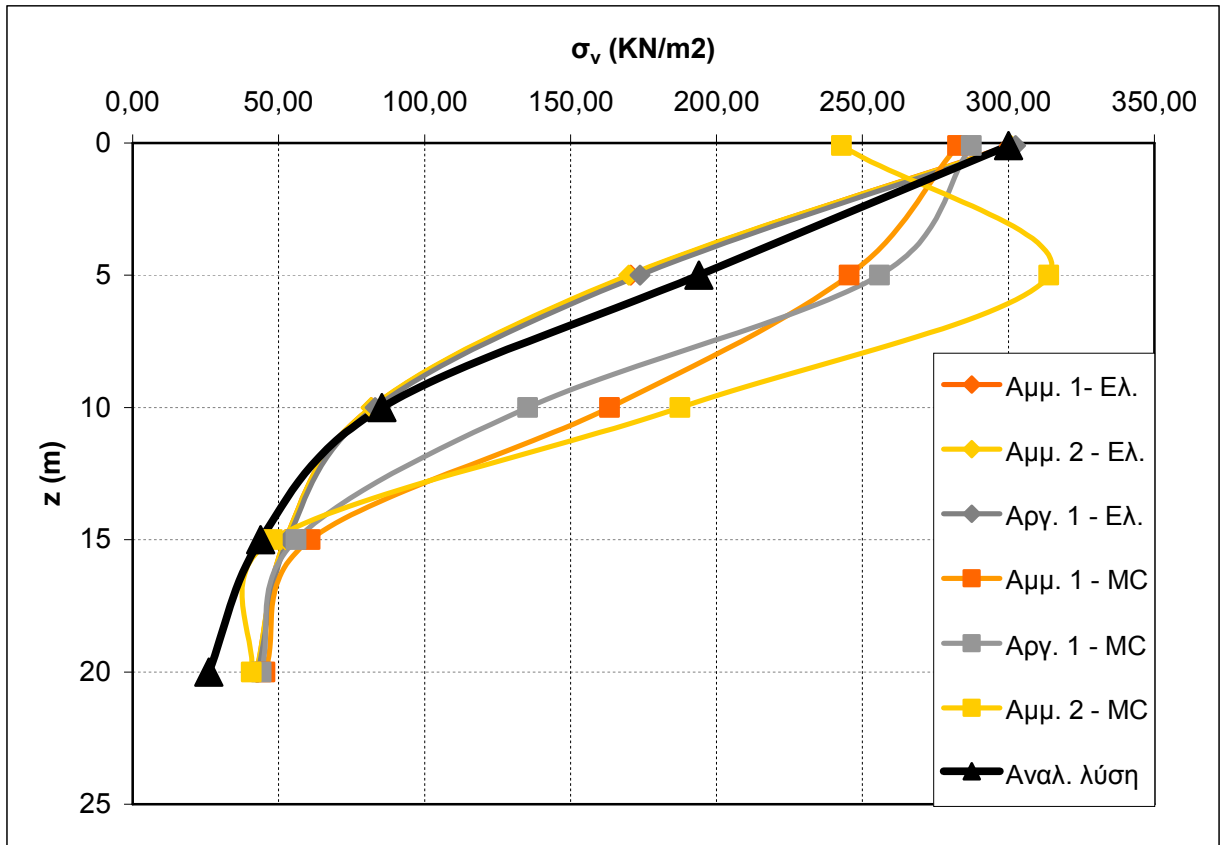
‘Διαγράμματα αποτελεσμάτων πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων με Σ.Υ.Ο. $-10,00$ m :



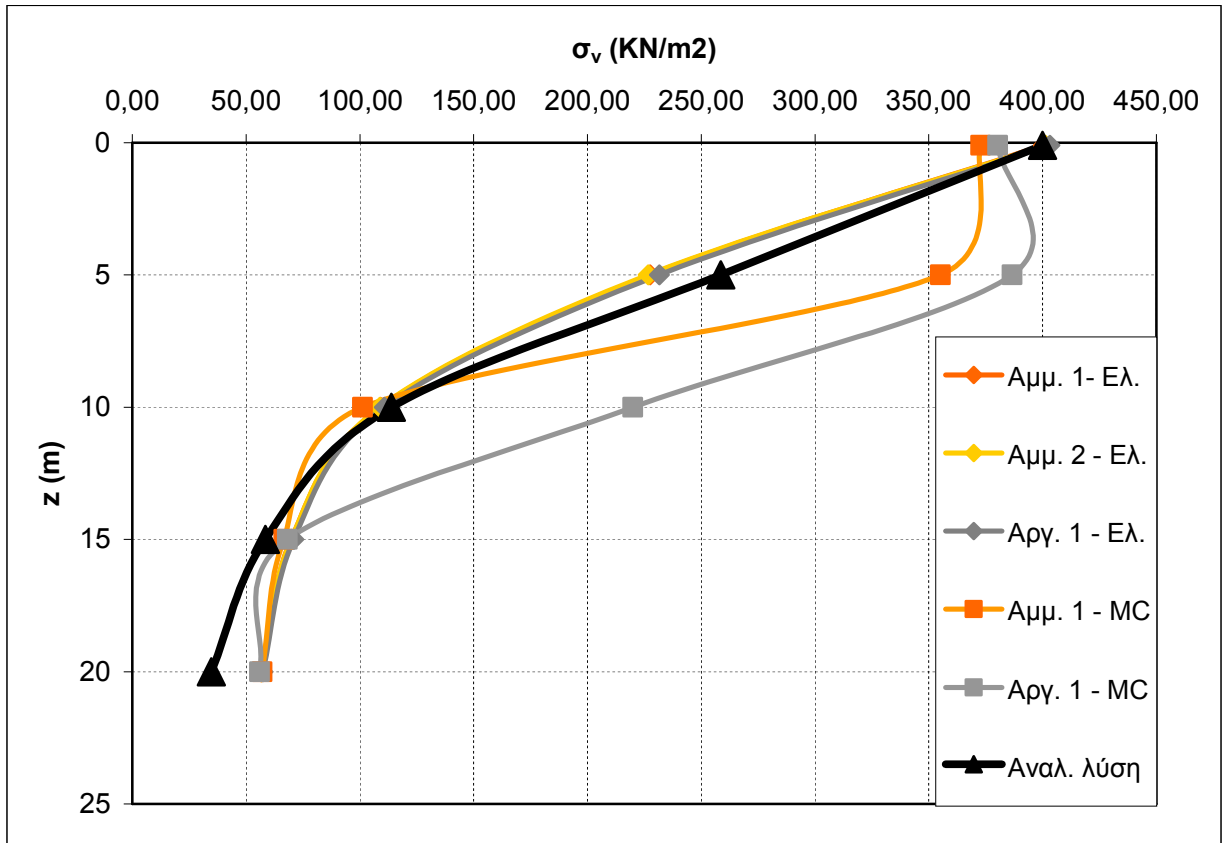
Εικ. 56 Διάγραμμα αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος με φορτίο $P=100$ KN/m² και $\Sigma.Y.O. = 10,00$ m



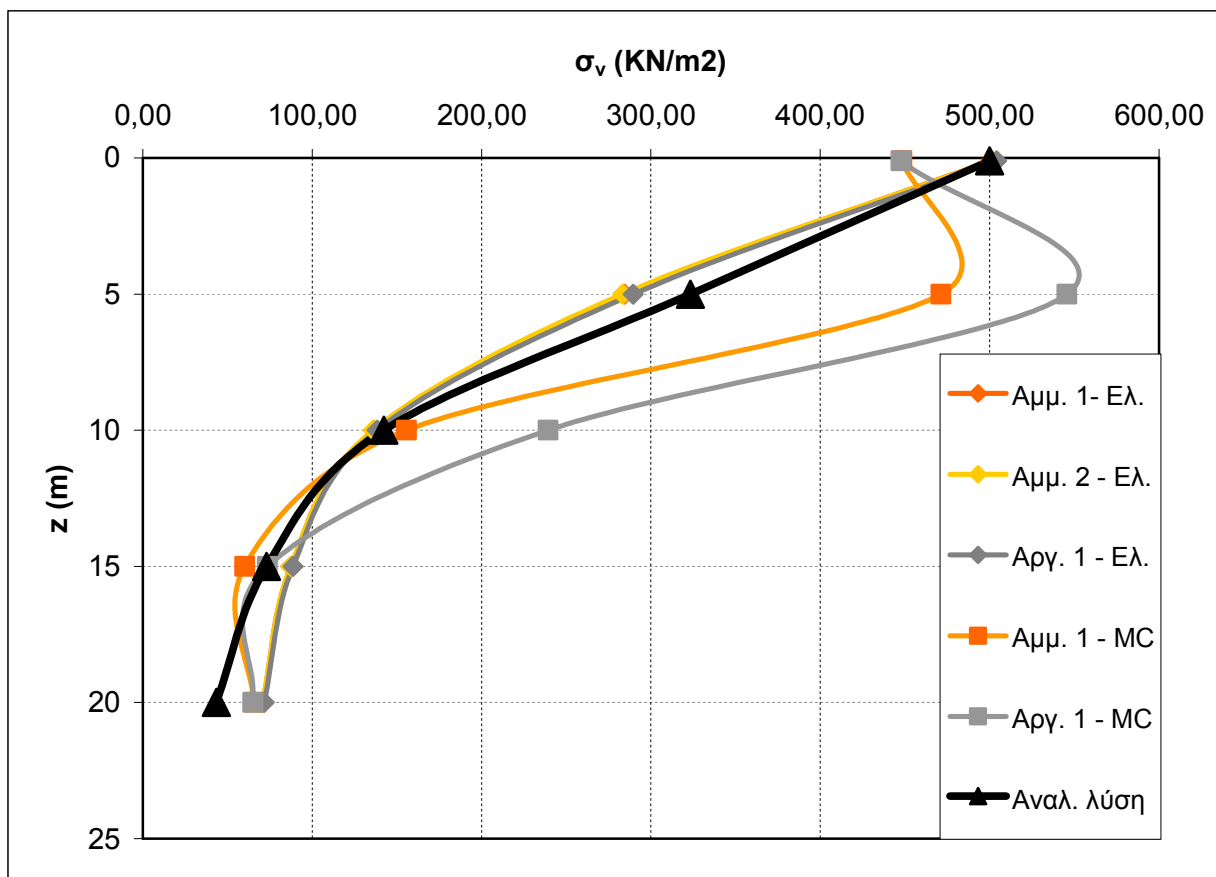
Εικ. 57 Διάγραμμα αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος με φορτίο $P=200$ KN/m² και $\Sigma.Y.O. = 10,00$ m



