

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ



**ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΒΛΑΒΩΝ ΣΕ ΥΠΟ ΚΛΙΜΑΚΑ ΟΜΟΙΩΜΑ  
ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΑΣ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΥΤΗΣ**

---

**MODEL-BASED FAULT DETECTION IN A SCALED MODEL OF AN  
INDUSTRIAL PROCESS**

ΠΕΤΡΟΣ ΓΡΙΒΑΚΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΔΗΜΟΓΙΑΝΝΟΠΟΥΛΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΚΑΙ  
ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ**

ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2018

## ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος Πέτρος Γριβάκος, του Ιωάννη, φοιτητής του Τμήματος Μηχανικών Αυτοματισμού Τ.Ε του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής, πριν αναλάβω την εκπόνηση της Πτυχιακής Εργασίας μου, δηλώνω ότι ενημερώθηκα για τα παρακάτω:

«Η Πτυχιακή Εργασία (Π.Ε) αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο του συγγραφέα, όσο και του Ιδρύματος και θα πρέπει να έχει μοναδικό χαρακτήρα και πρωτότυπο περιεχόμενο.

Απαγορεύεται αυστηρά οποιοδήποτε κομμάτι κειμένου της να εμφανίζεται αυτούσιο ή μεταφρασμένο από κάποια άλλη δημοσιευμένη πηγή. Κάθε τέτοια πράξη αποτελεί προϊόν λογοκλοπής και εγείρει θέμα Ηθικής Τάξης για τα πνευματικά δικαιώματα του άλλου συγγραφέα. Αποκλειστικός υπεύθυνος είναι ο συγγραφέας της Π.Ε, ο οποίος φέρει και την ευθύνη των συνεπειών, ποινικών και άλλων, αυτής της πράξης.

Πέραν των όποιων ποινικών ευθυνών του συγγραφέα, σε περίπτωση που το Ίδρυμα του έχει απονείμει Πτυχίο, αυτό ανακαλείται με απόφαση της Συνέλευσης του Τμήματος. Η Συνέλευση του Τμήματος με νέα απόφασή της, μετά από αίτηση του ενδιαφερόμενου, του αναθέτει εκ νέου την εκπόνηση Π.Ε με άλλο θέμα και διαφορετικό επιβλέποντα καθηγητή. Η εκπόνηση της εν λόγω Π.Ε πρέπει να ολοκληρώσει εντός τουλάχιστον ενός ημερολογιακού βμήνου από την ημερομηνία ανάθεσής της.

**Ο Δηλών**



**Ημερομηνία**

04/10/2018

## Περίληψη

Η παρούσα εργασία ασχολείται με την ανίχνευση και αναγνώριση πιθανής βλάβης σε εφαρμογή που αποτελεί μικρογραφία βιομηχανικού συστήματος. Συγκεκριμένα, πρόκειται για σύστημα ηλεκτροκινητήρα συνεχούς ρεύματος υπό έλεγχο για διατήρηση σταθερών στροφών, όπως τυπικά συμβαίνει και σε βιομηχανικές διεργασίες παραγωγής. Ο σκοπός της εργασίας είναι η ανάπτυξη αλγορίθμου με τον οποίο θα ανιχνεύεται η ύπαρξη βλάβης στον ελεγχόμενο κινητήρα από τα συλλεγόμενα δεδομένα εξόδου στροφών αυτού, χωρίς να απαιτείται η παύση λειτουργίας του και η επιθεώρησή του με τεχνικά μέσα. Για το λόγο αυτό υπολογίζεται (αναγνωρίζεται) μοντέλο του κινητήρα σε διάφορα σημεία λειτουργίας σε ανοικτό βρόχο, το οποίο χρησιμοποιείται για την μαθηματική αναπαράσταση της λειτουργίας του συστήματος του κινητήρα όταν αυτός είναι υπό έλεγχο σε κλειστό βρόχο. Χρησιμοποιώντας καταγεγραμμένες τιμές στροφών του ελεγχόμενου κινητήρα που συλλέγονται όταν αυτός λειτουργεί κανονικά (μέσω συστήματος συλλογής ανεπτυγμένου επίσης στα πλαίσια της εργασίας), οι τιμές των παραμέτρων του παραπάνω θεωρητικού μοντέλου παρακολουθούνται για μεταβολές που οφείλονται σε εκδήλωση βλάβης κατά τον συγκεκριμένο κύκλο λειτουργίας. Ο αλγόριθμος υπολογίζει αυτές τις μεταβολές ακόμα και υπό συνθήκες ύπαρξης πειραματικής αβεβαιότητας σε σχέση με το θεωρητικό μοντέλο, και στη συνέχεια επιτυγχάνει την ανίχνευση και αναγνώριση του τύπου της βλάβης που έχει συμβεί στον κύκλο λειτουργίας στον οποίο καταγράφηκαν τα πειραματικά δεδομένα. Τα οφέλη από μια τέτοια προσέγγιση είναι προφανή τόσο στη μείωση του κόστους συντήρησης όσο και στην αύξηση της διαθεσιμότητας έργου (άρα και της παραγωγικότητας) μιας βιομηχανικής διεργασίας.

## **Abstract**

The present work deals with the detection and identification of possible damage to an application which essentially is a scaled-down model of an industrial system. In particular, it consists of a DC motor system in closed loop which should reach and maintain constant speeds, as is typically the case with industrial production processes. The purpose of this thesis is to develop an algorithm that detects occurrence of a fault in the controlled motor from its recorded output speed data, without requiring complete system shut down and inspection. For this purpose, a model of the DC-motor is identified at various open loop operating points and is then used to mathematically represent the operation of the motor system in closed loop. Using the recorded closed-loop speed data (by means of an acquisition system also developed in the context of this thesis), the values of the above theoretical model parameters are monitored for changes due to failures occurring during its operation. The algorithm computes these changes even under conditions of experimental uncertainty with respect to the theoretical model, and then it detects and identifies the type of fault that has occurred. The benefits of this approach are obvious both in reducing maintenance costs and in increasing the availability (and hence productivity) of an industrial process.

## Πίνακας περιεχομένων

1 Εισαγωγή.....	7
1.2 Υλικό και Λογισμικό.....	8
1.3 Ανίχνευση Βλάβης.....	9
1.4 Διαδικασία Μοντελοποίησης.....	9
1.5 Οι Παράμετροι των Μοντέλων.....	11
1.6 Η Διάρθρωση της Εργασίας.....	11
2 Θεωρητικό Υπόβαθρο.....	12
2.1 Βασικές Έννοιες των Συστημάτων Ελέγχου.....	12
2.2 Ο Μετασχηματισμός Laplace.....	14
2.3 Συνάρτηση Μεταφοράς.....	15
2.4. Η Ολική Συνάρτηση Μεταφοράς.....	16
3 Υλικό και Λογισμικό.....	18
3.1 Το Υλικό του Εργαστηρίου.....	18
3.2 Το Σύστημα Συλλογής Δεδομένων.....	22
3.2.1 Προηγούμενες Προσεγγίσεις.....	23
I) Κύκλωμα Διαμόρφωσης Πλάτους.....	23
II) Κύκλωμα Διαμόρφωσης Συχνότητας.....	25
3.2.2 Η Πλακέτα Ελέγχου Arduino Uno.....	26
-Ο Arduino Uno ως Data Logger.....	27
-Κύκλωμα Εισόδου.....	28
3.3 Λογισμικό.....	30
3.3.1 Το Λογισμικό της Πλακέτας Arduino Uno.....	30
3.3.2 Το Περιβάλλον matlab®.....	31
4 Μοντελοποίηση του Κινητήρα.....	32
4.1 Μέθοδος.....	32
4.1.1 Επιλογή του Μοντέλου.....	32
Χαρακτηριστικά Πρωτοβάθμιου Μοντέλου.....	34
4.1.2 Διαδικασία Μοντελοποίησης.....	35
4.1.3 Μέθοδος Εκτίμησης των Παραμέτρων.....	35
4.1.4 Συχνότητα Δειγματοληψίας.....	36
Υπερδειγματοληψία (Oversampling).....	36
4.1.5 Ο Κώδικας στο matlab®.....	39
4.2 Αποτελέσματα.....	40
5 Μοντελοποίηση του Κλειστού Συστήματος.....	45
5.1 Μέθοδος.....	45
5.1.2 Εκτίμηση των Παραμέτρων.....	47
5.1.3 Διαδικασία Πειράματος.....	47
5.1.4 Κώδικας.....	47
5.2.1 Αβεβαιότητα Μοντελοποίησης.....	51
5.2.2 Διόρθωση του Μοντέλου Κλειστού Βρόχου.....	55
6 Ανίχνευση Βλάβης.....	57
6.1 Μέθοδος.....	57
6.1.1 Μόνιμη Βλάβη.....	58
6.1.2 Περιοδική Βλάβη.....	60

6.2 Αποτελέσματα.....	61
6.2.1 Αποτελέσματα Μόνιμης Βλάβης.....	61
6.2.2 Αποτελέσματα Περιοδικής Βλάβης.....	65
6.3 Ανίχνευση Βλάβης.....	68
7 Συμπεράσματα.....	70
8 Βιβλιογραφία.....	71
9 Παραρτήματα.....	73
9.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση.....	73
9.1.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση στο Πεδίο του Χρόνου.....	73
9.1.2. Μοντελοποίηση και Λύση Ηλεκτρικών Κυκλωμάτων Μέσω του Μετασχηματισμού Laplace.....	75
9.2 Ελεγκτές.....	77
9.2.1 Ελεγκτής -P.....	77
9.2.2 Ο ελεγκτής -PI.....	78
9.2.3 Ο ελεγκτής -PD.....	80
9.2.4 Ο ελεγκτής -PID.....	81
9.3 Μοντελοποίηση Κινητήρα -DC.....	83

# 1 Εισαγωγή

Η έγκαιρη και ακριβής ανίχνευση και διάγνωση βλάβης στις σύγχρονες βιομηχανικές εγκαταστάσεις μπορεί να ελαχιστοποιήσει το χρόνο διακοπής λειτουργίας, να αυξήσει την ασφάλεια των εγκαταστάσεων και να μειώσει το κόστος παραγωγής. Ο σκοπός της εργασίας αυτής είναι η ανάπτυξη μιας μεθόδου μέσω της οποίας θα επιτυγχάνεται η ανίχνευση βλάβης ενός συγκεκριμένου κινητήρα συνεχούς ρεύματος (DC) που βρίσκεται στο εργαστήριο των Σ.Α.Ε. 2 και αποτελεί μικρογραφία ενός βιομηχανικού συστήματος.

Λόγω της βιομηχανικής εφαρμογής της μεθόδου ο σχεδιασμός της ανίχνευσης βλάβης πρέπει να σέβεται τις απαιτήσεις μιας αυξανόμενα ανταγωνιστικής αγοράς, να ελαχιστοποιεί το κόστος εφαρμογής της και να αποσκοπεί στην βέλτιστη αποτελεσματικότητά της. Σημαντικό είναι κατά τη διάρκεια εφαρμογής της μεθόδου να μην απαιτείται η διακοπή της παραγωγικής διαδικασίας και η επιθεώρηση του κινητήρα με τεχνικά μέσα, αλλά η ανίχνευση της βλάβης γίνεται κατά τον κύκλο λειτουργίας του κινητήρα, παρακολουθώντας το ελεγχόμενο σύστημα για τυχόν αποκλίσεις από τη συμπεριφορά κανονικής λειτουργίας.

Η ανίχνευση και διάγνωση της βλάβης γίνεται αλγοριθμικά, με την επεξεργασία των δεδομένων της εξόδου του ελεγχόμενου συστήματος που εισάγονται στον υπολογιστή. Ο αλγόριθμος λειτουργεί εκτιμώντας τις λειτουργικές παραμέτρους του κινητήρα και συγκρίνοντάς τις εκτιμηθείσες με τις ονομαστικές παραμέτρους ορθής λειτουργίας. Η απόκλιση μεταξύ τους θα οδηγήσει στο συμπέρασμα ύπαρξης βλάβης και στη διάγνωση του είδους της βλάβης αυτής. Κύρια επιδίωξη ήταν η μέθοδος που θα αναπτυχτεί να μπορεί να είναι εφαρμόσιμη με την χρήση ενός φορητού υπολογιστή και των ελάχιστων δυνατών εξωτερικών μέσων για τη συλλογή των μετρήσεων από το σύστημα του εργαστηρίου.

Για την ανίχνευση της βλάβης τα βασικά προβλήματα που εγείρονται είναι:

- Η συλλογή αξιόπιστων μετρήσεων των λειτουργικών παραμέτρων του κινητήρα
- Η εύρεση των τιμών αναφοράς της κανονικής λειτουργίας του κινητήρα
- Η δημιουργία μοντέλου που θα προσομοιώνει τη λειτουργία του υπό έλεγχο κινητήρα με τη καλύτερη δυνατή ακρίβεια

Από τις μετρήσεις που συλλέγονται από την έξοδο του κινητήρα γίνεται η μοντελοποίηση του συστήματος και η ανίχνευση βλάβης. Υψηλότερη ποιότητα μετρήσεων οδηγεί στα ορθότερα συμπεράσματα κατά την πορεία εκτέλεσης της άσκησης. Για την διεξαγωγή μετρήσεων στην έξοδο του συστήματος του εργαστηρίου κατασκευάστηκε σύστημα συλλογής δεδομένων με βάση την πλακέτα ελέγχου Arduino Uno, που χρησιμοποιεί τον μικροελεγκτή ATmega328P. Με αυτό τον τρόπο εξασφαλίζεται ακρίβεια στις καταγεγραμμένες τιμές της τάξεως των 4.9 mV και συχνότητα δειγματοληψίας μέχρι 10 KHz. Πριν τη χρήση του μικροελεγκτή, για λόγους ελαχιστοποίησης κόστους, δοκιμάστηκαν εναλλακτικές μέθοδοι συλλογής των δεδομένων από την έξοδο του κινητήρα, οι οποίες δεν ευδοκίμησαν, αλλά αναφέρονται σε επόμενο κεφάλαιο για λόγους πιθανής μελλοντικής βελτίωσης.

Οι τιμές αναφοράς της κανονικής λειτουργίας του κινητήρα δεν είναι γνωστές, αλλά πρόκειται να εκτιμηθούν σε μία πρωταρχική αναγνώριση του μοντέλου. Η αναγνώριση του ονομαστικού μοντέλου θα γίνει αλγοριθμικά με τη χρήση του περιβάλλοντος matlab® , μέσω του οποίου από τα συλλεγόμενα δεδομένα κανονικής λειτουργίας του κινητήρα γίνεται η εκτίμηση των ονομαστικών παραμέτρων του.

Η μοντελοποίηση του κινητήρα όταν αυτός λειτουργεί υπό έλεγχο γίνεται επίσης στο matlab®, όπου από τα δεδομένα εξόδου κλειστού βρόχου γίνεται η εκτίμηση των παραμέτρων του προς εξέταση μοντέλου. Κατά τη μοντελοποίηση του κινητήρα σε κλειστό βρόχο προκύπτει πειραματική αβεβαιότητα σε σχέση με το θεωρητικό μοντέλο, η οποία λύνεται με τη χρήση διορθωτικών συντελεστών που ταιριάζουν τις παραμέτρους του πειραματικού μοντέλου με το θεωρητικό.