Εικ. 58 Διάγραμμα αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος με φορτίο $P=300 \text{ KN/m}^2$ και $\Sigma \text{Y.O.} = 10,00 \text{ m}$



Εικ. 59 Διάγραμμα αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος με φορτίο $P=400 \text{ KN/m}^2$ και $\Sigma \text{Y.O.} = 10,00 \text{ m}$



Εικ. 60 Διάγραμμα αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος με φορτίο $P=500 \text{ KN/m}^2$ και $\Sigma. \text{Υ.Ο.} - 10,00 \text{ m}$

Παρατηρήσεις-Συμπεράσματα

1. Όπως αναφέραμε και παραπάνω για τα αποτελέσματα της γραμμικής ελαστικότητας, δεν επηρεάζονται από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα, επομένως τα αποτελέσματα και οι παρατηρήσεις είναι τα ίδια με τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα $\pm 0,00 \text{ m}$.
2. Αξίζει να σημειωθεί ότι στα αποτελέσματα της θεωρίας Mohr-Coulomb οι τάσεις είναι μικρότερες από τις τάσεις που αναπτύσσονται στα εδάφη με στάθμη υδροφόρου ορίζοντα $\pm 0,00 \text{ m}$ και μεγαλύτερες από αυτές στα εδάφη με στάθμη υδροφόρου ορίζοντα $- 20,00 \text{ m}$.
3. Στα εδάφη με βάση τη θεωρία Mohr-Coulomb διακρίνουμε μικρές ποσοτικές διαφορές μεταξύ των αποτελεσμάτων των τάσεων για φορτίο $P = 100 \text{ KN/m}^2$, ενώ για φορτίο P από 200 KN/m^2 έως 500 KN/m^2 οι διαφορές στις πρόσθετες κατακόρυφες τάσεις είναι αρκετά μεγαλύτερες. Συνεπώς για τα εδάφη άμμο 1, άμμο 2 και άργιλο 1 οι καμπύλες των τάσεων στα διαγράμματα παραπάνω είναι πολύ κοντά μεταξύ τους για τα μικρότερα

φορτία P , ενώ για τα μεγαλύτερα φορτία οι καμπύλες των τάσεων διαφέρουν αρκετά μεταξύ τους. Αυτό οφείλεται στις διαφορές των εδαφικών παραμέτρων όπως αναφέραμε και στην προηγούμενη περίπτωση στην παράγραφο 3.

4. Επιπλέον το μέγιστο φορτίο θεμελίωσης P που επιβάλλεται στα εδάφη στη θεωρία Mohr-Coulomb σε αυτήν τη περίπτωση, είναι $P=300\text{KN/m}^2$ για την άμμο 2 και άργιλο 2, και $P=500\text{KN/m}^2$ για την άμμο 1 και άργιλο 1.

5. Σημαντικές διαφορές παρουσιάζονται στα αποτελέσματα των τάσεων μεταξύ των δύο θεωριών, όπου σύμφωνα με τη θεωρία Mohr-Coulomb αναπτύσσονται στα εδάφη μεγαλύτερες τάσεις από ότι στη θεωρία της ελαστικότητας.

Παρατηρήσεις εφαρμογών αριθμητικής μεθόδου

Χρησιμοποιούνται δύο εδαφικά προσομοιώματα (material model) Mohr – Coulomb και Γραμμική Ελαστικότητα. Για τη κυκλική θεμελίωση υπάρχουν δύο περιπτώσεις, η δύσκαμπτη και η εύκαμπτη θεμελίωση. Σε αυτό το κεφάλαιο θα συγκρίνουμε μία δύσκαμπτη και μία εύκαμπτη θεμελίωση.

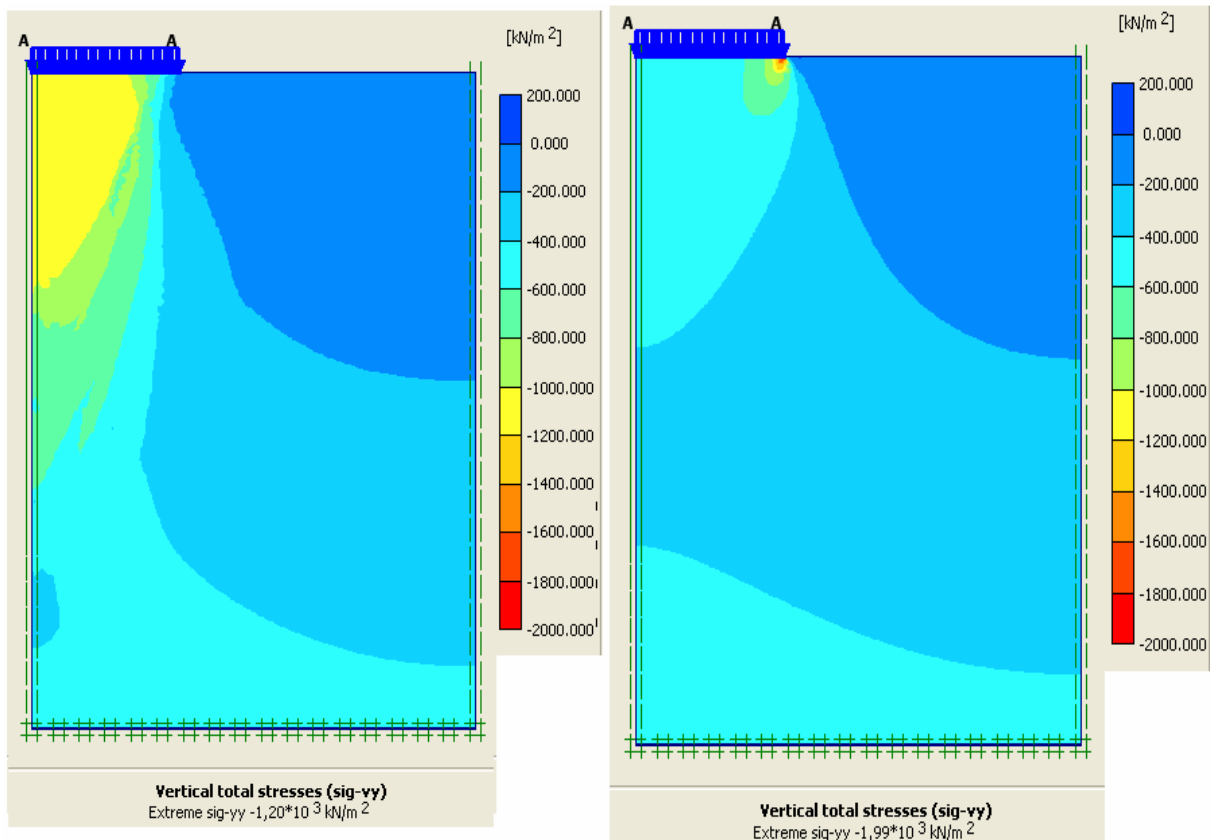
Οι παρατηρήσεις που διαπιστώθηκαν στα αποτελέσματα μίας δύσκαμπτης κυκλικής θεμελίωσης με εδαφικό προσομοίωμα Mohr – Coulomb σε σύγκριση με μία δύσκαμπτη κυκλική θεμελίωση με εδαφικό προσομοίωμα της Γραμμικής Ελαστικότητας είναι οι εξής :

1. Στο εδαφικό προσομοίωμα της γραμμικής ελαστικότητας δεν υπάρχουν πλαστικά σημεία όπως ήταν αναμενόμενο από τη θεωρία της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας. Αντίθετα στο εδαφικό προσομοίωμα Mohr – Coulomb όπως διαπιστώνεται από το πρόγραμμα Plaxis (Εικ. 61) δημιουργούνται πλαστικά σημεία (plastic points) τα οποία αυξάνονται με την αύξηση του επιβεβλημένου φορτίου.