## **1.2 Υλικό και Λογισμικό**

Η πλακέτα Arduino Uno λειτουργεί σαν καταγραφικό (data logger) με την προσαρμογή της επέκτασης data logger shield που επιτρέπει τη γρήγορη επικοινωνία του μικροελεγκτή με μια κάρτα μνήμης (sd card). Τα δεδομένα με τη λήξη της καταγραφής αποθηκεύονται στην κάρτα μνήμης δια μέσου της οποίας μπορούν να εισαχθούν στον υπολογιστή. Η χρήση της κάρτας μνήμης επιλέχτηκε για την προσωρινή αποθήκευση των δεδομένων καθώς η απευθείας επικοινωνία του Arduino με τον υπολογιστή ήταν αργή, μην επιτρέποντας συχνότητες δειγματοληψίας μεγαλύτερες των 50 Hz.



Η πλατφόρμα Arduino είναι ανοιχτού κώδικα (open source) και χρησιμοποιεί έτοιμο κώδικα και βιβλιοθήκες για την υλοποίηση του καταγραφικού που μπορούν να βρεθούν στο διαδίκτυο. Η επεξεργασία των δεδομένων που εισάγονται στον υπολογιστή, γίνεται μέσω του περιβάλλοντος matlab® . Το matlab® χρησιμοποιείται για την ανάλυση των δεδομένων, την ανάπτυξη αλγορίθμων και τη δημιουργία μοντέλων και εφαρμογών που θα καταστήσουν ικανή την ανίχνευση βλάβης.

### 1.3 Ανίχνευση Βλάβης

Ως βλάβη (fault) ενός κινητήρα ορίζουμε την απομάκρυνση κάποιας από τις λειτουργικές παραμέτρους του από ένα αποδεκτό όριο τιμών. Η απομάκρυνση αυτής της παραμέτρου μπορεί να οφείλεται στη μακροχρόνια χρήση του κινητήρα που προκαλεί μηχανικές φθορές, είτε σε μια ξαφνική αστοχία υλικού. Το διαγνωστικό σύστημα πρόκειται να παρακολουθεί τις παραμέτρους του κινητήρα και να ανιχνεύει τέτοιου είδους πιθανές μεταβολές.

Για να συμπεράνουμε την ύπαρξη βλάβης πρέπει να συγκρίνουμε τις παραμέτρους του κινητήρα μεταξύ δύο διαφορετικών καταστάσεων. Η μια κατάσταση είναι αυτή του κινητήρα χωρίς βλάβη και η άλλη κατάσταση είναι αυτή του προς εξέταση κινητήρα. Οι παράμετροι του προς εξέταση κινητήρα δεν είναι άμεσα μετρήσιμες γιατί ο κινητήρας λειτουργεί σε συνδεσμολογία κλειστού βρόχου, οπότε θα βρεθούν υπολογιστικά, γνωρίζοντας το μαθηματικό μοντέλο του κλειστού συστήματος και πηγαίνοντας αντίστροφα, από την εκτίμηση των παραμέτρων του κλειστού συστήματος στον υπολογισμό των παραμέτρων του ανοικτού. Η ανίχνευση βλάβης θα γίνει συγκρίνοντας τις παραμέτρους του προς εξέταση κινητήρα, με τις ονομαστικές.

### 1.4 Διαδικασία Μοντελοποίησης

Οι ονομαστικές τιμές των παραμέτρων του κινητήρα δεν είναι γνωστές γι' αυτό πρόκειται να εκτιμηθούν αναγνωρίζοντας τη συνάρτηση μεταφοράς του. Για την αναγνώριση της συνάρτησης μεταφοράς θα θεωρήσουμε ένα γνωστό μοντέλο-άγνωστων παραμέτρων, τις τιμές των οποίων θα εκτιμήσουμε με τη μέθοδο της βηματικής απόκρισης. Αυτό που θα γίνει άμεσα αντιληπτό είναι ότι πρόκειται για ένα σύστημα μεταβλητών παραμέτρων, καθώς το κέρδος και η χρονική σταθερά του κινητήρα αλλάζουν ανάλογα με την τάση τροφοδοσίας.

Αυτό θα οδηγήσει στο να θεωρήσουμε μοντέλο διαφορετικών παραμέτρων για διακριτές τιμές τροφοδοσίας ανά μισό Volt.

Από εκεί έχοντας βρει ένα μοντέλο για τον κινητήρα και γνωρίζοντας τις συναρτήσεις μεταφοράς των υπολοίπων βαθμίδων θα προχωρήσουμε στον θεωρητικό υπολογισμό τις συνάρτησης μεταφοράς του κλειστού συστήματος. Αυτή θα χρησιμεύσει στην ανίχνευση βλάβης, όταν από τη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος θα προβούμε στην εκτίμηση των παραμέτρων του ανοικτού (κινητήρα).

Σειρά έχει η επιβεβαίωση του μοντέλου που υπολογίστηκε για το κλειστό σύστημα, όπου θα συγκρίνουμε τις παραμέτρους του κινητήρα 1) που εκτιμήθηκαν από τη βηματική απόκριση του ανοικτού συστήματος και 2) που εκτιμήθηκαν εκτελώντας υπολογισμούς από τη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος, γνωρίζοντας την ολική συνάρτηση μεταφοράς. Αυτό που θα παρατηρήσουμε είναι η διαφορά μεταξύ των παραμέτρων των δύο μοντέλων του κινητήρα. Η διαφορά αυτή προκύπτει γιατί το μοντέλο που επιλέχτηκε για την προσομοίωση του κινητήρα είναι προσεγγιστικό και δεν μπορεί να συμπεριλάβει όλες τις παραμέτρους (μηχανικές τριβές, ροπή αδράνειας, αντιηλεκτρεγερτική δύναμη κ.λπ.) που παίρνουν σημαντικό ρόλο όσο η τάση τροφοδοσίας αυξάνει και εφαρμόζεται ανάδραση. Αυτή η διαφορά στις παραμέτρους θα οδηγήσει στην διόρθωση του μοντέλου που εξάγαμε από την βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος, ώστε να συμβαδίσει με το ονομαστικό, με τη χρήση διορθωτικών συντελεστών.

Και τελικά έχοντας υπολογίσει ένα έγκυρο μοντέλο για το κλειστό σύστημα θα γίνει η αλγοριθμική ανίχνευση βλάβης, όπου θα συγκρίνονται οι πειραματικές παράμετροι με τις ονομαστικές. Στο στάδιο της αλγοριθμικής ανίχνευσης πρόκειται να γίνει η προσομοίωση βλάβης στον κινητήρα και η εξέταση της αποτελεσματικότητας στην ανίχνευσή της.

Συνοπτικά τα βήματα που ακολουθούνται είναι τα εξής:

- Μοντελοποίηση του κινητήρα με τη μέθοδο της βηματικής απόκρισης σε ανοιχτό βρόχο-εκτίμηση των παραμέτρων  $K$  και  $T$
- Από τις συναρτήσεις μεταφοράς των επί μέρους βαθμίδων θεωρητικό υπολογισμό της συνάρτησης μεταφοράς του κλειστού συστήματος
- Από τη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος, γνωρίζοντας την ολική συνάρτηση μεταφοράς εκτίμηση των παραμέτρων του κινητήρα  $K_{est}$  και  $T_{est}$

- Επικύρωση και διόρθωση του μοντέλου προσθέτοντας στις εκτιμώμενες παραμέτρους το σφάλμα  $K - K_{est}$  και  $T - T_{est}$
- Προσομοίωση βλαβών και ανίχνευση τους σε λειτουργία του κινητήρα σε κλειστό βρόχο

## 1.5 Οι Παράμετροι των Μοντέλων

Συνολικά οι παράμετροι που χρησιμοποιούνται στη μοντελοποίηση των συστημάτων είναι οι εξής:

- $K$  και  $T$ , οι παράμετροι κέρδους και χρονικής σταθεράς της συνάρτησης μεταφοράς του κινητήρα που εκτιμώνται από τη βηματική απόκριση του ανοικτού συστήματος
- $K_0$  και  $T_0$  οι παράμετροι κέρδους και χρονικής σταθεράς της συνάρτησης μεταφοράς του κλειστού συστήματος που εκτιμώνται από τη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος
- $K_{est}$  και  $T_{est}$  οι παράμετροι κέρδους και χρονικής σταθεράς της συνάρτησης μεταφοράς του κινητήρα που εκτιμώνται υπολογιστικά από τη βηματική απόκριση του κλειστού συστήματος

## 1.6 Η Διάρθρωση της Εργασίας

Η παρούσα πτυχιακή εργασία δομείται με τον εξής τρόπο: Το πρώτο κεφάλαιο της εργασίας είναι η εισαγωγή, στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται ένα σύντομο θεωρητικό υπόβαθρο, στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται το υλικό και το λογισμικό που χρησιμοποιείται στην εργασία, στο κεφάλαιο 4 γίνεται η μοντελοποίηση του κινητήρα σε ανοιχτό βρόχο, στο κεφάλαιο 5 γίνεται η μοντελοποίηση του κλειστού συστήματος και ο υπολογισμός των συντελεστών για τη διόρθωση του μοντέλου και στο κεφάλαιο 6 γίνεται η ανίχνευση βλαβών εφαρμόζοντας στον κινητήρα προσομοίωση βλάβης. Ακολουθεί το παράρτημα με κάποιες εφαρμογές του μετασχηματισμού Laplace στην μοντελοποίηση ηλεκτρονικών κυκλωμάτων.

## 2 Θεωρητικό Υπόβαθρο

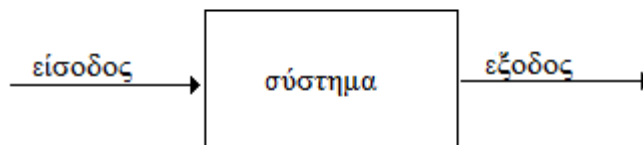
Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται μια σύντομη περιγραφή των βασικών στοιχείων της θεωρίας αυτομάτου ελέγχου που θα φανούν χρήσιμα για την κατανόηση αυτής της εργασίας.

### 2.1 Βασικές Έννοιες των Συστημάτων Ελέγχου

Σύστημα είναι το σύνολο στοιχείων που συνεργάζονται και υπό δεδομένη διέγερση παράγουν ένα συγκεκριμένο αποτέλεσμα (βλ. σελ. 71, [1])

Έτσι γίνεται αντιληπτό πώς το σύστημα διαχωρίζεται από το περιβάλλον του μέσω κάποιων ορίων. Οποιοδήποτε στοιχείο δεν αλληλεπιδρά με κανένα άλλο μέρος του συστήματος δεν θεωρείται μέρος του και αποτελεί τον περιβάλλοντα χώρο του.

Το σύστημα ανταλλάσσει πληροφορίες με το περιβάλλον του. Δέχεται ερεθίσματα και αντιδρά προς αυτό. Τα μεγέθη επικοινωνίας ενός δυναμικού συστήματος με το περιβάλλον ονομάζονται *είσοδος* και *έξοδος* του συστήματος.



*Σχήμα 2.1 Γραφική απεικόνιση συστήματος*

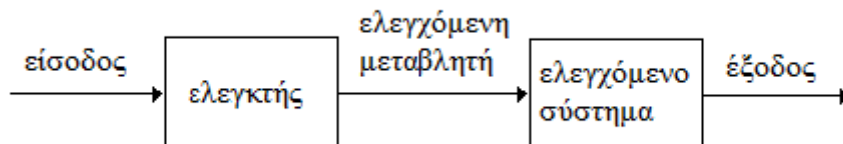
Ένα σύστημα καθορίζεται από δύο βασικά χαρακτηριστικά:

- τη δομή (structure), δηλαδή την εσωτερική διάταξη των στοιχείων του και τις σχέσεις που συνδέουν τα στοιχεία μεταξύ τους και με το περιβάλλον του συστήματος
- τη δυναμική λειτουργία (operation), δηλαδή το αποτέλεσμα της δράσης των παραπάνω σχέσεων στην εισαγωγή ενέργειας στο σύστημα

Η διαδικασία μέσω της οποίας οδηγούμε ένα συνεχόμενης λειτουργίας δυναμικό σύστημα ώστε να αποκριθεί με έναν συγκεκριμένο τρόπο, εξασφαλίζοντας την ευστάθειά του, ονομάζεται *έλεγχος*. Ο μηχανισμός μέσω του οποίου οδηγούμε το σύστημα ώστε να

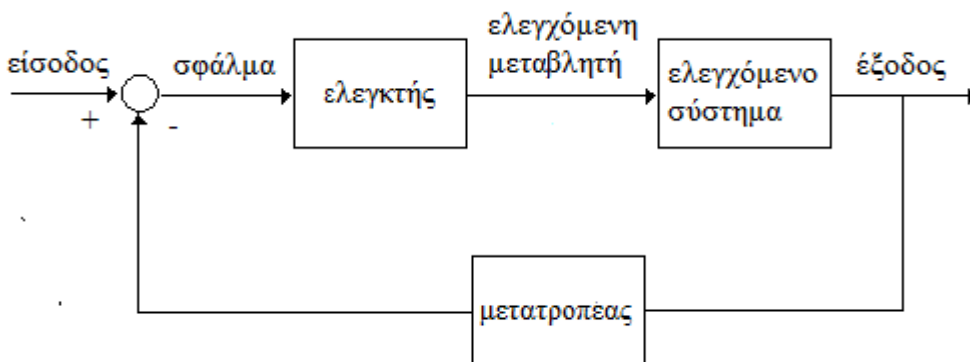
λειτουργήσει με τον επιθυμητό τρόπο ονομάζεται *ελεγκτής*. Υπάρχουν δύο τρόποι ελέγχου ενός συστήματος:

Ο πρώτος είναι σε ανοιχτό βρόχο όπου μέσω του ελεγκτή καθορίζεται η κατάλληλη *ελεγχόμενη μεταβλητή* ώστε το σύστημα να ακολουθεί την είσοδο αναφοράς. Με αυτό τον τρόπο η έξοδος του ελεγκτή είναι ανεξάρτητη από την έξοδο του συστήματος, έτσι δεν είναι δεδομένο ότι η έξοδος του συστήματος θα ακολουθήσει την είσοδο αναφοράς.



*Σχήμα 2.2* Λειτουργικό διάγραμμα βαθμίδων ανοιχτού συστήματος ελέγχου

Και ο δεύτερος είναι μέσω του κλάδου ανάδρασης όπου ένα μέρος της εξόδου ανατροφοδοτείται στην είσοδο και το σύστημα αυτοδιορθώνεται μέχρι να προσεγγίσει την επιθυμητή τιμή. Στον δεύτερο τρόπο ο οποίος καλείται *αυτόματος έλεγχος* απαιτείται η μέτρηση της εξόδου και η σύγκρισή της με την επιθυμητή τιμή. Η απόκλιση της εξόδου από την επιθυμητή τιμή ονομάζεται *σφάλμα* και είναι η είσοδος του ελεγκτή.



*Σχήμα 2.3*  
Λειτουργικό  
διάγραμμα βαθμίδων  
κλειστού συστήματος  
ελέγχου με αρνητική  
ανάδραση

## 2.2 Ο Μετασχηματισμός Laplace

Ο μετασχηματισμός Laplace χρησιμοποιεί την θεμελιώδη μιγαδική συνάρτηση  $e^{-st}$ , όπου  $s=\sigma+i\omega$  και ορίζεται για όλους τους πραγματικούς αριθμούς  $t \geq 0$  ως εξής:

$$F(s)=L\{f(t)\}=\int_0^{\infty} e^{-st} f(t) d(t) \quad (\text{βλ. σελ. 72, [22]})$$

Ο μετασχηματισμός Laplace είναι μια απεικόνιση από το πεδίο του χρόνου  $t$  στο επίπεδο της μιγαδικής συχνότητας  $s$ .

Έχει τα πλεονεκτήματα ότι:

- Μετατρέπει τις πράξεις της διαφορίσης και της ολοκλήρωσης στο πεδίο του χρόνου, στις πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης στο επίπεδο της μιγαδικής συχνότητας  $s$ .
- Επιτρέπει το μετασχηματισμό όχι μόνο περιοδικών συναρτήσεων, αλλά οποιονδήποτε συναρτήσεων του χρόνου.

Ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace ορίζεται η αντίστροφη απεικόνιση:

$$f(t)=L^{-1}\{F(s)\}=\frac{1}{2\pi i} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{\gamma-it}^{\gamma+it} e^{st} F(s) ds$$

όπου  $\gamma$  είναι ένας πραγματικός αριθμός έτσι ώστε η διαδρομή του περιγράμματος του ολοκληρώματος να είναι η περιοχή σύγκλισης του  $F(s)$ .

Ο μετασχηματισμός Laplace χρησιμεύει στη μαθηματική μοντελοποίηση ενός συστήματος, καθώς από το μετασχηματισμό των διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν το σύστημα, οδηγούμαστε στη συνάρτηση μεταφοράς. Οι βασικότερες ιδιότητες του μετασχηματισμού Laplace που φαίνονται χρήσιμες στην ανάλυση συστημάτων βρίσκονται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 2.1 Βασικές ιδιότητες μετασχηματισμού Laplace

Ιδιότητα	Επίπεδο t	Επίπεδο s
Σταθερός συντελεστής	$ay(t)$	$aY(s)$
Άθροισμα	$y_1(t)+y_2(t)$	$Y_1(s)+Y_2(s)$
N-οστή παράγωγος	$\frac{d^n y}{dt} = y(t)^{(n)}(t)$	$s^n Y(s) - s^{n-1}y(0) - \dots - y^{(n-1)}(0)$
Ολοκλήρωμα	$\int_0^t y(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} Y(s)$
Κλιμάκωση χρόνου	$y(\omega t)$	$\frac{1}{\omega} Y\left(\frac{s}{\omega}\right)$
Καθυστέρηση χρόνου	$y(t-T)$	$e^{-st} Y(s)$
Εκθετική απόσβεση	$e^{-\sigma t} y(t)$	$Y(s+\sigma)$
Αρχική τιμή	$y(0) = \lim_{t \rightarrow 0} y(t)$	$\lim_{s \rightarrow \infty} sY(s)$
Τελική τιμή	$y(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$	$\lim_{s \rightarrow 0} sY(s)$

### 2.3 Συνάρτηση Μεταφοράς

Το πηλίκο της μετασχηματισμένης εξόδου  $Y(s)$  προς της μετασχηματισμένη είσοδο  $U(s)$  θεωρώντας τις αρχικές συνθήκες μηδέν ονομάζεται *συνάρτηση μεταφοράς*  $G(s)$ .

$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$  Η συνάρτηση μεταφοράς είναι κλάσμα δύο πολυωνύμων του s:

$$G(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{P(s)}{Q(s)}$$

Το πολυώνυμο του παρανομαστή περιέχει όλους τους συντελεστές συστήματος ενώ το πολυώνυμο του αριθμητή τους συντελεστές εισόδου.

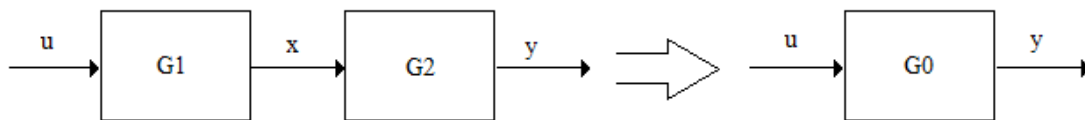
Το πολυώνυμο του παρανομαστή λέγεται και *χαρακτηριστικό*. Οι ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου μας δίνουν τα βασικά μεγέθη που καθορίζουν τον τρόπο συμπεριφοράς του συστήματος, ανεξάρτητα με την είσοδό του, που ονομάζονται πόλοι.

## 2.4. Η Ολική Συνάρτηση Μεταφοράς

Όπως είδαμε μέσω του μετασχηματισμού Laplace μετατρέπονται οι διαφορικές εξισώσεις στο πεδίο του χρόνου σε απλές αλγεβρικές σχέσεις στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας. Με αυτό τον τρόπο είναι εφικτή η ανάλυση σύνθετων συστημάτων στις επί μέρους βαθμίδες που το απαρτίζουν και η σύνθεση από τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς στην ολική συνάρτηση μεταφοράς.

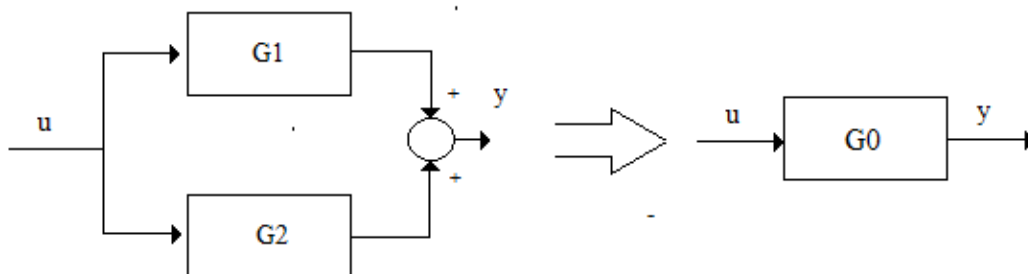
### *Άλγεβρα Βαθμίδων*

Δύο βαθμίδες εν σειρά έχουν τη σχέση:  $G_0 = G_1 \cdot G_2$



*Σχήμα 2.4 Βαθμίδες εν σειρά*

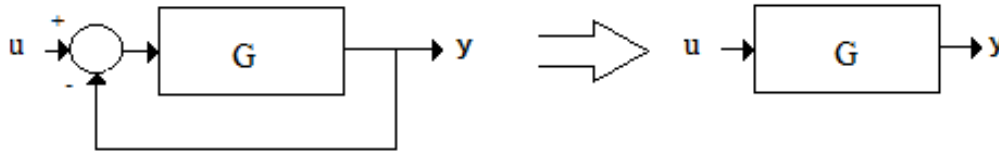
Δύο βαθμίδες συνδεδεμένες παράλληλα έχουν τη σχέση:  $G_0 = G_1 + G_2$



*Σχήμα 2.5 Βαθμίδες παράλληλα*



Η ολική συνάρτηση μεταφοράς κλειστού συστήματος είναι:  $G_0 = \frac{G}{1+GH}$



*Σχήμα 2.6* Βαθμίδα κλειστού συστήματος

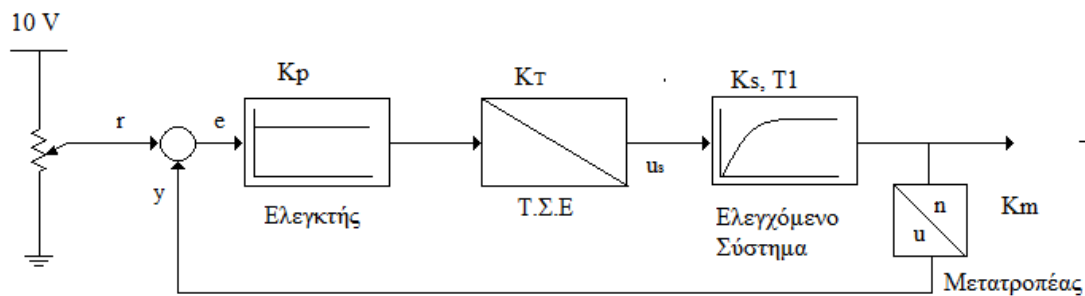
### 3 Υλικό και Λογισμικό

Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφεται το σύνολο του υλικού και του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε για τη διεξαγωγή της εργασίας, ξεκινώντας από το σύστημα αυτομάτου ελέγχου που υπάρχει στο εργαστήριο, στη συνέχεια περιγράφοντας το σύστημα λήψης μετρήσεων, το λογισμικό που το συνοδεύει και τέλος την πλατφόρμα matlab® .

#### 3.1 Το Υλικό του Εργαστηρίου

Το εργαστήριο Σ.Α.Ε 2 διαθέτει μια διάταξη η οποία εκτελεί τον αυτόματο έλεγχο ενός -DC κινητήρα και αποτελείται από:

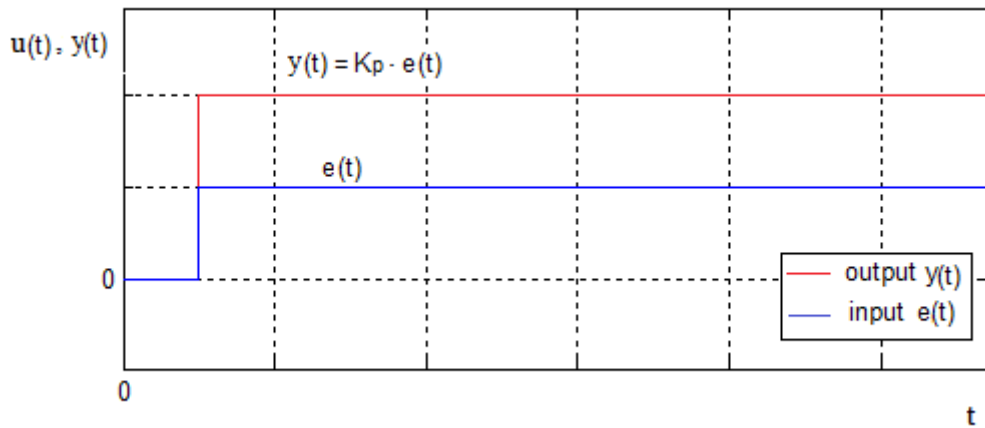
- Τον δότη επιθυμητής τιμής  $r$
- Τον ελεγκτή
- Το τελικό στοιχείο ελέγχου
- Τον κινητήρα (ελεγχόμενο σύστημα)
- Τον μετατροπέα στροφών σε τάση



Σχήμα 3.1 Αναλυτικό block - διάγραμμα συστήματος αυτομάτου ελέγχου στροφών κινητήρα

Ο δότης επιθυμητής τιμής δίνει την τιμή της ελεγχόμενης μεταβλητής όταν το σύστημα λειτουργεί σε κλειστό βρόχο. Ο δότης του εργαστηρίου δίνει στην έξοδό του τις τυποποιημένες τάσεις:  $-10 \div +10 \text{ V}$  και  $0 \div +10\text{V}$ . Αυτή που χρησιμοποιούμε εμείς είναι η  $0 \div +10\text{V}$ .

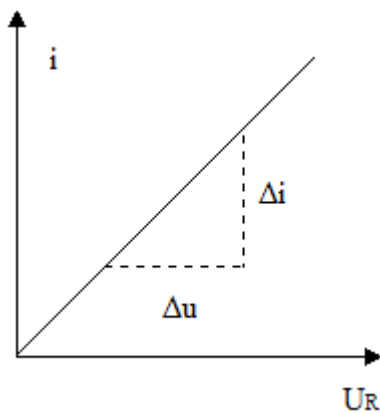
Ο **ελεγκτής** που υπάρχει στην διάταξη είναι ένας PID από τον οποίο εμείς θα χρησιμοποιήσουμε μόνο τη βαθμίδα αναλογίας -P. Ο ελεγκτής -P είναι ένα γραμμικό στοιχείο που δίνει έξοδο η οποία είναι ανάλογη του στιγμιαίου σφάλματος. Για τη δεδομένη διάταξη κινητήρα ο ελεγκτής -P παρέχει ευσταθή απόκριση, αλλά ποτέ δεν μηδενίζει το σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Όσο αυξάνει η τιμή του αυξάνεται και η ταχύτητα της μεταβατικής απόκρισης.



Σχήμα 3.2 Βηματική απόκριση ιδανικού ελεγκτή -P

- Συνάρτηση μεταφοράς ελεγκτή -P :  $G_R(s) = K_p$
- Διαφορική εξίσωση ελεγκτή -P:  $Y_R = K_p e(t)$

Το **τελικό στοιχείο ελέγχου** (Τ.Σ.Ε) είναι ένας ενισχυτής ισχύος, που στην έξοδό του βγάζει σήμα ίδιας τάσης με αυξημένη ένταση. Έχει γραμμική συμπεριφορά.



Σχήμα 3.3 Στατική χαρακτηριστική του Τ.Σ.Ε

Το τελικό στοιχείο ελέγχου περιγράφεται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$K_M = \frac{\Delta i}{\Delta u_R}, \quad i = K_T \cdot u_R$$

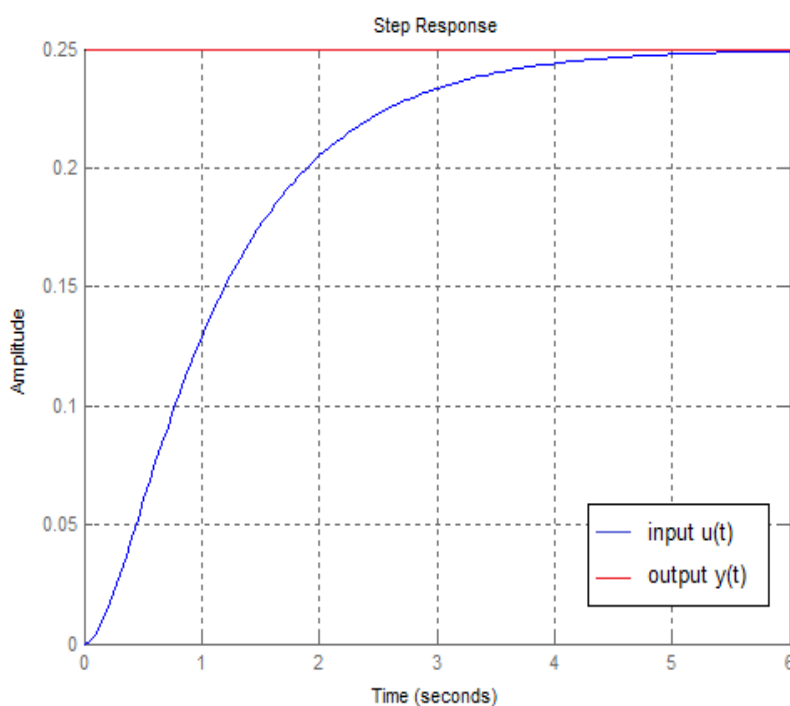
Το **ελεγχόμενο σύστημα** είναι ένας DC κινητήρας με αναλογική συμπεριφορά του οποίου τις παραμέτρους θα ανιχνεύσουμε. Η συνάρτηση μεταφοράς του DC κινητήρα είναι της παρακάτω μορφής:

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{K_t}{(Js+b)(Ls+R) + K_e K_t} \quad (\text{βλ. σελ.71, [13]})$$

,όπου:

- $K_t$  η σταθερά ροπής του κινητήρα
- $K_e$  η σταθερά ηλεκτρεγερτικής δύναμης
- $J$  η ροπή αδράνειας του κινητήρα
- $b$  η σταθερά απόσβεσης λόγω τριβής
- $R$  η ηλεκτρική αντίσταση του κυκλώματος οπλισμού
- $L$  η ηλεκτρική αυτεπαγωγή του κυκλώματος οπλισμού

Αυτή η συνάρτηση μεταφοράς είναι δεύτερης τάξης και για βηματική είσοδο  $U(s)$  και πραγματικούς πόλους δίνει μια χρονική απόκριση της παρακάτω μορφής:



*Σχήμα 3.4 Βηματική χρονική απόκριση συστήματος δεύτερης τάξης με πραγματικούς πόλους*

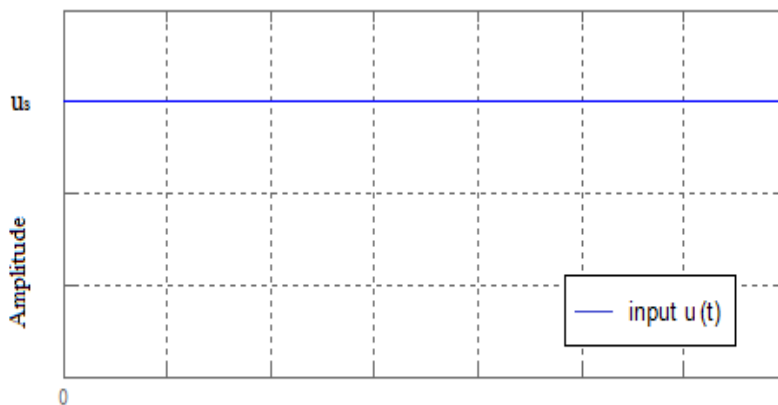
Επειδή στην πράξη η επαγωγή του οπλισμού είναι πολύ μικρή (μερικά mH) και ο λόγος  $\frac{L}{R}$  είναι πολύ μικρότερος του  $\frac{J}{b}$ , ο πόλος  $\frac{J}{b}$  θα κυριαρχεί στο σύστημα, οπότε

σε μια απλούστερη προσέγγιση το L μπορεί να παραληφθεί και η συνάρτηση μεταφοράς να πάρει την μορφή:

$$G(s) = \frac{K_t}{(Js+b)R + K_e K_t} = \frac{\frac{K_t}{bR + K_e K_t}}{\frac{s \cdot JR}{bR + K_e K_t} + 1}, \text{ δηλαδή}$$

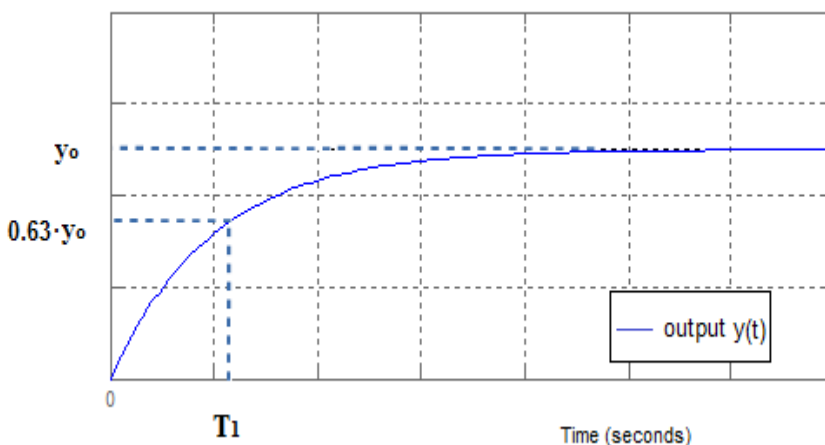
$$G(s) = \frac{K_s}{T_1 s + 1}, \text{ όπου } K_s = \frac{y_0}{u_s}. \text{ Αυτός είναι ένας εναλλακτικός τύπος της}$$

συνάρτησης μεταφοράς με τον οποίο μπορεί να γίνει η μοντελοποίηση του κινητήρα, εάν παρατηρηθεί και πειραματικά ότι η συμπεριφορά του περιγράφεται επαρκώς από το μοντέλο πρώτης τάξης. Η βηματική απόκριση της συνάρτησης μεταφοράς πρώτης τάξης φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 3.5

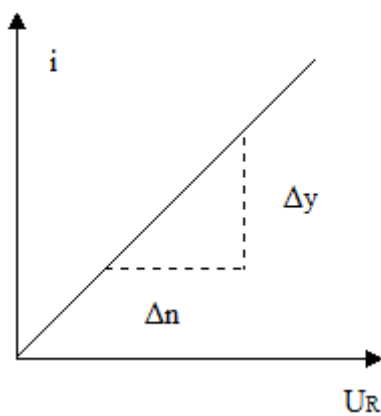
Βηματική χρονική απόκριση συστήματος πρώτης τάξης



Στο μοντέλο πρώτης τάξης η παράμετρος  $K_s$  είναι το κέρδος του κινητήρα, ενώ η παράμετρος  $T_1$  η σταθερά χρόνου.

Ο **Μετατροπέας** είναι ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα του οποίου το αισθητήριο στηρίζεται στη λειτουργία ενός φωτοτρανζίστορ και στην έξοδό του βγάζει μια τάση ανάλογη των στροφών του κινητήρα. Είναι ένα γραμμικό στοιχείο.

Εξίσωση μετατροπέα:  $K_M = \frac{\Delta y}{\Delta n}$     Συνάρτηση μεταφοράς μετατροπέα:  $G_M(s) = K_M$



*Σχήμα 3.6 Στατική χαρακτηριστική του μετατροπέα*

Όλα τα παραπάνω στοιχεία είναι συνδεδεμένα μαζί ώστε να απαρτίζουν ένα κλειστό σύστημα αυτομάτου ελέγχου.

### 3.2 Το Σύστημα Συλλογής Δεδομένων

Βασική προϋπόθεση για τη διεξαγωγή της εργασίας αυτής ήταν η ανάπτυξη ενός συστήματος συλλογής δεδομένων της εξόδου του συστήματος του εργαστηρίου. Η απόκτηση των δεδομένων και η εισαγωγή τους στον υπολογιστή είναι απαραίτητη για τη μοντελοποίηση του συστήματος και την ανίχνευση βλάβης (βλ. σελ. 72, [21]). Βασική επιδίωξη ήταν το χαμηλό κόστος και η όσο το δυνατόν ευκολότερη υλοποίηση της εφαρμογής.

### 3.2.1 Προηγούμενες Προσεγγίσεις

Όπως αναφέρθηκε κύρια ιδέα ήταν η υλοποίηση της εφαρμογής να γίνεται με τα λιγότερα δυνατά μέσα, ώστε να μπορεί να είναι άμεσα εφαρμόσιμη από τον υποψήφιο χειριστή. Μια πρώτη σκέψη για την ελαχιστοποίηση του υλικού που απαιτείται για τη συλλογή δεδομένων ήταν η αξιοποίηση της εισόδου της κάρτας ήχου του υπολογιστή. Η είσοδος μικροφώνου του υπολογιστή διαθέτει μονάδα δειγματοληψίας και μετατροπής αναλογικού σήματος σε ψηφιακό που θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει το matlab® για την απόκτηση των δεδομένων.

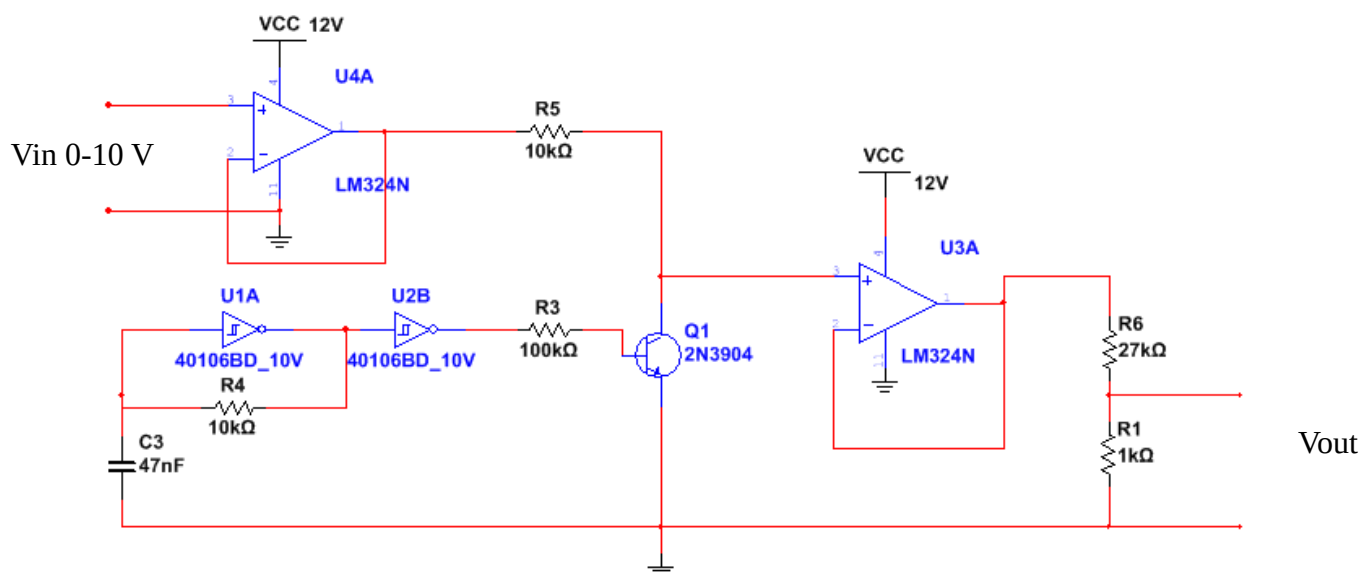
Οι περισσότερες κάρτες ήχου διαθέτουν είσοδο μικροφώνου με συχνότητα δειγματοληψίας το λιγότερο 44.1 KHz και βάθους 16bit. Οι κάρτες ήχου είναι σχεδιασμένες ώστε να επεξεργάζονται σήματα του ακουστικού φάσματος, οπότε τα σήμα που αναμένουν να λάβουν στην είσοδό τους είναι μεταβαλλόμενο μεταξύ 20 και 20.000 Hz (βλ σελ 72, [30][31]). Σε αντίθεση το σήμα από την έξοδο της βαθμίδας του μετατροπέα είναι σχεδόν DC και παραμορφώνεται ή αποσβένεται από τον πυκνωτή εισόδου της κάρτας. Οπότε για την απόκτηση των δεδομένων από την κάρτα ήχου απαραίτητη είναι κάποιου είδους διαμόρφωση του σήματος που θα διαβάσει.

Επίσης οι περισσότερες κάρτες ήχου μπορούν να λάβουν σήμα μέγιστου πλάτους μέχρι 100 mV p-p στην είσοδο μικροφώνου και 1 V p-p στην είσοδο *line-in*, χωρίς να το ψαλιδίσουν. Οπότε ένας ανάλογος υποβιβασμός της τάσης είναι απαραίτητος. Η τυπική αντίσταση εισόδου της γραμμής μικροφώνου μιας κάρτας ήχου είναι από 1 μέχρι 20 KΩ.

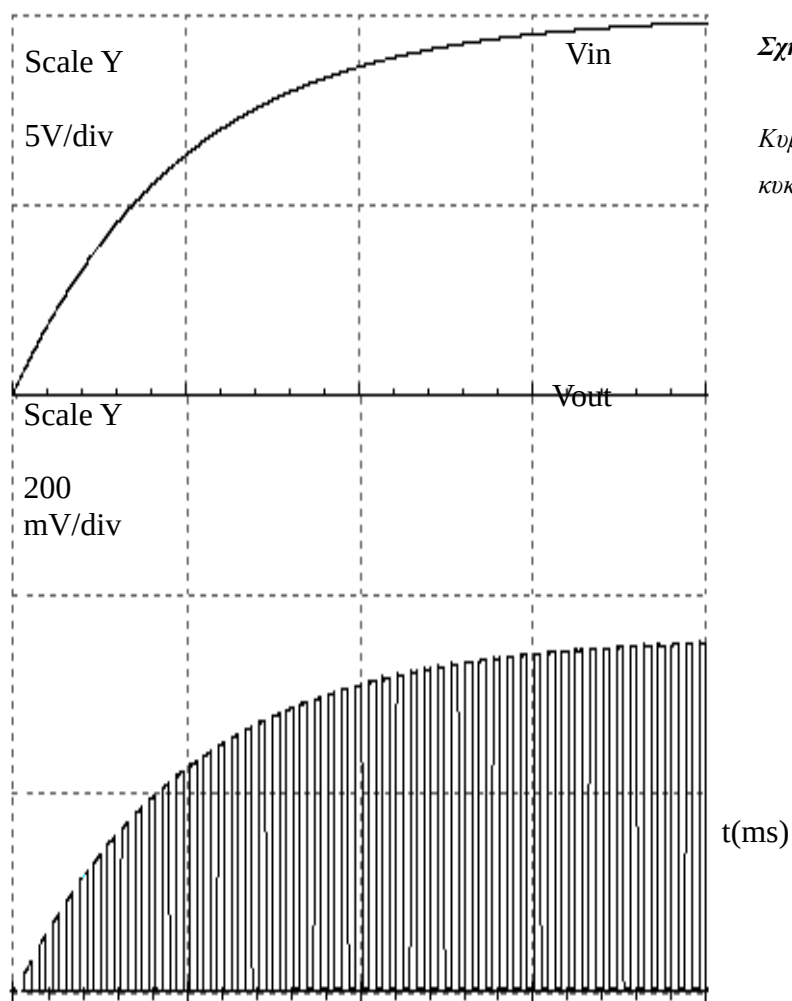
Στη συνέχεια παρατίθενται δύο προσπάθειες που έγιναν για συλλογή των δεδομένων από την κάρτα ήχου, οι οποίες δεν ευδοκίμησαν και τελικά ακολούθησε η λύση της πλατφόρμας Arduino Uno. Τα παρακάτω δυο κυκλώματα παρατίθενται για λόγους αξιολόγησης και πιθανής μελλοντικής βελτίωσης.

#### I) Κύκλωμα Διαμόρφωσης Πλάτους

Το παρακάτω κύκλωμα διαθέτει έναν τελεστικό ενισχυτή σε συνδεσμολογία ακόλουθου τάσης για απομόνωση της εισόδου, μια γεννήτρια τετραγωνικών παλμών περίπου στα 1.7 KHz και ένα τρανζίστορ που λειτουργεί σαν διακόπτης. Η τάση εισόδου που εμφανίζεται στον συλλέκτη του τρανζίστορ διαμορφώνεται από τον παλμό της βάσης και εμφανίζεται στην έξοδο υποβιβασμένη κατά έναν παράγοντα 1/28 (βλ. σελ 71, [19]).