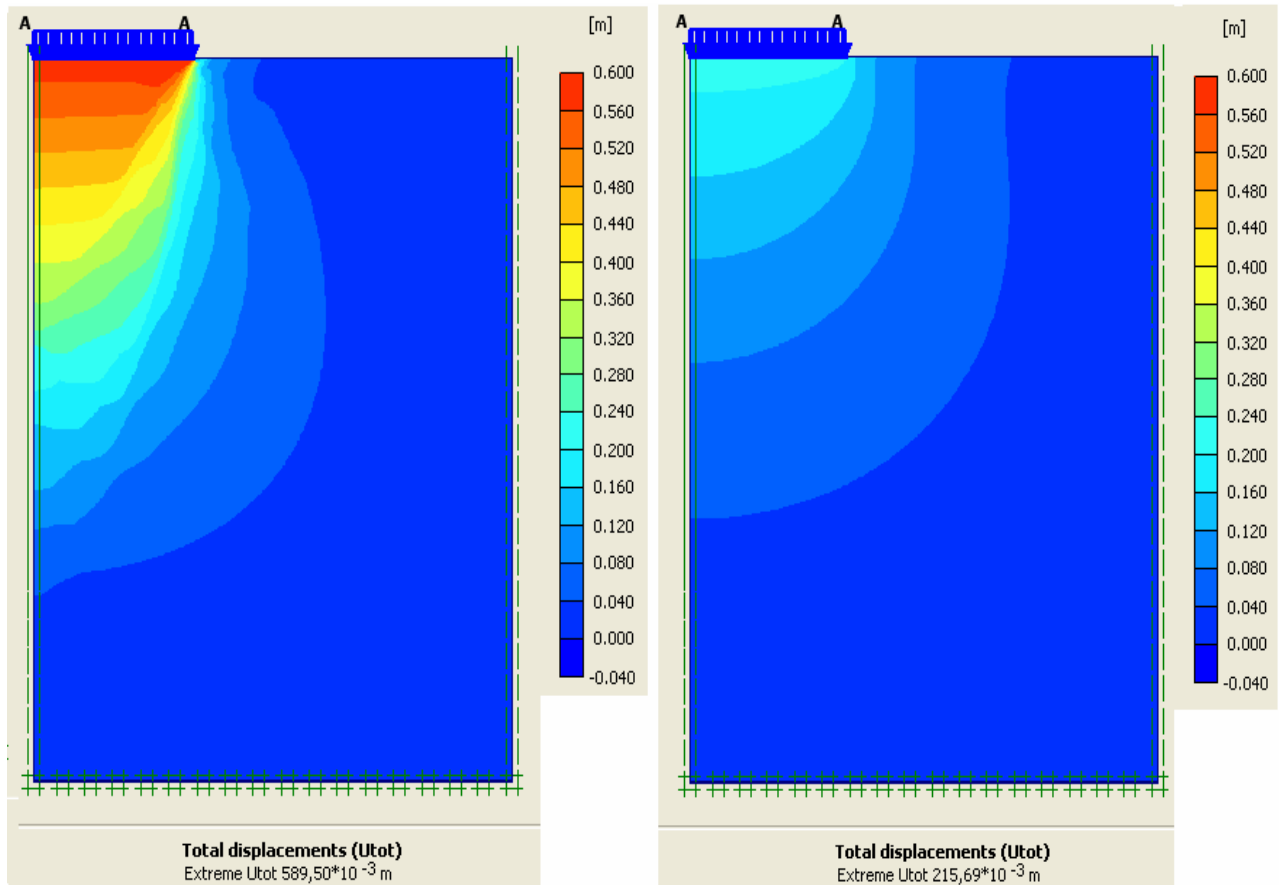
Εικ. 61 Plastic points

2. Από τα διαγράμματα των κατακόρυφων τάσεων (Εικ. 62) διαπιστώνουμε ότι οι μέγιστες τάσεις εμφανίζονται σε διαφορετικές θέσεις δηλαδή στη περίπτωση Mohr – Coulomb οι τάσεις αυξάνονται κάτω από το κέντρο της κυκλικής θεμελίωσης και μειώνονται στα άκρα ενώ στη γραμμική ελαστικότητα οι τάσεις αυξάνονται στα άκρα της κυκλικής θεμελίωσης.



Εικ. 62 Διαγράμματα μέγιστων κατακόρυφων τάσεων δύσκαμπτης θεμελίωσης (α) Mohr-Coulomb και (β) Γραμμική Ελαστικότητα αντίστοιχα

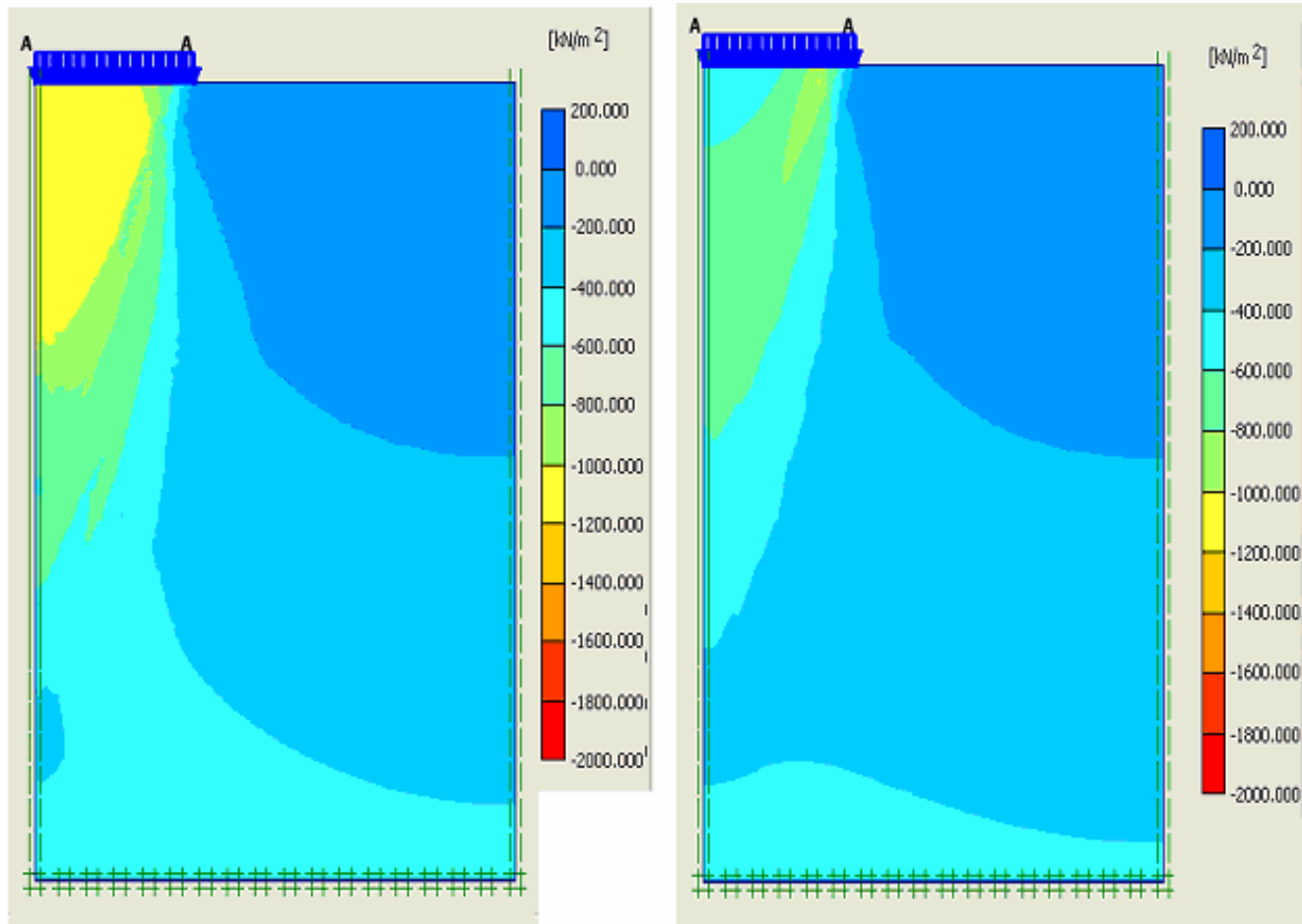
3. Πολύ κοντά στις διεπιφάνειες εδάφους-θεμελίου δεν μπορεί να γίνει καλή εκτίμηση της εντατικής και παραμορφωσιακής κατάστασης.
4. Στα διαγράμματα των μετατοπίσεων (Εικ. 63) διαπιστώνουμε ότι και στα δύο προσομοιώματα τα διαγράμματα είναι όμοια, δηλαδή είναι επίπεδα αλλά στη γραμμική ελαστικότητα οι καμπύλες είναι περισσότερο ομοιόμορφες. Δείχνουν ότι θα μετακινηθούν ομοιόμορφα προς τα κάτω χωρίς να υποστούν μεγάλη κάμψη και ότι οι διαφορικές καθιζήσεις είναι μικρότερες.



Εικ. 63 Διαγράμματα μέγιστων κατακόρυφων μετατοπίσεων (α) Mohr-Coulomb και (β) Γραμμική ελαστικότητα αντίστοιχα

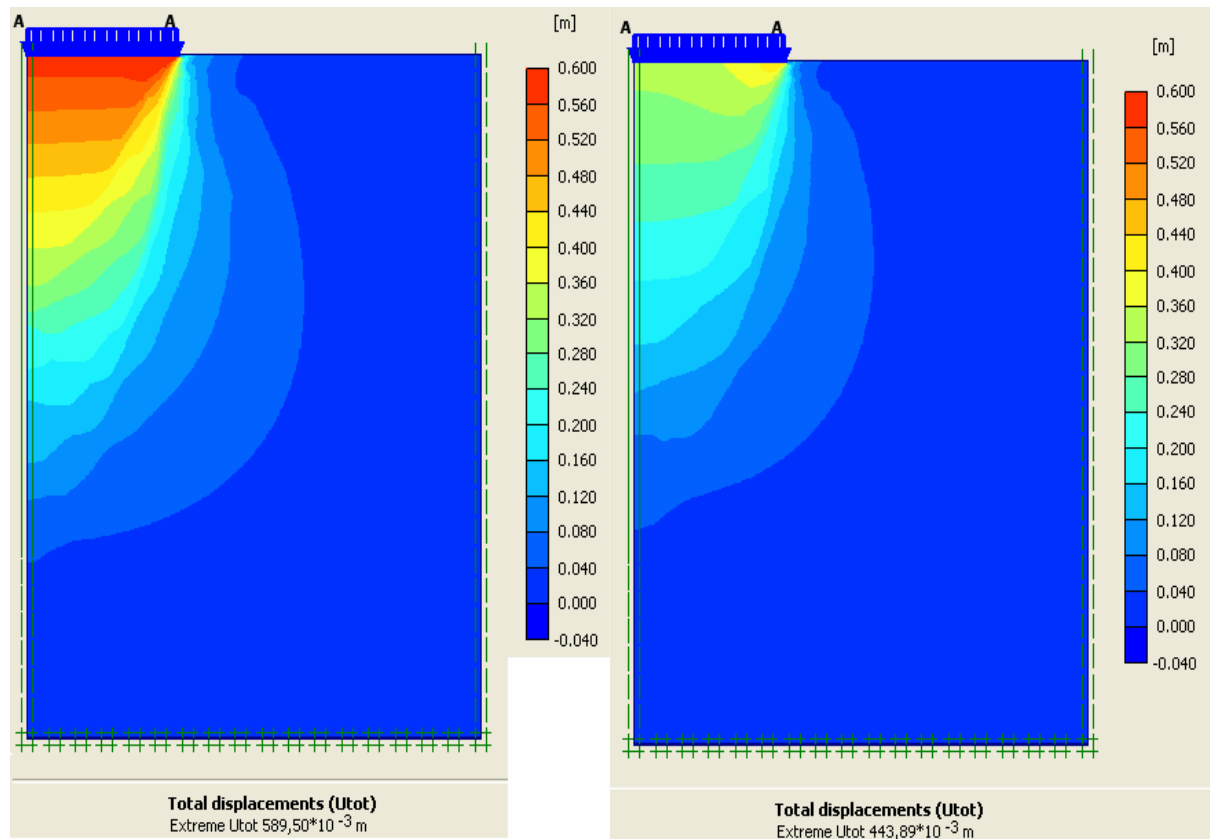
Παρατηρήσεις που διαπιστώθηκαν στα αποτελέσματα μίας δύσκαμπτης κυκλικής θεμελίωσης με εδαφικό προσομοίωμα Mohr – Coulomb και μίας εύκαμπτης κυκλικής θεμελίωσης με εδαφικό προσομοίωμα Mohr – Coulomb:

1. Από τα διαγράμματα των μέγιστων κατακόρυφων τάσεων (Εικ. 64) διαπιστώνουμε διαφορετική κατανομή των τάσεων κάτω από τις δύο περιπτώσεις θεμελίωσης. Στη δύσκαμπτη θεμελίωση η κατακόρυφη τάση αυξάνεται κάτω από το κέντρο της και μειώνεται κάτω από τα άκρα της. Στην εύκαμπτη θεμελίωση η κατακόρυφη τάση αυξάνεται στα άκρα και μειώνεται στο κέντρο της.



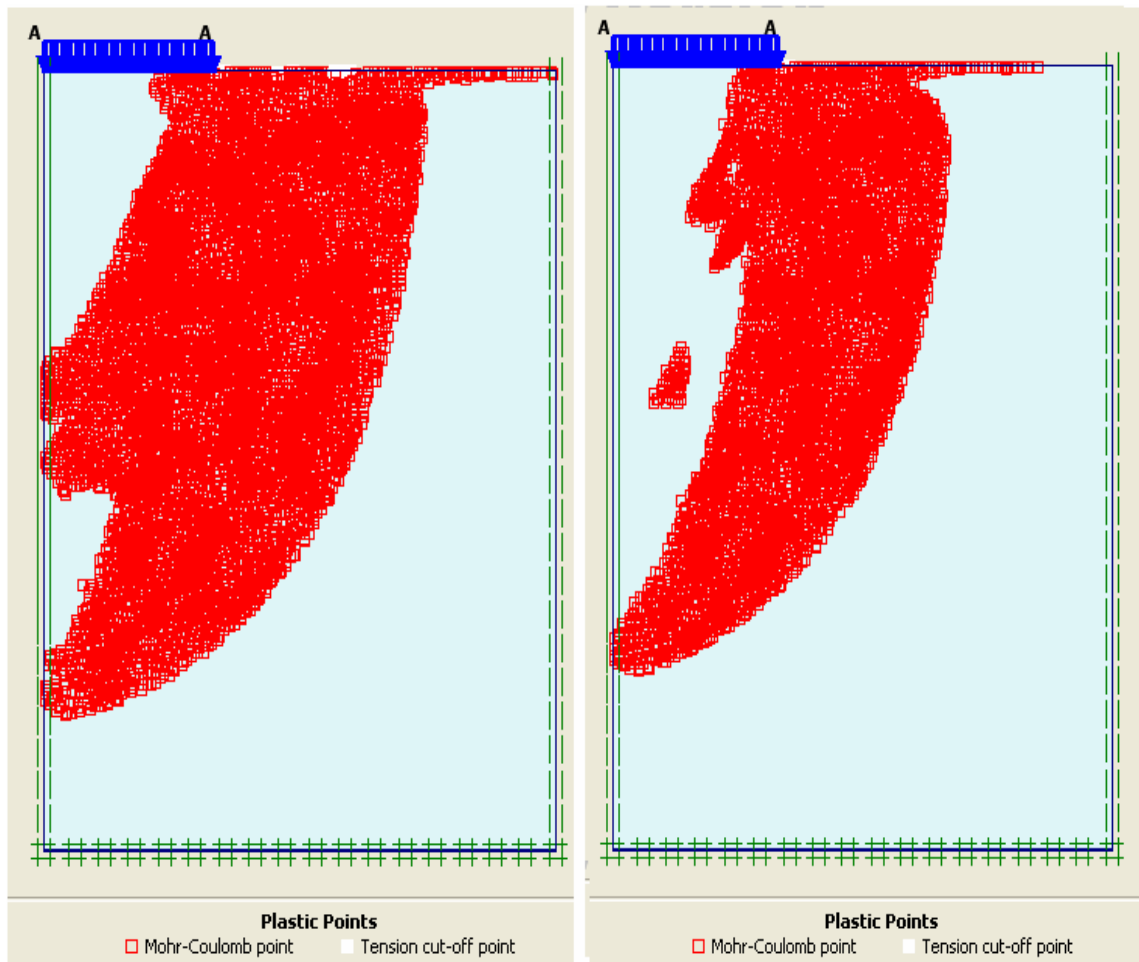
Εικ. 64 Διαγράμματα μέγιστων κατακόρυφων τάσεων (α) δύσκαμπτης θεμελίωσης και (β) εύκαμπτης θεμελίωσης

2. Από τα διαγράμματα των μετατοπίσεων (Εικ. 65) διαπιστώνουμε ότι στην εύκαμπτη θεμελίωση δημιουργούνται μεγαλύτερες παραμορφώσεις στα άκρα από ότι στο κέντρο ενώ στην δύσκαμπτη θεμελίωση το διάγραμμα των μετατοπίσεων είναι πιο επίπεδο επειδή η δύσκαμπτη θεμελίωση παρέχει κάποια αντίσταση στην κάμψη και οι διαφορικές καθιζήσεις είναι μικρότερες.



Εικ. 65 Διαγράμματα μέγιστων κατακόρυφων μετατοπίσεων (α) δύσκαμπτης θεμελίωσης και (β) εύκαμπτης θεμελίωσης

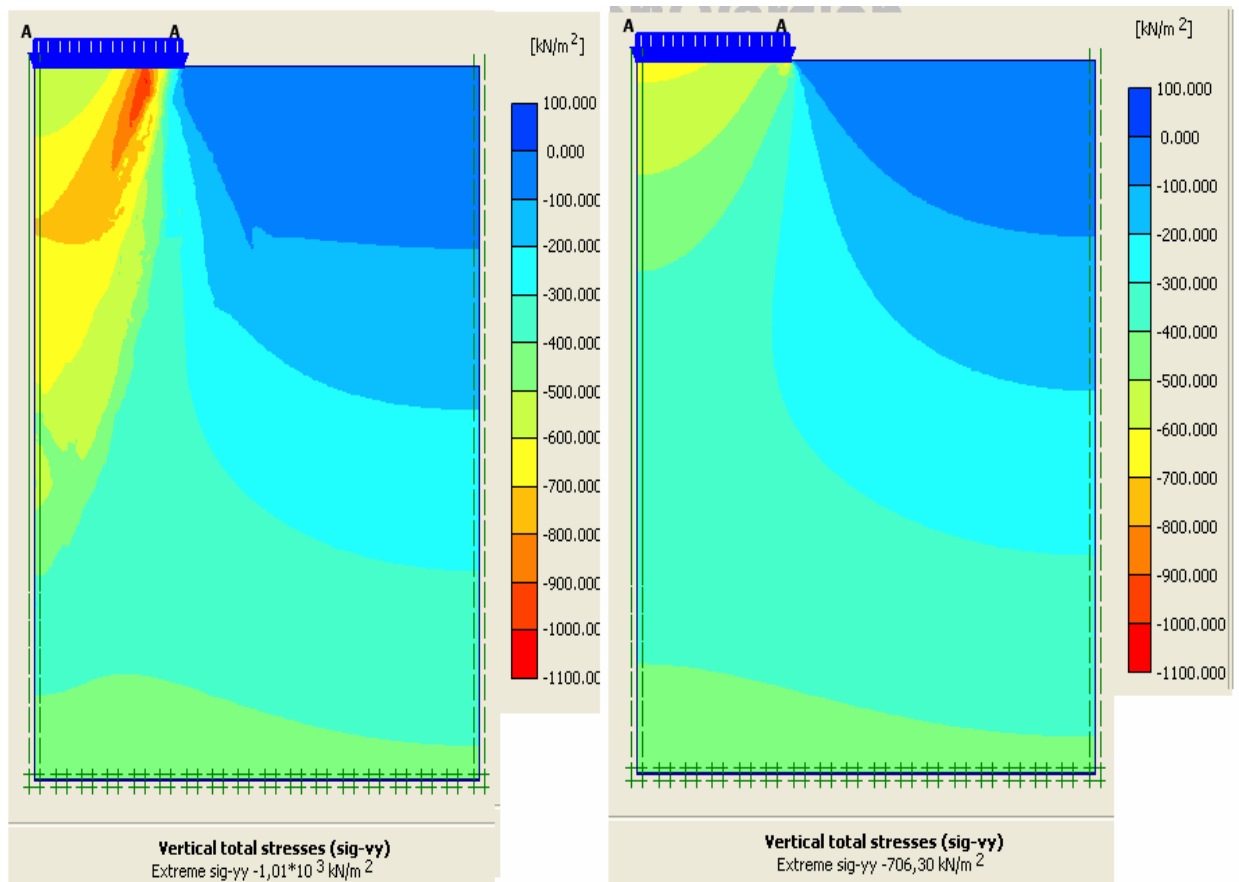
3. Από τα διαγράμματα των πλαστικών σημείων (Εικ. 66) παρατηρούμε ότι στη δύσκαμπτη θεμελίωση δημιουργούνται περισσότερα πλαστικά σημεία από ότι στην εύκαμπτη θεμελίωση.