Σχήμα 3.7 Κυκλωματικό διάγραμμα διαμόρφωσης πλάτους



Σχήμα 3.8

Κυματομορφές εισόδου-εξόδου του κυκλώματος διαμόρφωσης πλάτους

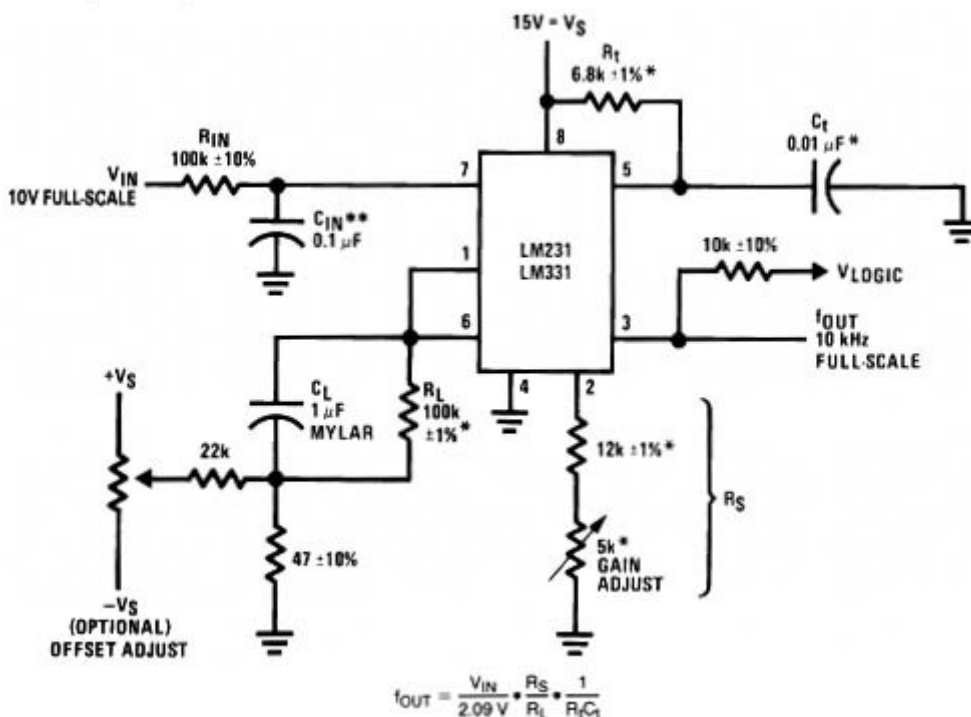


Η προσέγγιση αυτή απορρίφθηκε λόγω μη γραμμικότητας της εξόδου της κάρτας ήχου και χαμηλής παρατηρησιμότητας μεταξύ μικρών αλλαγών της εισόδου (της τάξεως των 0.1 V).

## II) Κύκλωμα Διαμόρφωσης Συχνότητας

Η επόμενη προσέγγιση η οποία δοκιμάστηκε ήταν ήταν ένας ακριβής μετατροπέας τάσης σε συχνότητα με το Ο.Κ. LM331 (βλ. Σελ 72,[24] ). Το LM331 είναι ένας γραμμικός μετατροπέας τάσης σε συχνότητα και αντίστροφα. Το σκεπτικό ήταν να γίνεται δειγματοληψία μέσω του matlab® , το οποίο θα έπαιρνε τον έλεγχο της κάρτας ήχου και να γίνεται μετασχηματισμός Fourier της συχνότητας εισόδου σε διαστήματα (π.χ. των 100 samples). Με αυτό τον τρόπο θα μπορούσε να βρίσκεται η συχνότητα για τη δεδομένη διάρκεια χρόνου και γνωρίζοντας τη σχέση μεταφοράς του μετατροπέα v-f να υπολογίζεται η τάση εισόδου. Στην ουσία με αυτό τον τρόπο η πραγματική συχνότητα δειγματοληψίας θα έπεφτε σε  $F_s = 44.1 \text{ KHz} / \text{window size}$ , όπου window size το μήκος του παραθύρου που θα χρησιμοποιούταν από το matlab® για τη λήψη δειγμάτων για το μετασχηματισμό. Βρέθηκε εμπειρικά ότι όσο μεγαλύτερο το μέγεθος του παραθύρου και όσο μεγαλύτερη η συχνότητα του διαμορφωμένου σήματος τόσο πιο ακριβή αποτελέσματα δίνει ο μετασχηματισμός.

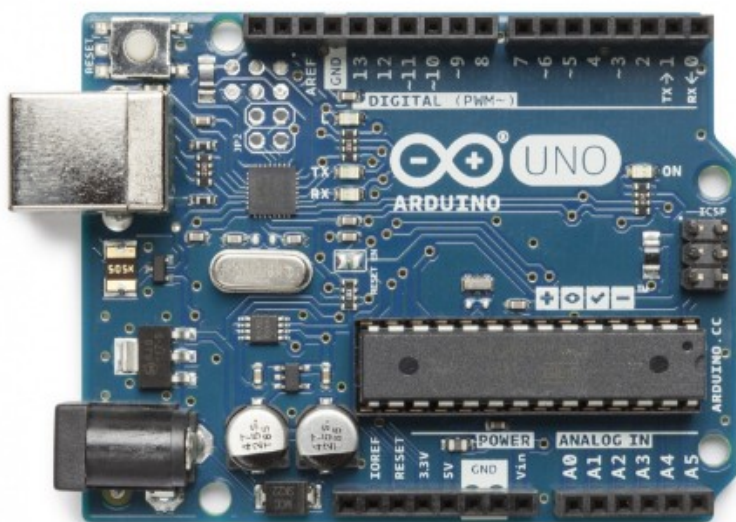
Η συνδεσμολογία του LM311 για να λειτουργεί ως απλός μετατροπέας v-f από το site της National Instruments φαίνεται παρακάτω:



Σχήμα 3.9  
Συνδεσμολογία του  
LM311 ως απλός  
μετατροπέας τάσης σε  
συχνότητα

Η λύση αυτή απορρίφθηκε γιατί στην έξοδο του μετατροπέα στροφών σε τάση του κινητήρα υπάρχει τετραγωνικός θόρυβος πλάτους μερικών mV και συχνότητας ανάλογης των στροφών του κινητήρα, ο οποίος εμπόδιζε το ο.κ. LM311 να λειτουργήσει σωστά. Τελικά λόγω έλλειψης εμπειρίας με κάποιο άλλο voltage-frequency ολοκληρωμένο και χωρίς να είναι σίγουρο ότι κάποιο εναλλακτικό ολοκληρωμένο θα λειτουργούσε με τον παλμό στην είσοδό του, η ιδέα της αναλογικής διαμόρφωσης του σήματος και η χρήση της κάρτας ήχου ματαιώθηκε. Αντί γι' αυτό επιλέχτηκε η ψηφιακή λύση της πλακέτας Arduino Uno.

### 3.2.2 Η Πλακέτα Ελέγχου Arduino Uno



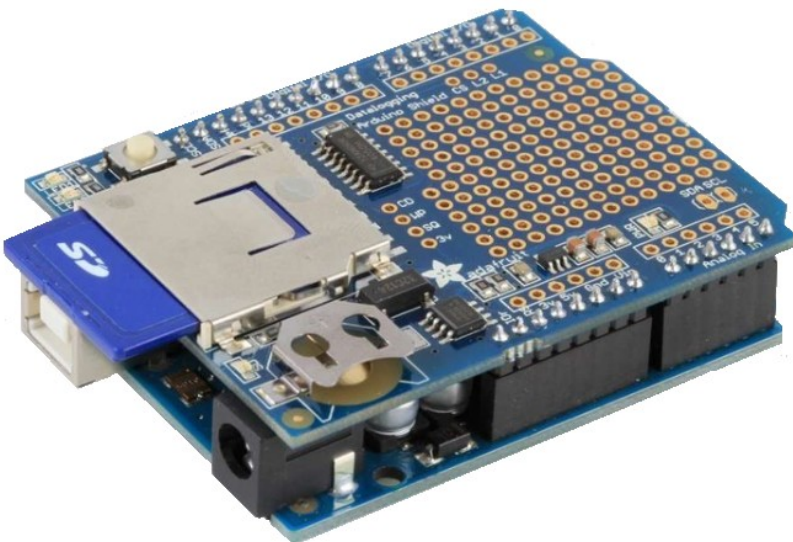
*Σχήμα 3.10 Η πλακέτα ελέγχου Arduino Uno*

Απο το site του arduino:

«Ο Arduino Uno είναι μια πλακέτα μικροελεγκτή βασισμένη στο ATmega328P. Έχει 14 ψηφιακές εισόδους/εξόδους (απο της οποίες οι 6 μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν PWM) , έξι αναλογικές εισόδους, έναν 16 MHz κρύσταλλο χαλαζία, σύνδεση USB, είσοδο τροφοδοσίας, μια ICSP κεφαλή και ένα μπουτόν reset. Περιλαμβάνει όλο όσα χρειάζονται για να υποστηρίξουν το μικροελεγκτή...» (βλ σελ. 71, [16]).

Η πλακέτα ελέγχου Arduino Uno είναι μια ολοκληρωμένη λύση για την απόκτηση, επεξεργασία και αποστολή του σήματος στον κεντρικό υπολογιστή. Διαθέτει 6 κανάλια με analog to digital converters των 10 bit. Αυτό σημαίνει ότι θα αντιστοιχίσει το σήμα που θα λάβει στις εισόδους του μικροελεγκτή, οι οποίες έχουν τη δυνατότητα να δεχτούν τάσεις μεταξύ 0 και 5 volt, σε ακέραιες τιμές μεταξύ του 0 και του 1023. Η παραπάνω αντιστοίχιση αποδίδει μια ανάλυση  $5 \text{ volt}/1024$  ή  $0.049 \text{ V}$  ( $4.9 \text{ mV}$ ) ανά μονάδα. Ο χρόνος που χρειάζεται για τη λήψη του κάθε sample είναι περίπου 100 microsecond, οπότε η μέγιστη συχνότητα δειγματοληψίας που μπορεί να επιτύχει ο μικροελεγκτής είναι περίπου 10KHz. Τα χαρακτηριστικά αυτά για τον συγκεκριμένο σκοπό είναι επαρκή.

### **-Ο Arduino Uno ως Data Logger**



*Σχήμα 3.11 Arduino sd-shield*

Ο Arduino Uno δεν διαθέτει αρκετή SRAM memory (static random access memory) για να αποθηκεύσει όλα τα δεδομένα πριν ξεκινήσει η σειριακή επικοινωνία με το matlab®. Ο χώρος που χρησιμοποιεί ο μικροελεγκτής για να αποθηκεύει και να διαχειρίζεται τις μεταβλητές του είναι 2K bytes και το μέγεθος της μεταβλητής στην οποία αποθηκεύεται η κάθε τιμή είναι 2 bytes. Αυτό σημαίνει ότι ο μικροελεγκτής θα μπορούσε να εκτελέσει πριν ξεκινήσει να στέλνει τα δεδομένα το μέγιστο 1000 μετρήσεις, νούμερο το οποίο είναι πολύ περιορισμένο.

Από την άλλη η απευθείας επικοινωνία του Arduino με το Matlab, ανεξάρτητα από την επιλογή του ρυθμού αποστολής δεδομένων της σειριακής θύρας (baud rate) είναι αργή. Με περίπου 20 ms που απαιτούνται για κάθε αποστολή ενός πακέτου δεδομένων, η συχνότητα δειγματοληψίας στην πράξη δεν θα μπορούσε να ξεπεράσει τα 50 Hz. Η εν λόγω συχνότητα δειγματοληψίας για τις απαιτήσεις της παρούσης εφαρμογής θεωρήθηκε χαμηλή.

Η λύση η οποία βρέθηκε είναι η χρήση του Arduino Uno ως data logger με την προσθήκη μιας επέκτασης για σύνδεση με κάρτα μνήμης (sd card). Τα δεδομένα καταγράφονται ταχύτατα στην sd κάρτα, που επικοινωνεί με τον μικροελεγκτή μέσω της κεφαλής ICSP και η συχνότητα δειγματοληψίας μπορεί να φτάσει μέχρι τα 10 KHz, χωρίς να χαθεί κανένα δεδομένο. Με το πέρας της καταγραφής των δεδομένων η κάρτα μνήμης μπορεί να αφαιρεθεί και να εισαχθεί στον υπολογιστή (βλ. σελ.71, [17] [18])

Τα χαρακτηριστικά της επέκτασης που χρησιμοποιήθηκε (data logger shield) μπορούν να βρεθούν στον παρακάτω σύνδεσμο:

<https://learn.adafruit.com/adafruit-data-logger-shield>

Ο μικροελεγκτής Arduino Uno και η επέκταση data logger shield αγοράστηκαν από τον παρακάτω ιστότοπο:

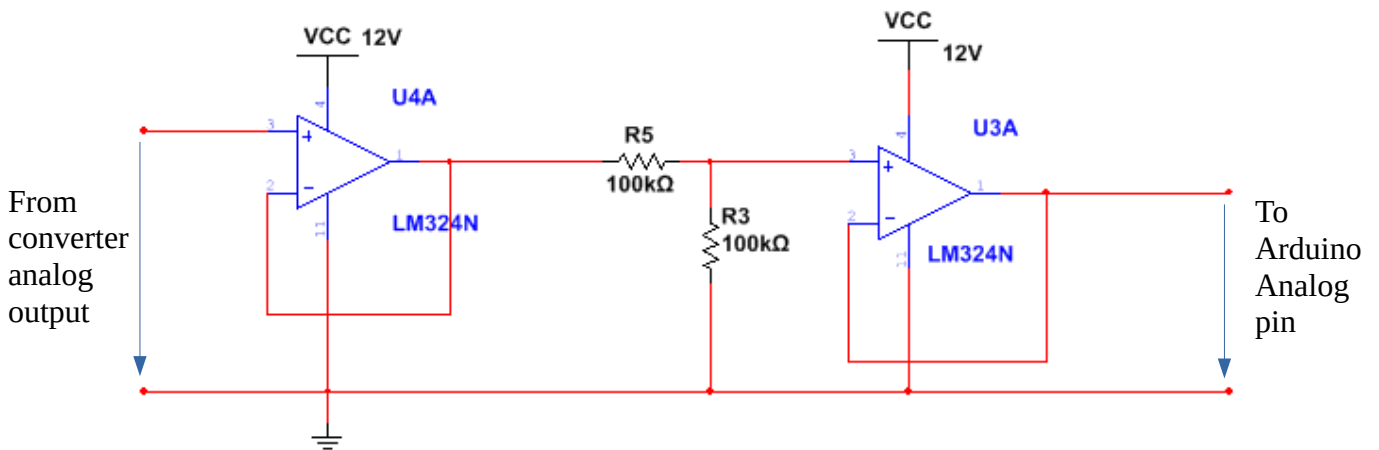
<https://grobotronics.com/>

Να σημειωθεί ότι υπάρχει η δυνατότητα χρήσης της sd κάρτας με τον μικροελεγκτή χωρίς τη χρήση του παραπάνω shield, απλά με την απευθείας σύνδεση της κάρτας με την κεφαλή ICSP. Επίσης για να χρησιμοποιηθεί η sd κάρτα από τον Arduino πρέπει να γίνει αρχικά η μορφοποίησή της σε fat16, μέσω του υπολογιστή.

### **-Κύκλωμα Εισόδου**

Επειδή η πλακέτα Arduino Uno μπορεί να λάβει στις εισόδους της τάσεις από 0 μέχρι 5 V ένα κύκλωμα υποβιβασμού τάσης είναι απαραίτητο. Το παρακάτω κύκλωμα χρησιμοποιεί δύο τελεστικούς ενισχυτές ως απομονωτές εισόδου και εξόδου με το

ολοκληρωμένο LM324n και έναν διαιρέτη τάσης με κέρδος 0.5. Το Ο.Κ LM324n αποτελείται από τέσσερις ανεξάρτητους τελεστικούς ενισχυτές υψηλού κέρδους ανοιχτού βρόχου, σχεδιασμένους να λειτουργούν με μονή τροφοδοσία από 3 μέχρι 32 V (βλ. σελ.72, [23]) Το κύκλωμα εισόδου τροφοδοτείται από εξωτερικό τροφοδοτικό τάσης 12V και παροχής ρεύματος μέχρι 3 A, μέσω του οποίου τροφοδοτείται και η πλακέτα Arduino Uno.



Σχήμα 3.12 κύκλωμα υποβιβασμού τάσης εισόδου

Επειδή οι αντιστάσεις είναι ακριβείας η τάση εξόδου του κυκλώματος είναι ακριβώς η μισή της τάσης εισόδου, δηλαδή

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{2}$$

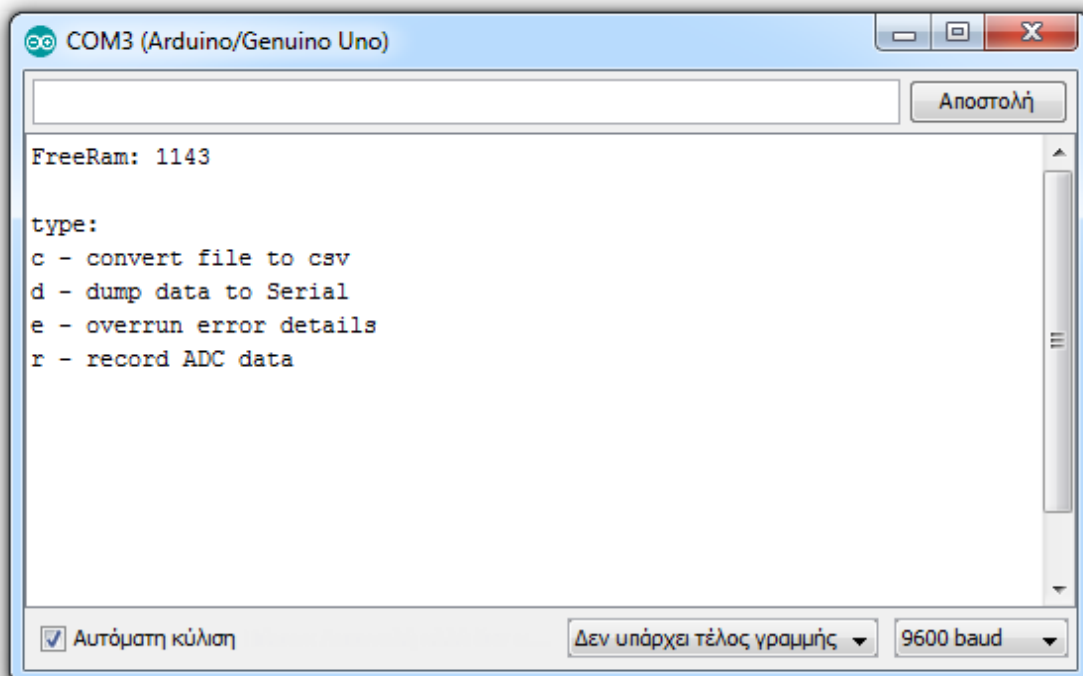
Η τάση εξόδου του κυκλώματος μετατροπέα της βαθμίδας του εργαστηρίου έχει εύρος από 0 μέχρι 10 V, οπότε με το κύκλωμα υποβιβασμού εισόδου η πλακέτα Arduino Uno δεν κινδυνεύει από υπερτάσεις.

## 3.3 Λογισμικό

### 3.3.1 Το Λογισμικό της Πλακέτας Arduino Uno

Η γλώσσα που χρησιμοποιεί ο μικροεπεξεργαστής είναι ένα σύνολο συναρτήσεων σε C/C++ που μπορούν να κληθούν από το πρόγραμμα που φορτώνεται στην πλακέτα. Το πρόγραμμα που χρησιμοποιείται είναι open source και μπορεί να βρεθεί στο site του δημιουργού του (William Greiman) <https://github.com/greiman/SdFat>. Το πρόγραμμα λειτουργεί καταγράφοντας πρώτα τα δεδομένα σε ένα προσωρινό δυαδικό αρχείο και με το πέρας της εγγραφής στην sd κάρτα υπάρχει δυνατότητα της μετατροπής αυτού του αρχείου σε csv (comma separated text file). Η συχνότητα δειγματοληψίας μπορεί να καθορισθεί στον κώδικα. Η επαφή με τον χρήστη γίνεται μέσω ενός menu που περιλαμβάνει:

- Έναρξη εγγραφής δεδομένων
- Λήξη εγγραφής
- Μετατροπή του αρχείου σε csv
- Προβολή αναφοράς για τυχών λάθη



Σχήμα 3.13 Μενού διάδρασης με το χρήστη

Μόλις η διαδικασία της λήψης και της μετατροπής ολοκληρωθεί μπορεί να αφαιρεθεί η sd card από το data logger shield και να εισαχθεί στον υπολογιστή. Εάν ο υπολογιστής δεν διαθέτει θύρα sd μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας προσαρμογέας sd σε usb.

### **3.3.2 Το Περιβάλλον matlab®**

“Το MATLAB® (matrix laboratory) είναι ένα περιβάλλον αριθμητικής υπολογιστικής και μια προγραμματιστική γλώσσα τέταρτης γενιάς. Αποθηκεύει και κάνει τις πράξεις με βάση την άλγεβρα μητρών. Το matlab® χρησιμοποιείται για αριθμητικούς υπολογισμούς δίχως προγραμματισμό, γρήγορη ανάπτυξη και έλεγχο αλγορίθμων, ανάλυση και γραφική παρουσίαση δεδομένων, εφαρμογές από διάφορες θεματικές περιοχές μέσω κατάλληλων toolboxes (στατιστική ανάλυση, θεωρία ελέγχου, επεξεργασία σήματος, βελτιστοποίηση, νευρωνικά δίκτυα, «συμβολικά» μαθηματικά, κ.π.α.)” (βλ. σελ.72, [26]). Το matlab® πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για την μοντελοποίηση των συστημάτων και την αλγοριθμική ανίχνευση βλάβης.

## 4 Μοντελοποίηση του Κινητήρα

Αυτό το κεφάλαιο έχει σαν θέμα την μοντελοποίηση του κινητήρα, όπως αυτός λειτουργεί σε ανοιχτό βρόχο. Η μοντελοποίηση του κινητήρα είναι το πρώτο βήμα για την μετέπειτα μοντελοποίηση του κλειστού συστήματος και την ανίχνευση βλάβης.

### 4.1 Μέθοδος

Για τις παραμέτρους του κινητήρα δεν προϋπάρχει κάποια γνώση, γι' αυτό πρόκειται να τις εκτιμήσουμε θεωρώντας ένα γνωστό μοντέλο και αναγνωρίζοντας τη συνάρτηση μεταφοράς του. Η αναγνώριση της συνάρτησης μεταφοράς του κινητήρα θα γίνει με τη μέθοδο της βηματικής απόκρισης.

#### 4.1.1 Επιλογή του Μοντέλου

Όπως αναφέρθηκε η μοντελοποίηση του κινητήρα θα γίνει με βάση ένα γνωστό τύπο μοντέλου. Τα δύο υποψήφια μοντέλα, τα οποία συναντάμε στην πράξη, είναι το μοντέλο πρώτης και δεύτερης τάξης. Το μοντέλο δεύτερης τάξης λαμβάνει υπόψιν τις περισσότερες ηλεκτρομηχανικές παραμέτρους του DC κινητήρα, ενώ το μοντέλο πρώτης τάξης μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν μια προσέγγιση (βλ. ελεγχόμενο σύστημα, κεφάλαιο 3.1 και παράρτημα). Αυτό που πρόκειται να γίνει σε αυτή την ενότητα είναι να εξακριβωθεί κατά πόσο το μοντέλο πρώτης τάξης αρκεί για την προσομοίωση του κινητήρα. Το μοντέλο πρώτης τάξης εξυπηρετεί γιατί μπορεί να μας δώσει άμεσα πληροφορίες για τον κινητήρα, όπως το κέρδος και τη σταθερά χρόνου και η ανίχνευση της βλάβης μπορεί να διεξαχθεί με την εκτέλεση απλούστερων υπολογισμών.

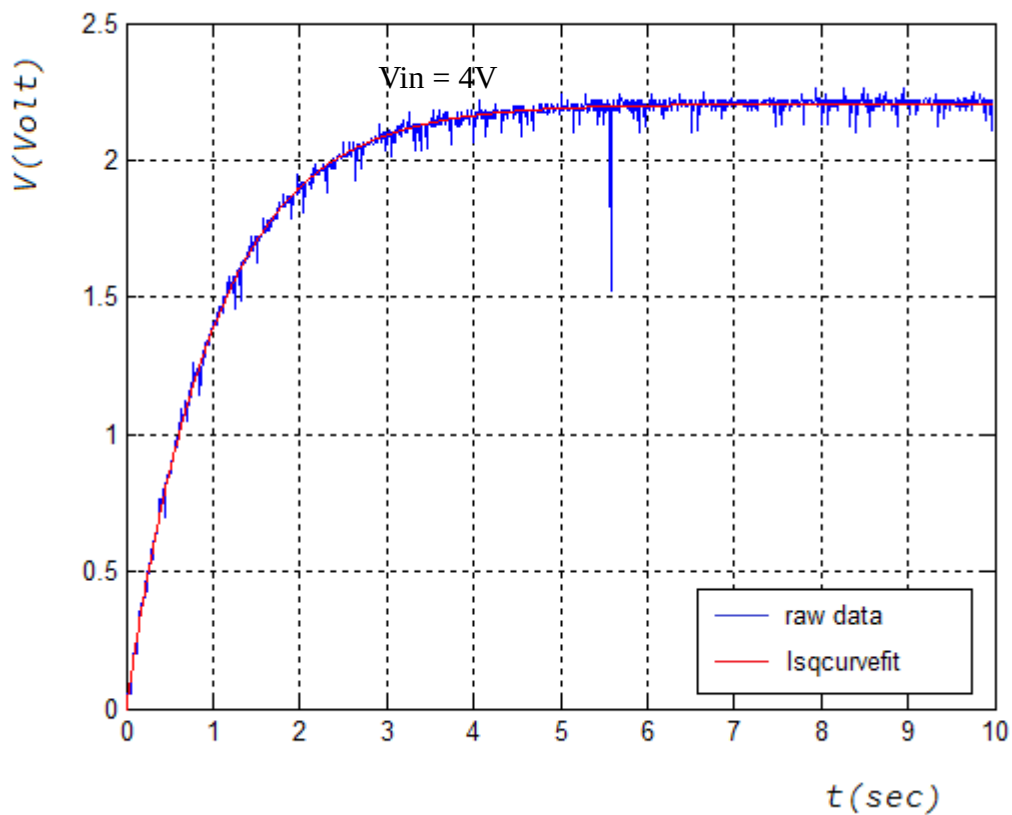
Για την εξακρίβωση της εγκυρότητας του μοντέλου πρόκειται ελέγχουμε κατά πόσο η απόκριση του κινητήρα ταιριάζει με αυτή του μοντέλου πρώτης τάξης. Γι αυτό θα εφαρμόσουμε στον κινητήρα βηματική διέγερση και θα καταγράψουμε την έξοδό του για διάφορες τιμές εισόδου. Μετά πρόκειται να προσαρμόσουμε μια καμπύλη στα δεδομένα εξόδου, της οποίας η εξίσωση είναι αυτή που περιγράφει την απόκριση συστήματος πρώτης

τάξης :  $(Y(t)=K_s(1-e^{(-\frac{t}{T_1})}))$  , και να δούμε κατά πόσο ακολουθεί τα πειραματικά δεδομένα. Αυτή τη διαδικασία την ακολουθούμε για διάφορες τάσεις εισόδου για να δούμε αν



το μοντέλο επιβεβαιώνεται σε όλη την περιοχή λειτουργίας του κινητήρα. Η μέθοδος μέσω της οποίας γίνεται το ταίριασμα της καμπύλης στα δεδομένα είναι αυτή που περιγράφεται στην παράγραφο 4.1.3 (βλ. σελ. 71, [14] [20] ).

Στην παρακάτω εικόνα με μπλε χρώμα φαίνεται η βηματική απόκριση του κινητήρα σε ανοιχτό βρόχο με τάση διέγερσης 4V. Στην ίδια εικόνα με κόκκινο χρώμα φαίνεται η καμπύλη πρώτης τάξης που εφαρμόσαμε στα πειραματικά δεδομένα. Οπτικά μπορούμε να παρατηρήσουμε πως το μοντέλο πρώτης τάξης ικανοποιεί επαρκώς τις προϋποθέσεις για την προσομοίωση του κινητήρα. Η ίδια εικόνα παρουσιάζεται και για τις υπόλοιπες τάσεις διέγερσης του κινητήρα.



*Σχήμα 4.1 Βηματική απόκριση κινητήρα για τάση εισόδου 4 V*

Από τις παραπάνω παρατηρήσεις καταλήγουμε στο να χρησιμοποιήσουμε μοντέλο πρώτης τάξης για την προσομοίωση του κινητήρα.

## Χαρακτηριστικά Πρωτοβάθμιου Μοντέλου

Σύμφωνα με το πρωτοβάθμιο μοντέλο η συνάρτηση μεταφοράς του κινητήρα θα είναι της μορφής:

$$G(s) = \frac{K_s}{T_1 s + 1}, \text{ όπου } K_s \text{ το κέρδος και } T_1 \text{ χρονική σταθερά του κινητήρα,}$$

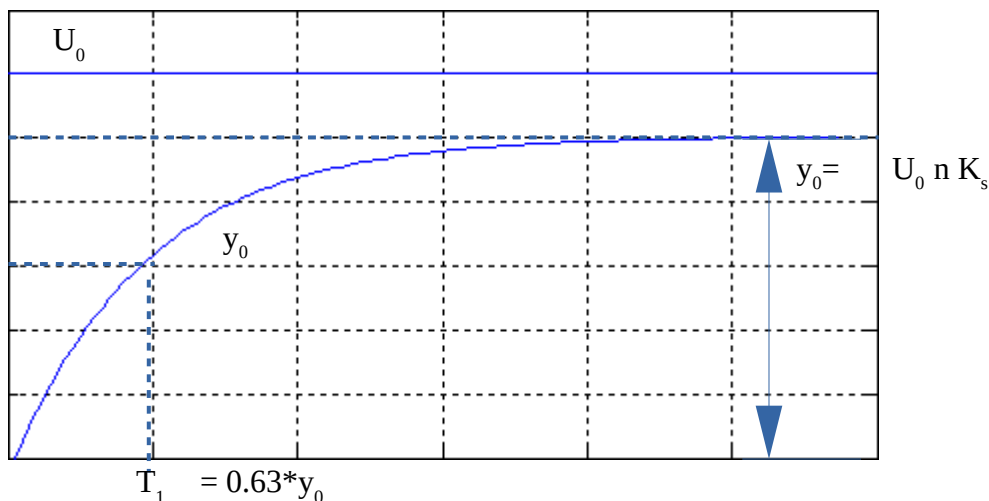
ή ενσωματώνοντας στη συνάρτηση μεταφοράς την ενίσχυση του μετατροπέα:

$$G(s) = \frac{n \cdot K_s}{T_1 s + 1}$$

,η οποία για βηματική είσοδο θα έχει μια χρονική απόκριση της μορφής:

$$Y(t) = U_0 \cdot n \cdot K_s \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T_1}})$$

Η μεταβλητή  $T_1$  είναι ο χρόνος κατά τον οποίο η έξοδος του κινητήρα θα φτάσει στο 0.6321 της τελικής της τιμής και ο παράγοντας  $nK_s$  είναι η τιμή μόνιμης κατάστασης του κινητήρα προς την τάση διέγερσης.