Εικ. 66 Διαγράμματα πλαστικών σημείων (Plastic points) (α) δύσκαμπτης φόρτισης και (β) εύκαμπτης φόρτισης

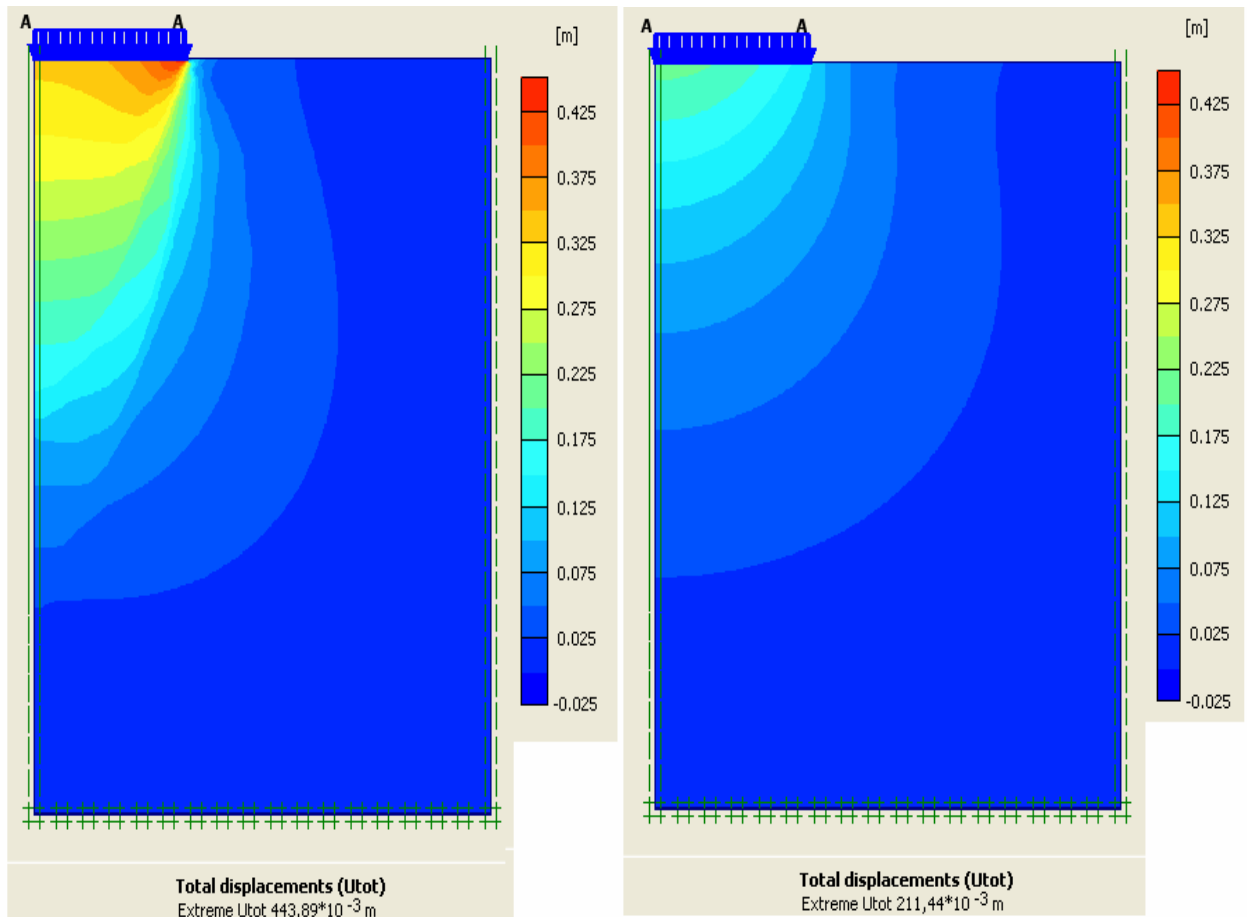
Παρατηρήσεις που διαπιστώθηκαν στα αποτελέσματα μίας εύκαμπτης κυκλικής θεμελίωσης με εδαφικό προσομοίωμα Mohr – Coulomb και μίας εύκαμπτης κυκλικής θεμελίωσης με εδαφικό προσομοίωμα Γραμμική Ελαστικότητα:

1. Από τα διαγράμματα των μέγιστων κατακόρυφων τάσεων (Εικ. 67) διαπιστώνουμε διαφορετική κατανομή των τάσεων κάτω από τις δύο περιπτώσεις θεμελίωσης. Στο προσομοίωμα Mohr – Coulomb η κατακόρυφη τάση αυξάνεται κάτω από τα άκρα της και μειώνεται κάτω από το κέντρο της. Στη Γραμμική Ελαστικότητα η κατακόρυφη τάση αυξάνεται στο κέντρο και μειώνεται στα άκρα.



Εικ. 67 Διαγράμματα μέγιστων κατακόρυφων τάσεων εύκαμπτης θεμελίωσης (α) Mohr-Coulomb και (β) Γραμμική Ελαστικότητα αντίστοιχα

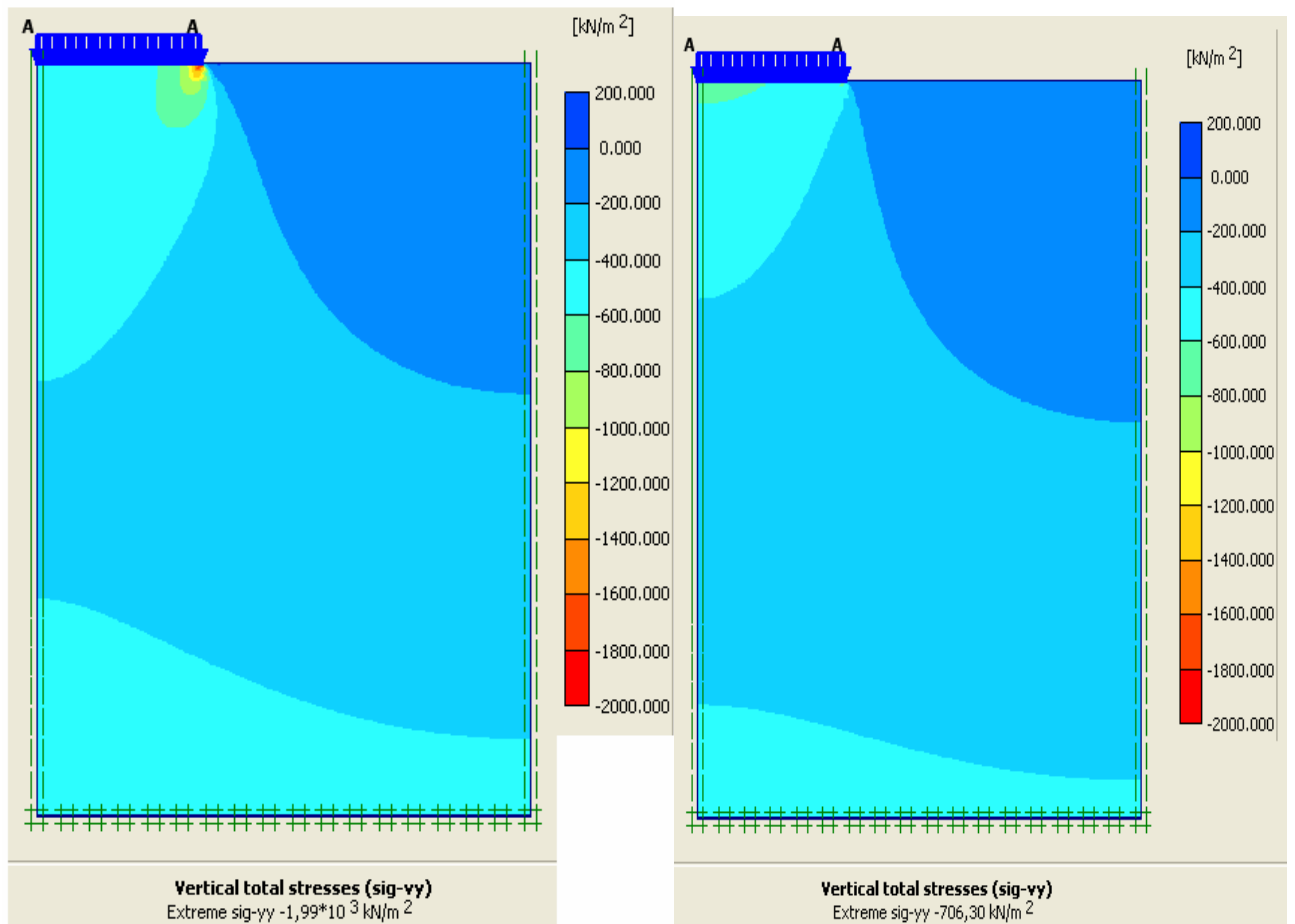
2. Επιπλέον από τα διαγράμματα των μέγιστων κατακόρυφων τάσεων (Εικ. 67) διαπιστώνουμε ότι και στα δύο προσομοιώματα οι τάσεις μειώνονται με το βάθος του εδάφους.
3. Από τα διαγράμματα των μετατοπίσεων (Εικ. 68) διαπιστώνουμε ότι στο προσομοίωμα Mohr – Coulomb δημιουργούνται μεγαλύτερες παραμορφώσεις στα άκρα από ότι στο κέντρο ενώ στο προσομοίωμα της Γραμμικής Ελαστικότητας το διάγραμμα των μετατοπίσεων είναι πιο ομοιόμορφο και δημιουργούνται μεγαλύτερες παραμορφώσεις στο κέντρο της θεμελίωσης.