Σχήμα 4.2 Βηματική απόκριση κινητήρα

### 4.1.2 Διαδικασία Μοντελοποίησης

Η διαδικασία που θα ακολουθηθεί για την εκτίμηση των παραμέτρων του κινητήρα είναι η εξής:

- Εκτέλεση πέντε διαδοχικών καταγραφών της εξόδου του κινητήρα για διέγερση από 2.5 μέχρι 6.5 V, με βήμα 0.5 V
- Ταίριασμα των τιμών της απόκρισης του κινητήρα σε μια καμπύλη πρώτης τάξης και εκτίμηση των παραμέτρων του κέρδους και της χρονικής σταθεράς του κινητήρα για κάθε καταγραφή
- Εύρεση των μέσων τιμών των παραμέτρων για κάθε είσοδο
- Εύρεση των τελικών παραμέτρων του κινητήρα

Η μοντελοποίηση γίνεται για διάφορες τιμές εισόδου του κινητήρα, ώστε να εξακριβωθεί αν το μοντέλο είναι κοινό σε όλη την περιοχή λειτουργίας. Οι πέντε μετρήσεις ανά τιμή εισόδου είναι το στατιστικό δείγμα για τον υπολογισμό της μέσης τιμής των παραμέτρων για κάθε είσοδο.

### 4.1.3 Μέθοδος Εκτίμησης των Παραμέτρων

Η εύρεση των παραμέτρων του κινητήρα δεν θα γίνει γεωμετρικά, αλλά με την μέθοδο προσαρμογής σε καμπύλη, όπου γίνεται ταίριασμα μιας εξίσωσης στα δεδομένα ενός πίνακα. Συγκεκριμένα με την συνάρτηση του matlab® *lsqcurvefit* θα γίνει η εύρεση των παραμέτρων μιας εκθετικής συνάρτησης η οποία ταιριάζει καλύτερα με τα δεδομένα του πίνακα εξόδου του κινητήρα.

Η *lsqcurvefit* λύνει μη γραμμικά προβλήματα με τον τρόπο των ελαχίστων τετραγώνων. Ειδικότερα βρίσκει συντελεστές που λύνουν το πρόβλημα

$$\min_x \|F(x, xdata) - ydata\|_2^2 = \min_x \sum_i (F(x, xdata_i) - ydata_i)^2 ,$$

όπου τα δεδομένα εισόδου xdata και η παρατηρούμενη έξοδος ydata είναι διανύσματα ή πίνακες και  $F(x,xdata)$  είναι η προσδιορισμένη από τον χρήστη συνάρτηση.

Η εκθετική εξίσωση που θα εισάγουμε στην lsqcurvefit είναι η

$$(Y(t)=r_0 \cdot nK_s(1-e^{(-\frac{t}{T_1})}))$$

, με γνωστά τα δεδομένα εισόδου  $Y(t)$  και την βηματική είσοδο  $r_0$  και θα μας δώσει σαν αποτέλεσμα τους συντελεστές  $K_s$  και  $T_1$ .

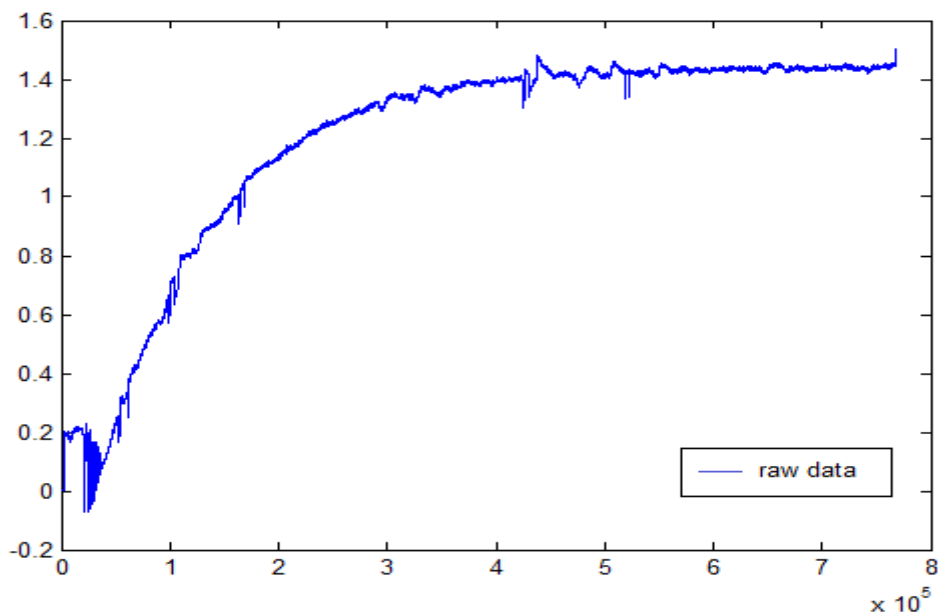
Η lsqcurvefit είναι μια πιο εύρωστη λύση έναντι της γραφικής αναγνώρισης των παραμέτρων. Αυτό συμβαίνει γιατί προσεγγίζει με μια καμπύλη την απόκριση του συστήματος για το σύνολο των τιμών της και δεν επηρεάζεται από στιγμιαίες διακυμάνσεις της εξόδου. Για τον λόγο αυτό η έξοδος του συστήματος δεν χρειάζεται περαιτέρω ψηφιακή επεξεργασία για την εξομάλυνση των δεδομένων και η εξαγωγή συμπερασμάτων από τα δεδομένα είναι ακριβέστερη.

#### 4.1.4 Συχνότητα Δειγματοληψίας

Η συχνότητα δειγματοληψίας της διάταξης συλλογής δεδομένων καθορίζεται στον κώδικα που εισάγεται στον Arduino Uno και μπορεί να έχει οποιαδήποτε τιμή από 0.25 μέχρι 10.000 Hz.

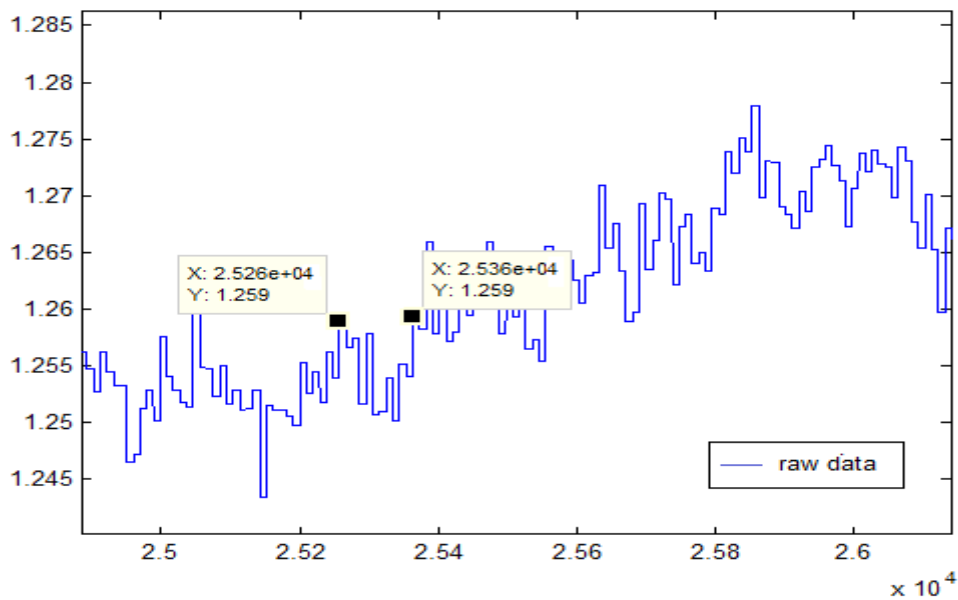
#### Υπερδειγματοληψία (Oversampling)

*Υπερδειγματοληψία* ονομάζεται η δειγματοληψία ενός σήματος με συχνότητα σημαντικά μεγαλύτερη από τη τιμή Nyquist (βλ. σελ. 72,[29] ). Στην προκειμένη περίπτωση το σήμα είναι χαμηλής συχνότητας και μπορεί να επανακτηθεί με σχετικά μικρό αριθμό δειγμάτων. Επίσης λόγω του υπάρχοντος θορύβου και δεδομένου ότι το σήμα δεν πρόκειται να φιλτραριστεί ούτε αναλογικά ούτε ψηφιακά, οι υπερβολικά μεγάλες συχνότητες δειγματοληψίας οδηγούν σε αχρείαστες συχνότητες θορύβου. Παρακάτω φαίνεται η εικόνα της εξόδου του κινητήρα με συχνότητα δειγματοληψίας 10KHz.



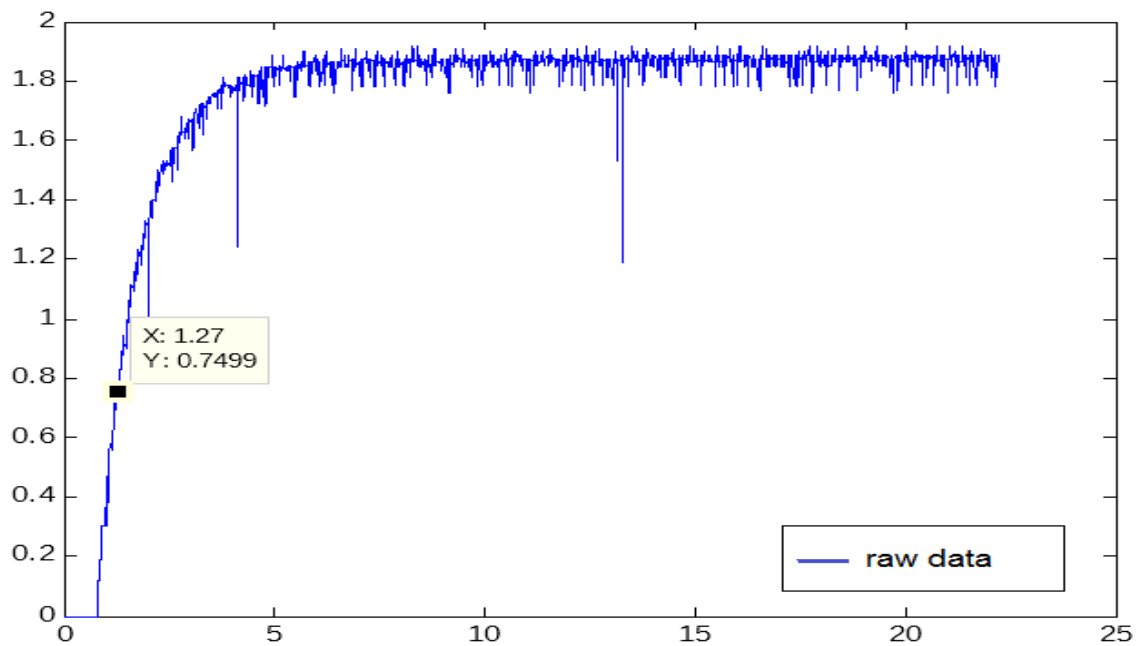
*Σχήμα 4.3 Καταγραφή της εξόδου του μετατροπέα με συχνότητα δειγματοληψίας 10 KHz*

Μεγεθύνοντας την εικόνα βλέπουμε ότι υπάρχουν samples με την ίδια τιμή πράγμα το οποίο δεν θα έπρεπε να συμβαίνει γνωρίζοντας ότι η απόκριση της εξόδου είναι εκθετική.



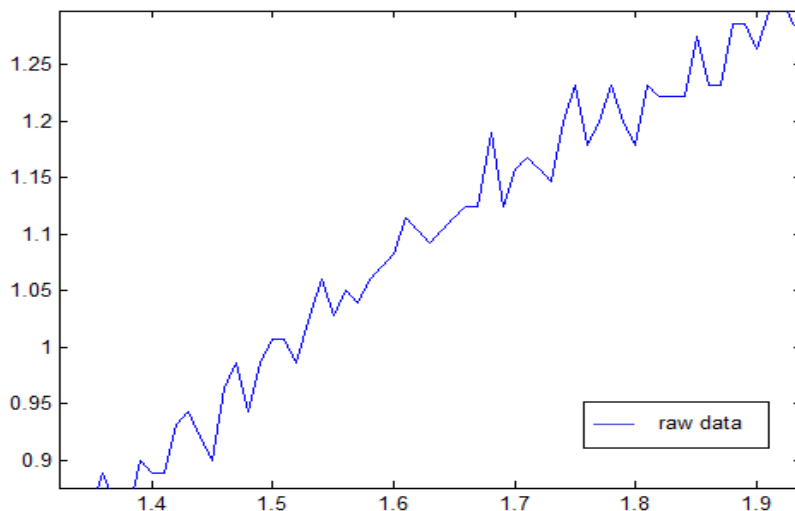
*Σχήμα 4.4 Μεγεθυμένη εικόνα της απόκρισης του κινητήρα με δειγματοληψία 10 KHz και επίδραση του θορύβου*

Μια άλλη καταγραφή της εξόδου του κινητήρα φαίνεται παρακάτω όπου παρουσιάζεται η βηματική απόκριση του κινητήρα για είσοδο 3.5V και συχνότητα δειγματοληψίας 100Hz.



**Σχήμα 4.5** Καταγραφή της εξόδου του μετατροπέα με συχνότητα δειγματοληψίας 100 Hz

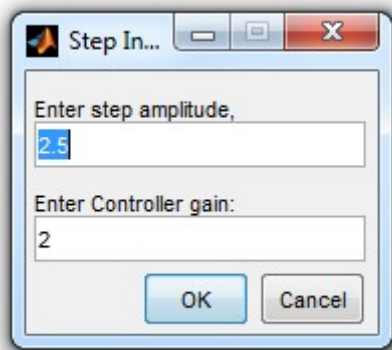
Μεγεθύνοντας στο χρόνο βλέπουμε ότι το προηγούμενο φαινόμενο μειώθηκε σημαντικά (Σχήμα 4.6). Μια ακόμα χαμηλότερη συχνότητα δειγματοληψίας θα ήταν αβέβαιη για μετέπειτα μετρήσεις σε κλειστό βρόχο όπου η χρονική σταθερά του συστήματος μπορεί να μειώνεται σημαντικά, οπότε θεωρούμε ικανοποιητική συχνότητα δειγματοληψίας τα 100 Hz.