Εικ. 68 Διαγράμματα μέγιστων κατακόρυφων μετατοπίσεων εύκαμπτης θεμελίωσης (α) Mohr-Coulomb και (β) Γραμμική Ελαστικότητα αντίστοιχα

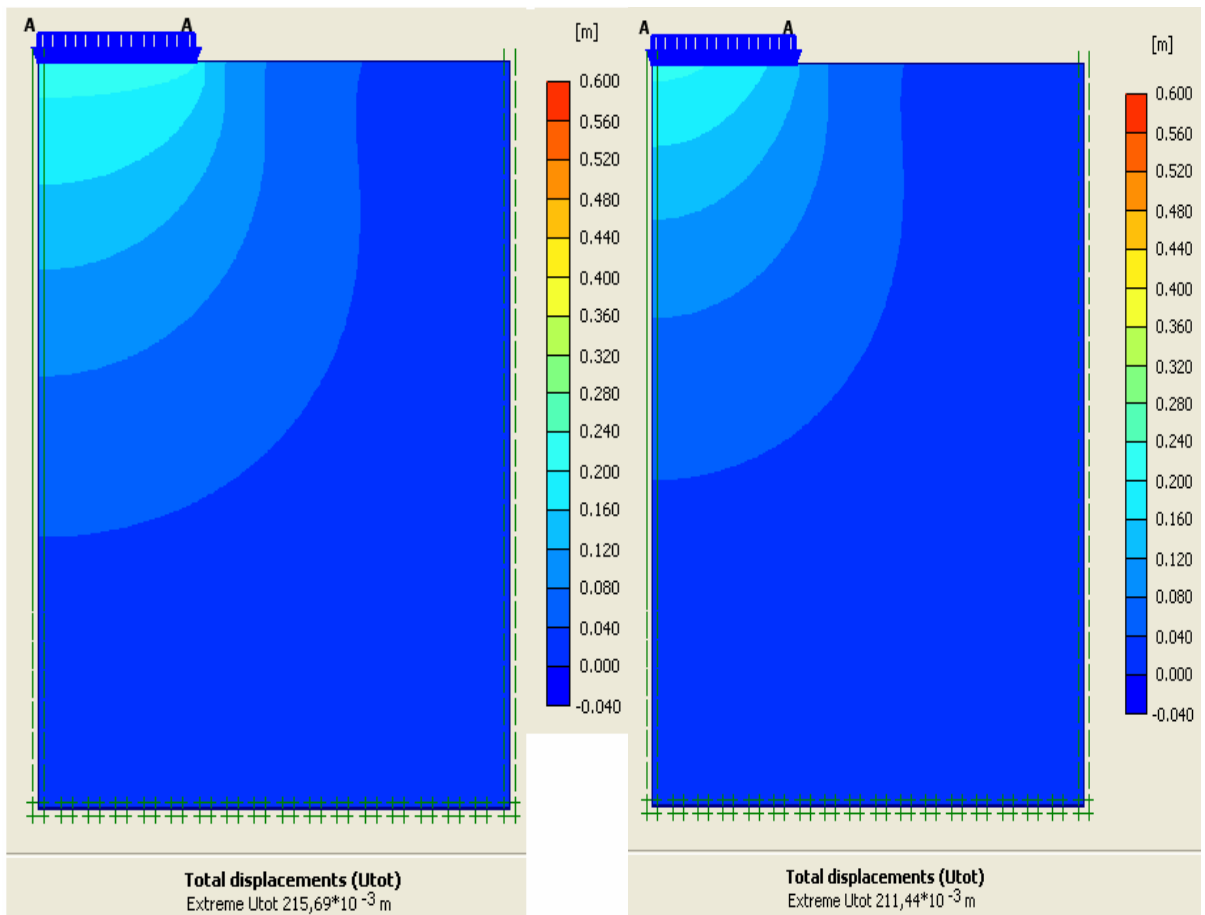
Οι παρατηρήσεις που διαπιστώθηκαν στα αποτελέσματα μίας δύσκαμπτης κυκλικής θεμελίωσης με εδαφικό προσομοίωμα τη Γραμμική Ελαστικότητα σε σύγκριση με μία εύκαμπτη κυκλική θεμελίωση με εδαφικό προσομοίωμα τη Γραμμική Ελαστικότητα είναι οι εξής :

1. Από τα διαγράμματα των μέγιστων κατακόρυφων τάσεων (Εικ. 69) διαπιστώνουμε διαφορετική κατανομή των τάσεων κάτω από τις δύο περιπτώσεις θεμελίωσης. Στη δύσκαμπτη θεμελίωση η κατακόρυφη τάση αυξάνεται κάτω από τα άκρα της θεμελίωσης και μειώνεται κάτω από το κέντρο της. Στην εύκαμπτη θεμελίωση η κατακόρυφη τάση αυξάνεται στο κέντρο της και μειώνεται στα άκρα της.



Εικ. 69 Διαγράμματα μέγιστων κατακόρυφων τάσεων για το προσομοίωμα της Γραμμικής Ελαστικότητας (α) δύσκαμπτης θεμελίωσης και (β) εύκαμπτης θεμελίωσης

2. Από τα διαγράμματα των μετατοπίσεων (Εικ. 70) διαπιστώνουμε ότι στην εύκαμπτη θεμελίωση δημιουργούνται μεγαλύτερες παραμορφώσεις στο κέντρο από ότι στα άκρα ενώ στην δύσκαμπτη θεμελίωση το διάγραμμα των μετατοπίσεων είναι πιο επίπεδο επειδή η θεμελίωση παρέχει κάποια αντίσταση στην κάμψη και οι διαφορικές καθιζήσεις είναι μικρότερες.



Εικ. 70 Διαγράμματα μέγιστων κατακόρυφων μετατοπίσεων για το προσομοίωμα της Γραμμικής Ελαστικότητας (α) δύσκαμπτης θεμελίωσης και (β) εύκαμπτης θεμελίωσης

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο Συμπεράσματα

Στη παρούσα Πτυχιακή εργασία έγινε η εκτίμηση των τάσεων στο εσωτερικό του εδάφους λόγω εξωτερικών φορτίων με χρήση αναλυτικών και αριθμητικών προσομοιωμάτων. Συγκεκριμένα έγινε εμβάθυνση στις αναλυτικές μεθόδους υπολογισμού και στις προϋποθέσεις – παραδοχές που τις διέπουν, καθώς επίσης και στις διαφορές από την πραγματική κατάσταση. Όσον αφορά την αριθμητική επίλυση με χρήση πεπερασμένων στοιχείων, χρησιμοποιήθηκαν δύο αναλυτικά προσομοιώματα εδαφικής συμπεριφοράς, της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας (για το οποίο ισχύουν οι αναλυτικές σχέσεις που αναφέρονται προηγούμενα) και το Mohr – Coulomb. Στη συνέχεια έγινε μελέτη του αριθμητικού προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων για το έδαφος και τις ιδιότητες του, με τη χρήση εξειδικευμένου λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων. Τέλος πραγματοποιήθηκαν αναλυτικές και αριθμητικές εφαρμογές, όπου παρουσιάζονται συγκριτικά ώστε να γίνει φανερή η διαφορά των εκτιμήσεων των δύο μεθόδων για διάφορες περιπτώσεις και τιμές των παραμέτρων.

Με βάση τα αποτελέσματα των αριθμητικών και αναλυτικών εφαρμογών είναι δυνατόν να διατυπωθούν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

1. Στο αριθμητικό προσομοίωμα διαπιστώνουμε ότι στις επιλύσεις με τη θεωρία Mohr-Coulomb το φορτίο θεμελίωσης P που επιβάλλεται στα εδάφη έχει μία μέγιστη τιμή για κάθε έδαφος, όταν δηλαδή αστοχήσει (ανάλογα με τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα), αντίθετα στις επιλύσεις με τη θεωρία της ελαστικότητας παρατηρούμε ότι το φορτίο θεμελίωσης μπορεί να έχει άπειρες τιμές. Για το λόγο αυτό όσο προσεγγίζουμε την αστοχία το προσομοίωμα Mohr-Coulomb δίνει πιο ακριβή αποτελέσματα. Αυτό αποτελεί και μειονέκτημα του ελαστικού προσομοιώματος οπότε και των αναλυτικών μεθόδων που θεμελιώνονται στην ελαστική θεωρία.
2. Τα διαγράμματα των πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων δείχνουν ότι οι καμπύλες των τάσεων της ελαστικότητας της αναλυτικής και αριθμητικής μεθόδου δεν έχουν σημαντικές διαφορές, επομένως ο υπολογισμός των τάσεων δεν έχει μεγάλη διαφορά για τον πιο τρόπο θα χρησιμοποιήσει κανείς. Η παρατήρηση αυτή επιβεβαιώνει την αξιοπιστία των υπολογισμών.

3. Από τα αποτελέσματα του αριθμητικού προσομοιώματος με τη θεωρία Mohr-Coulomb διαπιστώνουμε ότι η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα επηρεάζει τις αναπτυσσόμενες τάσεις των εδαφών λόγω της επιβολής φορτίου και μάλιστα όσο η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα πλησιάζει τη στάθμη θεμελίωσης τόσο αυξάνονται οι τιμές των αναπτυσσόμενων τάσεων στο εσωτερικό των εδαφών. Αυτό σημαίνει ότι τα εδάφη θα αστοχήσουν σε μικρότερα φορτία θεμελίωσης P , δηλαδή μειώνεται η αντοχή των εδαφών όσο η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα πλησιάζει τη στάθμη θεμελίωσης. Αυτός είναι και ο λόγος που στην περίπτωση της στάθμης του υδροφόρου ορίζοντα στο $\pm 0,00$ m παρατηρούνται οι μικρότερες τιμές στο φορτίο θεμελίωσης. Έτσι επιβεβαιώνεται ότι η ύπαρξη υδροφόρου ορίζοντα στο έδαφος θεμελίωσης αποτελεί δυσμενή παράγοντα και το συμπέρασμα αυτό βελτιώνει την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων αλλά δείχνει και την επιρροή του υδροφόρου ορίζοντα στις τάσεις στο εσωτερικό του εδάφους.

4. Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων των πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων των δύο θεωριών Mohr-Coulomb και Γραμμικής Ελαστικότητας στην αριθμητική επίλυση, συμπεραίνουμε ότι η θεωρία της Γραμμικής Ελαστικότητας είναι πιο συντηρητική καθώς οι τάσεις που αναπτύσσονται είναι πολύ μικρότερες από αυτές που υπολογίστηκαν με τη θεωρία της Mohr-Coulomb. Συγκεκριμένα από τα διαγράμματα παρατηρούμε ότι οι καμπύλες των πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων μεταξύ των δύο θεωριών δεν απέχουν σημαντικά στα μικρά φορτία θεμελίωσης P , ενώ για τα μεγαλύτερα φορτία οι καμπύλες των τάσεων απέχουν πάρα πολύ. Έτσι επιβεβαιώνεται ότι η γραμμική ισότροπη ελαστικότητα δεν μπορεί να περιγράψει πλήρως τη συμπεριφορά των εδαφών εφ' όσον τα αποτελέσματα των πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων έχουν σημαντικές διαφορές ως προς την λύση με το προσομοίωμα Mohr – Coulomb, το οποίο περιγράφει καλύτερα την εδαφική συμπεριφορά καθώς περιλαμβάνει και την πλαστικότητα στην προσομοίωση του εδάφους σε αντίθεση με την γραμμική ελαστικότητα. Οπότε συμπεραίνουμε ότι η θεωρία της γραμμικής ελαστικότητας μπορεί να χρησιμοποιείται στις κατασκευές μόνο για μικρές φορτίσεις, αντίθετα για μεγάλα φορτία θεμελίωσης πρέπει να χρησιμοποιούμε το κριτήριο αστοχίας Mohr – Coulomb.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι (λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι ο γεωτεχνικός σχεδιασμός των τεχνικών έργων, σε πολύ μεγάλο βαθμό, βασίζεται στην Ελαστική ανάλυση και στην Οριακή Ανάλυση (Limit state analysis)) ο υπολογισμός και η ανάλυση των κατακόρυφων τάσεων στο εσωτερικό του εδάφους λόγω εξωτερικών φορτίων (π.χ. θεμελίωση κτιρίου) με χρήση αναλυτικών και αριθμητικών προσομοιωμάτων. Ένα σύνηθες αποτέλεσμα των έργων Πολιτικού Μηχανικού είναι η επιβολή φορτίων στο έδαφος, όπως για παράδειγμα κατασκευή κτιρίων, φραγμάτων, γεφυρών ή η μείωση των ήδη επιβεβλημένων φορτίων (π.χ. εκσκαφές). Τα επιβεβλημένα φορτία αναλαμβάνονται από τις εδαφικές μάζες με την ανάπτυξη εσωτερικών τάσεων έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι συνθήκες ισορροπίας σε όλα τα εδαφικά στοιχεία και συνεπώς το σύστημα κατασκευή-έδαφος να ισορροπεί. Επομένως η εκτίμηση της υφιστάμενης εντατικής κατάστασης είναι απαραίτητη για το προσδιορισμό της συμπεριφοράς του εδάφους. Απαιτούνται διάφορες παραδοχές και απλοποιήσεις για την εκτίμηση της (με χρήση αναλυτικών νόμων), όπως για παράδειγμα η παραδοχή της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας. Όμως, η μηχανική συμπεριφορά των εδαφικών υλικών απέχει σημαντικά από τις προβλέψεις της γραμμικής ισότροπης ελαστικότητας. Ακριβέστερη προσομοίωση τόσο της επιβαλλόμενης εντατικής κατάστασης όσο και των χαρακτηριστικών του εδαφικού υλικού αλλά και της μη γραμμικής συμπεριφοράς του μπορεί να γίνει με χρήση αριθμητικών προσομοιωμάτων και συγκεκριμένα με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μία σύγχρονη μέθοδος σχεδιασμού τεχνικών έργων η οποία αυξάνει την ταχύτητα και κυρίως την ακρίβεια των υπολογισμών.

Ένας επιπλέον στόχος της εργασίας είναι η εμβάθυνση στις αναλυτικές μεθόδους υπολογισμού και στις προϋποθέσεις-παραδοχές που τις διέπουν καθώς επίσης και στις διαφορές από την πραγματική κατάσταση. Επίσης σκοπός της εργασίας είναι η μελέτη του αριθμητικού προσομοιώματος πεπερασμένων στοιχείων για το έδαφος και τις ιδιότητες του. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται εξειδικευμένο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων (Plaxis).

Εφαρμογές που επιλύονται με τη χρήση των δύο μεθόδων παρουσιάζονται συγκριτικά ώστε να γίνει φανερή η διαφορά των εκτιμήσεων των δύο μεθόδων και πόσο αυτή επηρεάζει τη μελέτη των κατασκευών.

Στο αριθμητικό προσομοίωμα διαπιστώνουμε ότι στις επιλύσεις με τη θεωρία Mohr-Coulomb το φορτίο θεμελίωσης P που επιβάλλεται στα εδάφη έχει μία μέγιστη τιμή για κάθε έδαφος, όταν δηλαδή αστοχήσει (ανάλογα με τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα), αντίθετα στις επιλύσεις με τη θεωρία της ελαστικότητας παρατηρούμε ότι το φορτίο θεμελίωσης μπορεί να έχει άπειρες τιμές. Για το λόγο αυτό όσο προσεγγίζουμε την αστοχία το προσομοίωμα Mohr-Coulomb δίνει πιο ακριβή αποτελέσματα. Αυτό αποτελεί και μειονέκτημα του ελαστικού προσομοιώματος οπότε και των αναλυτικών μεθόδων που θεμελιώνονται στην ελαστική θεωρία.

Τα διαγράμματα των πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων δείχνουν ότι οι καμπύλες των τάσεων της ελαστικότητας της αναλυτικής και αριθμητικής μεθόδου δεν έχουν σημαντικές διαφορές, επομένως ο υπολογισμός των τάσεων δεν έχει μεγάλη διαφορά για τον πιο τρόπο θα χρησιμοποιήσει κανείς. Από τα αποτελέσματα του αριθμητικού προσομοιώματος με τη θεωρία Mohr-Coulomb διαπιστώνουμε ότι η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα επηρεάζει τις αναπτυσσόμενες τάσεις των εδαφών λόγω της επιβολής φορτίου και μάλιστα όσο η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα πλησιάζει τη στάθμη θεμελίωσης τόσο αυξάνονται οι τιμές των αναπτυσσόμενων τάσεων στο εσωτερικό των εδαφών. Αυτό σημαίνει ότι τα εδάφη θα αστοχήσουν σε μικρότερα φορτία θεμελίωσης P , δηλαδή μειώνεται η αντοχή των εδαφών όσο η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα πλησιάζει τη στάθμη θεμελίωσης. Αυτός είναι και ο λόγος που στην περίπτωση της στάθμης του υδροφόρου ορίζοντα στο $\pm 0,00$ m παρατηρούνται οι μικρότερες τιμές στο φορτίο θεμελίωσης. Έτσι επιβεβαιώνεται ότι η ύπαρξη υδροφόρου ορίζοντα στο έδαφος θεμελίωσης αποτελεί δυσμενή παράγοντα και το συμπέρασμα αυτό βελτιώνει την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων αλλά δείχνει και την επιρροή του υδροφόρου ορίζοντα στις τάσεις στο εσωτερικό του εδάφους.

Από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων των πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων των δύο θεωριών Mohr-Coulomb και Γραμμικής Ελαστικότητας στην αριθμητική επίλυση, συμπεραίνουμε ότι η θεωρία της Γραμμικής Ελαστικότητας είναι πιο συντηρητική καθώς οι τάσεις που αναπτύσσονται

είναι πολύ μικρότερες από αυτές που υπολογίστηκαν με τη θεωρία της Mohr-Coulomb. Συγκεκριμένα από τα διαγράμματα παρατηρούμε ότι οι καμπύλες των πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων μεταξύ των δύο θεωριών δεν απέχουν σημαντικά στα μικρά φορτία θεμελίωσης P , ενώ για τα μεγαλύτερα φορτία οι καμπύλες των τάσεων απέχουν πάρα πολύ. Έτσι επιβεβαιώνεται ότι η γραμμική ισότροπη ελαστικότητα δεν μπορεί να περιγράψει πλήρως τη συμπεριφορά των εδαφών εφ' όσον τα αποτελέσματα των πρόσθετων κατακόρυφων τάσεων έχουν σημαντικές διαφορές ως προς την λύση με το προσομοίωμα Mohr – Coulomb, το οποίο περιγράφει καλύτερα την εδαφική συμπεριφορά καθώς περιλαμβάνει και την πλαστικότητα στην προσομοίωση του εδάφους σε αντίθεση με την γραμμική ελαστικότητα. Οπότε συμπεραίνουμε ότι η θεωρία της γραμμικής ελαστικότητας μπορεί να χρησιμοποιείται στις κατασκευές μόνο για μικρές φορτίσεις, αντίθετα για μεγάλα φορτία θεμελίωσης πρέπει να χρησιμοποιούμε το κριτήριο αστοχίας Mohr – Coulomb.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Barnes G. E., (2000), «Εδαφομηχανική – Αρχές και Εφαρμογές», Εκδόσεις Κλειδάριθμος, 2005
- [2] Καββαδάς Μ., «Στοιχεία Εδαφομηχανικής – Σχέσεις Τάσεων - Παραμορφώσεων των Εδαφικών Υλικών », Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2006
<http://users.ntua.gr/kavvadas/Books/Soil%20Mechanics/ch06.pdf> (15-04-2010)
- [3] Βικιπαίδεια, «Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων», Ηλεκτρονικές Σημειώσεις
http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9C%CE%AD%CE%B8%CE%BF%CE%B4%CE%BF%CF%82_%CF%80%CE%B5%CF%80%CE%B5%CF%81%CE%B1%CF%83%CE%BC%CE%AD%CE%BD%CF%89%CE%BD_%CF%83%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CF%89%CE%BD(05-04-2010)
- [4] Χρ. Δήμου, «Πεπερασμένα Στοιχεία», Πολιτικών Δομικών Έργων, Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Πειραιά, Αθήνα, 2009
<http://mmc.teipir.gr/forum1/viewtopic.php?f=51&t=110&sid=073cb89b42b053a637e740230f632a24> (18-5-2010)
- [5] PLAXIS[®], 2D – Version 8 (Educational version), R.B.J. Brinkgreve, Delft University of Technology & Plaxis b.v., The Netherlands
- [6] Καββαδάς Μ., «Στοιχεία Εδαφομηχανικής – Μετάδοση Τάσεων Λόγω Επιβολής Εξωτερικών Φορτίων », Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2006
<http://users.ntua.gr/kavvadas/Books/Soil%20Mechanics/ch08.pdf>(25-07-2010)
- [7] H.G. Poulos & E.H. Davis, (1973), «Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics», The University of Sydney, NSW, Australia, 2006
- [8] Σακελλαρίου Γ.Μ. – Κοζάνης Σ., «Ανάπτυξη Προγράμματος Πεπερασμένων Στοιχείων», Τ.Α.Τ.Μ. – Ε.Μ.Π., Αθήνα, 1996
http://itia.ntua.gr/~soulman/fem_dev.pdf (26-06-2010)
- [9] Καββαδάς Μ., «Στοιχεία Εδαφομηχανικής - Φυσικά Χαρακτηριστικά Εδαφών », Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2006
<http://users.ntua.gr/kavvadas/Books/Soil%20Mechanics/ch02.pdf> (16-04-2010)
- [10] Καββαδάς Μ., Διαλέξεις του μαθήματος «Θεμελιώσεις», «Καθιζήσεις επιφανειακών θεμελιώσεων», Πολιτικών Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2006
<http://users.ntua.gr/kavvadas/Books/Foundations/04-settlements.pdf> (06-05-2010)

[11] Καββαδάς Μ., Διαλέξεις του μαθήματος «Θεμελιώσεις», «Φέρουσα ικανότητα επιφανειακών θεμελιώσεων», Πολιτικών Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2007

<http://users.ntua.gr/kavvadas/Books/Foundations/02-bearing%20capacity.pdf>(30-03-2010)

[12] Adrian Rodriguez-Marek (Washington State University) (Team Leader), Jorge Alva Hurtado (Universidad Nacional de Ingeniería), Brady Cox (University of Arkansas), Jorge Meneses (Kleinfelder), Viviana Moreno (Catholic University of Peru), Manuel Olcese (Catholic University of Peru), Rodolfo Sancio (Golder Associates), Joseph Wartman (Drexel University), «Preliminary Reconnaissance Report on the Geotechnical Engineering Aspects of the August 15, 2007 Pisco, Peru earthquake», Report of the National Science Foundation-Sponsored Geotechnical Earthquake Engineering Reconnaissance (GEER) Team Posted Online on September 8, 2007

http://www.geerassociation.org/GEER_Post%20EQ%20Reports/Peru_2007/DSC05045.JPG (15-03-2010)

[13] Καββαδάς Μ., Διαλέξεις του μαθήματος «Θεμελιώσεις», «Διάλεξη 1γ Εισαγωγή», Πολιτικών Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2005

<http://users.ntua.gr/kavvadas/Books/Foundations/01c-intro.pdf> (18-02-2010)

[14] Παπαδρακάκης Μ., (2001), «Ανάλυση φορέων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα,

[15] Σάββα Γεώργιος, «Ανάπτυξη μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων για τη μελέτη της οστικής ανακατασκευής βραχέων οστών», Διπλωματική Εργασία, Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2007

[16] Ευρωκώδικας 7 – ENV, (1997), «Γεωτεχνικός σχεδιασμός» http://www.geo.auth.gr/883_lab/SoilMedia/Eurocode%207.pdf (14-10-2009)

[17] Αλέξανδρος Κακλαμάνης, «Εκτίμηση του κινδύνου αστοχίας των τεχνικών έργων», Πολιτικός Μηχανικός, Ε.Μ.Π., Ηλεκτρονικές Σημειώσεις <http://www.alexkaklamanis.com/datafiles/files/>(30-03-2010)

[18] Ράπτη Δέσποινα, «Τοίχοι οπλισμένου εδάφους υπό σεισμική φόρτιση – αριθμητική ανάλυση συμπεριφοράς», Διατριβή, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα, 2006

- [19] Κωμοδρόμος Πέτρος, «Προχωρημένη ανάλυση κατασκευών με Η/Υ», «Εισαγωγή στις μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων», Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Κύπρου, Κύπρος, 2006
http://www.eng.ucy.ac.cy/CEE501/Fall2006/CEE501_8_FiniteElements.pdf (19-05-2010)
- [20] Κούκη Αθανασία, «Τεχνικογεωλογικές – γεωτεχνικές παράμετροι και μηχανική συμπεριφορά σκληρών εδαφών και μαλακών βράχων στο σχεδιασμό υπόγειων τεχνικών έργων», Διδακτορική διατριβή, Τμήμα Γεωλογίας, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα, 2006
- [21] Γεωργιάδης Κ. – Γεωργιάδης Μ., «Στοιχεία εδαφομηχανικής», Εκδόσεις Ζήτη, Αθήνα, 2005
- [22] Forensics Professionals Company, «Foundations»
<http://4n6pros.com/property.htm> (05-06-2010)
- [23] Αδάμ Δημήτριος, «Πύργος της Πίζας»
http://3.bp.blogspot.com/_Vzn9t-dObAM/SwcTybCUkMI/AAAAAAAAAKcY/gjBkeBZzDH4/s1600/tower.jpg (18-9-2009)
- [24] Jefford Darren, «Σχεδιασμός μονοθεσίου»
http://www.f1live.gr/wp-content/uploads/2010/08/front.wing_.jpg(10-12-2009)
- [25] Clerkin Paul, «Transcona silo, Winnipeg»
<http://www.archiseek.com/content/showthread.php?t=3043>(11-12-2009)
- [26] Hemicoff A., (1941), «Solution of problems in elasticity by the frame work method», Journal of Applied Mechanics, Transaction of ASME, Vol. 8, 169 – 175.
- [27] Courant R., (1943), «Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations», Bulletin of the American Mathematical Society, Vol. 49, 1 – 23.
- [28] Argyris, J.H., (1955), “Energy Theorem and Structural Analysis”, Aircraft Engineering, London, England, Vol. 26.
- [29] Turner, M.J., Clough, R.W., Martin, H.C., Topp, L.J., (1956). “Stiffness and deflection analysis of complex structures”, Journal of Aeronautical Science, Vol. 9, 805 – 824.
- [30] Clough, R.W., (1960). “The finite element method in plane stress analysis”, Proceedings, ASCE, 2nd Conference on Electronic Computation, Vol. 23, 345 - 378.
- [31] Argyris, J.H., Kelsey, S., (1960). Energy Theorems and Structural Analysis, Butterworth Scientific Publications, London, England.

[32] Zienkiewicz, O.C., (1971). The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill, London, England.

[33] Chung, T.J., (1978). Finite Element Analysis in Fluid Dynamics, McGraw-Hill, New-York, USA.

[34] Oden, J.T., (1972) Finite Elements of Non-Linear Continua, McGraw-Hill, New-York, USA.