**Σχήμα 4.6** Μεγεθυμένη εικόνα της απόκρισης του κινητήρα με δειγματοληψία 100 Hz και επίδραση του θορύβου

#### 4.1.5 Ο Κώδικας στο matlab®

Εξάγουμε τα αρχεία από την sd κάρτα στον υπολογιστή και τα τοποθετούμε στον φάκελο του matlab®. Τρέχουμε τον κώδικα για κάθε .csv αρχείο ξεχωριστά και το πρόγραμμα μας εμφανίζει στην κεντρική οθόνη τις υπολογισμένες τιμές των παραμέτρων. Ο κώδικας για να βρεθούν οι παράμετροι για κάθε καταγραφή της εξόδου ακολουθεί :



Σχήμα 4.7 διαλεκτικό παράθυρο κώδικα

```
%----- FIND A,T -----  
  
clear all  
  
% dialog box  
  
prompt={'Enter step amplitude'};  
name='Step Input';  
numlines=1;  
defaultanswer={'2.5'};  
answer=inputdlg(prompt,name,numlines,defaultanswer);  
options.Resize='on';  
options.WindowStyle='normal';  
options.Interpreter='tex';  
answer=answer';  
r0=answer(1); % Η τιμή εισόδου  
r0=r0{:};  
r0= str2num(r0)  
M = csvread('offSco00.csv');
```

Όνομα του  
αρχείου

```
data=2*( (M*4.95)/1023)*1.107011; ←
```

```
% Εύρεση της αρχής απόκρισης της εξόδου  
% Αν η έξοδος πάρει τιμή > 0.01 V θεωρήσε ότι απο  
% εκεί ξεκινάει η απόκριση  
condition=1;  
i=2;start=1;  
while condition~=0  
    if data(i)>0.01  
        condition=0;  
        start=i-1;  
  
    end  
    i=i+1;  
  
end
```

```
t=(0:999)/100); % Ο χρόνος σε sec  
data2=data(start:start+999); % Τα δεδομένα μετακινημένα στο μηδέν  
plot(t,data2)  
%---- curve fitting and A,T estimation---  
F=@(x,xdata2)r0*x(1)*(1-exp(-t*x(2))); %H συνάρτηση που θα εισαχθεί στην  
%lsqcurvefit  
% Εύρεση εκτιμώμενων τιμών των παραμέτρων για βέλτιστα αποτελέσματα  
par1=mean(data(end-100:end))/r0; % Εκτιμώμενο κέρδος  
par2=mean(data(end-100:end))*0.632; % εκτιμώμενη χρονική σταθερά  
x0=[par1 par2]  
% Ευρεση της συνάρτησης F με τη χρήση της lsqcurvefit  
[x,resnorm,~,exitflag,output]=lsqcurvefit(F,x0,t,data2')  
% Όπου: F η συνάρτηση,x0 οι εκτιμώμενες τιμές των παραμέτρων, t ο χρόνος και  
% data2 τα δεδομένα
```

```
hold on  
plot(t,F(x,t),'r')  
grid  
paramsA=x(1)  
paramsT=x(2)
```

Όπου 2: Το αντίστροφο κέρδος του διαιρέτη τάσης, 4.95: η έξοδος '5V' του arduino όταν τροφοδοτείται από εξωτερική πηγή τάσης 12V, 1023: η μέγιστη τιμή της εξόδου του 10bit analog to digital converter του arduino και 1.107011: είναι ο διορθωτικός παράγοντας λόγω σφάλματος του πολυμέτρου. Αν χρησιμοποιηθεί πολύμετρο χωρίς βλάβη πρέπει να παραληφθεί.

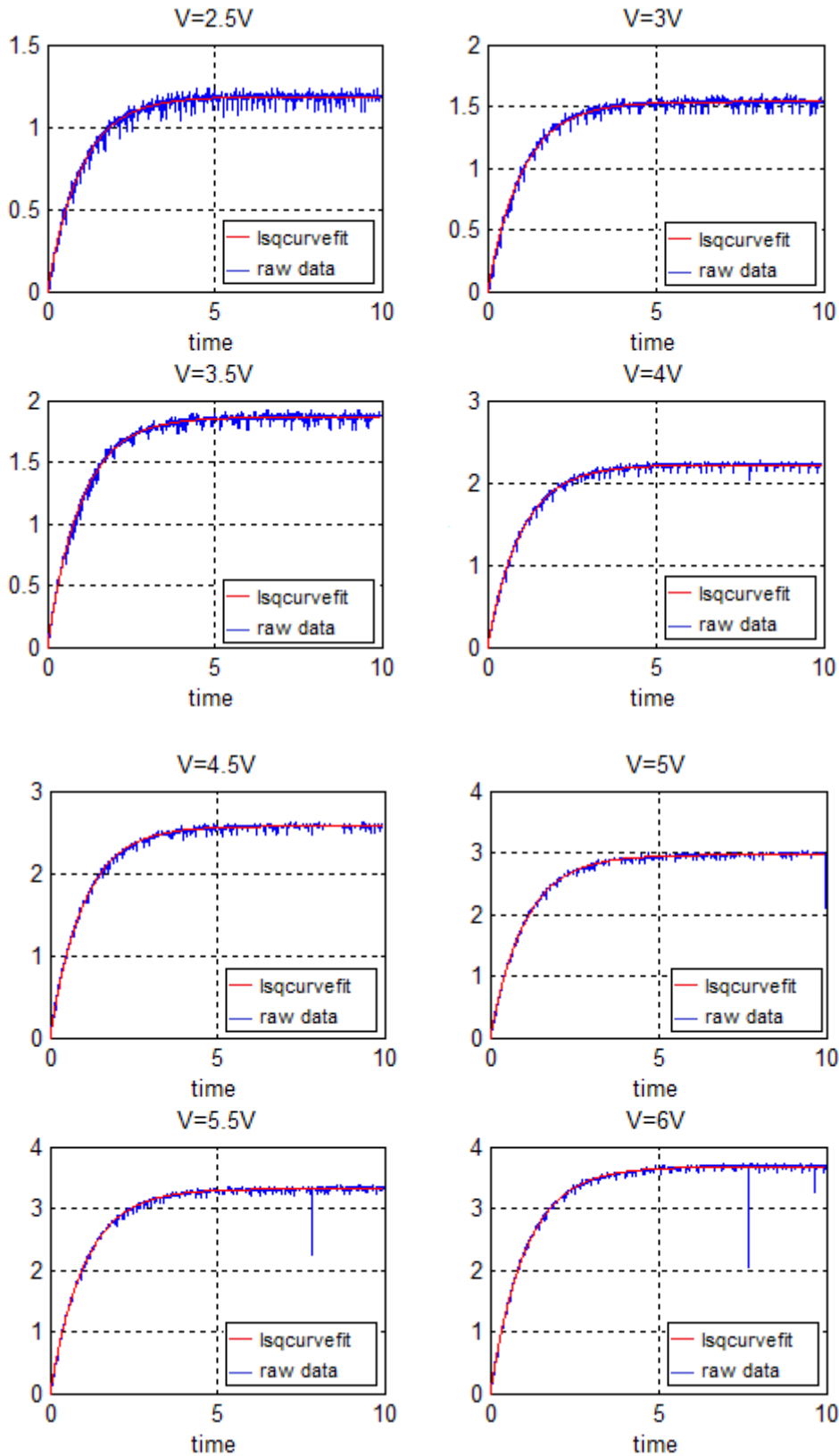
Οι παράμετροι του κινητήρα  $K_s$  και  $T_I$  αντίστοιχα

## 4.2 Αποτελέσματα

Παρακάτω παρουσιάζεται μια ενδεικτική απεικόνιση της εξόδου του μετατροπέα του κινητήρα για τάσεις εισόδου 2.5 έως 6 Volt καθώς και οι καμπύλες των παραμέτρων που βρέθηκαν με την lsqcurvefit. Οπτικά φαίνεται πως το σύστημα προσομοιώνεται πολύ καλά με



την προσέγγιση πρώτης τάξεως. Αυτό που γίνεται άμεσα αντιληπτό είναι πως οι παράμετροι του κινητήρα δεν είναι σταθερές, αλλά αλλάζουν με την τάση εισόδου. Το κέρδος έχει μια διακύμανση από 0.4716 μέχρι 0.6214 και η χρονική σταθερά κυμαίνεται από 0.9940 μέχρι 1.0740 s. Οι τιμές των παραμέτρων για κάθε μέτρηση και οι μέσες τιμές τους φαίνονται στον πίνακα 4.1.



**Σχήμα 4.8**  
Ενδεικτικές απεικονίσεις εξόδου για είσοδο 2.5-6 V

*Πίνακας 4.1 Οι τιμές των παραμέτρων  $nK_s$  και  $T_s$ , όπως υπολογίστηκαν απο την *lsqcurvefit**

Vin	$n \cdot K_s$	$T_s$
2.5	0.4730	1.0000
	0.4712	0.9800
	0.4693	0.9900
	0.4713	1.0000
	0.4734	1.0000
average	0.4716	0.9940

Vin	$n \cdot K_s$	$T_s$
5.0	0.5949	1.0200
	0.5939	1.0400
	0.5919	1.0200
	0.5937	1.0300
	0.5930	1.0500
average	0.5935	1.0320

Vin	$n \cdot K_s$	$T_s$
3.0	0.5138	0.9800
	0.5123	1.0200
	0.5091	1.0000
	0.5064	1.0100
	0.5059	0.9900
average	0.5095	1.0000

Vin	$n \cdot K_s$	$T_s$
5.5	0.6044	1.0500
	0.6042	1.0500
	0.6040	1.0400
	0.6061	1.0700
	0.6040	1.0300
average	0.6045	1.0480

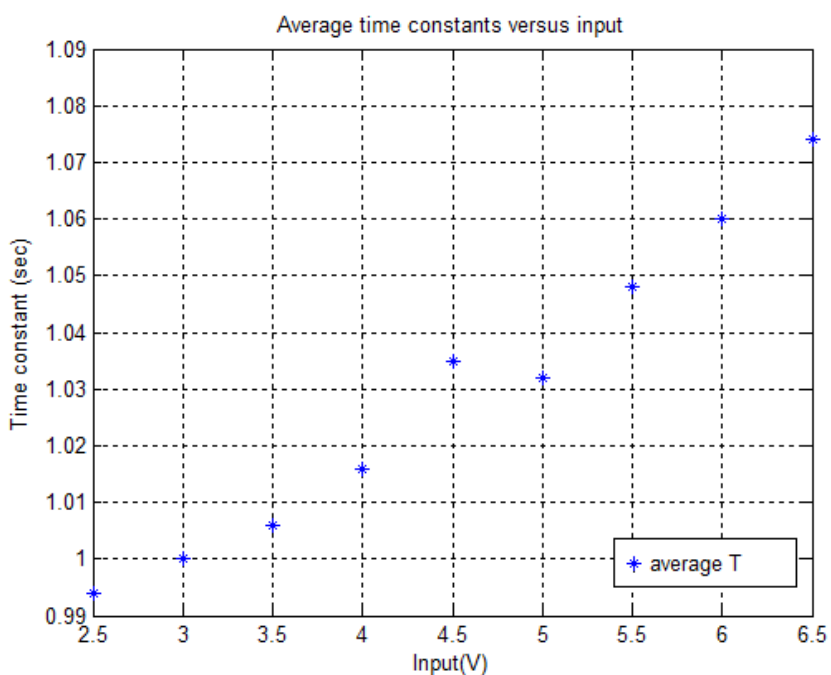
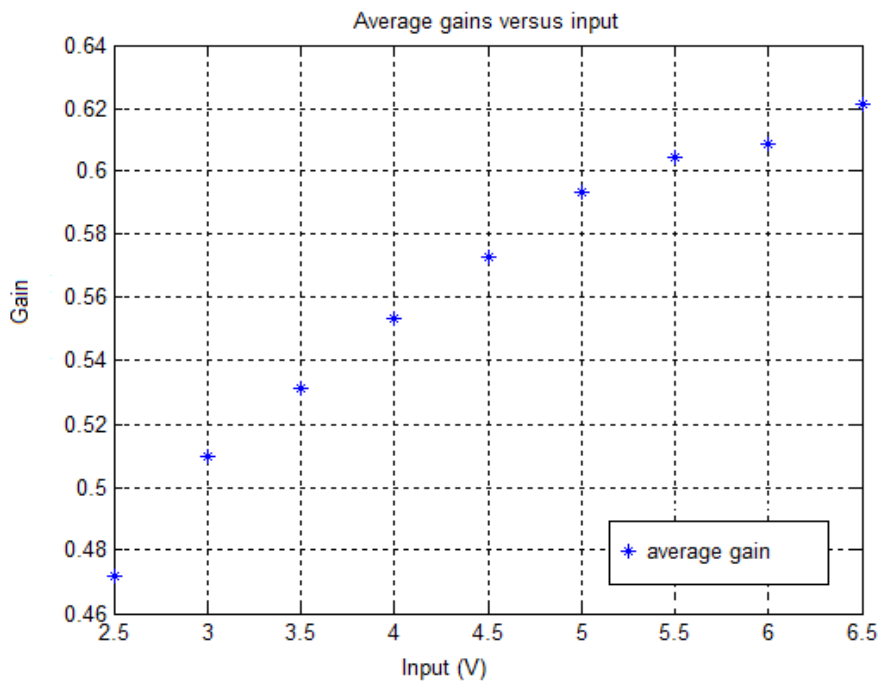
Vin	$n \cdot K_s$	$T_s$
3.5	0.5318	1.0200
	0.5312	0.9900
	0.5306	1.0000
	0.5316	1.0200
	0.5305	1.0000
average	0.5311	1.0060

Vin	$n \cdot K_s$	$T_s$
6.0	0.6051	1.0400
	0.6057	1.0600
	0.6080	1.0700
	0.6108	1.0600
	0.6127	1.0700
average	0.6085	1.0600

Vin	$n \cdot K_s$	$T_s$
4.0	0.5518	1.0100
	0.5539	1.0100
	0.5543	1.0300
	0.5536	1.0200
	0.5543	1.0100
average	0.5536	1.0160

Vin	$n \cdot K_s$	$T_s$
6.5	0.6195	1.0800
	0.6197	1.0500
	0.6201	1.0600
	0.6231	1.0900
	0.6244	1.0900
average	0.6214	1.0740

Vin	$n \cdot K_s$	$T_s$
4.5	0.5718	1.0200
	0.5750	1.0400
	0.5719	1.0400
	0.5732	1.0400
	0.5726	1.0400
average	0.5730	1.0350



**Σχήμα 4.9** Γραφική απεικόνιση των μέσων τιμών του κέρδους και της σταθεράς χρόνου, συναρτήσει της τάσης εισόδου

Λόγω της μεγάλης μεταβολής των παραμέτρων γίνεται φανερό πως ο κινητήρας δεν μπορεί να προσομοιωθεί με ένα κοινό μοντέλο για όλα τα σημεία λειτουργίας του, αλλά θα πρέπει να επιλεγεί ένα μοντέλο διαφορετικών παραμέτρων για κάθε είσοδο, της μορφής:

$$G(s) = \frac{nK_s(V)}{T_1(V)s+1}$$
 , όπου  $nK_s$  και  $T_1$  διανύσματα 9 στοιχείων με τις μέσες τιμές του κέρδους και της χρονικής σταθεράς για κάθε διέγερση και  $V$  το διάνυσμα με τη θέση της τάσης εισόδου στον πίνακα των τάσεων (2.5 μέχρι 6.5 ανά 0.5 V).

**Πίνακας 4.2** *Οι μέσες τιμές του κέρδους και της σταθεράς χρόνου που θα προσομοιώσουν το μοντέλο*

V	$nK_s$	$T_1$
1.0	0.4716	0.9940
2.0	0.5095	1.0000
3.0	0.5311	1.0060
4.0	0.5536	1.0160
5.0	0.5730	1.0350
6.0	0.5935	1.0320
7.0	0.6045	1.0480
8.0	0.6085	1.0600
9.0	0.6214	1.0740

## 5 Μοντελοποίηση του Κλειστού Συστήματος

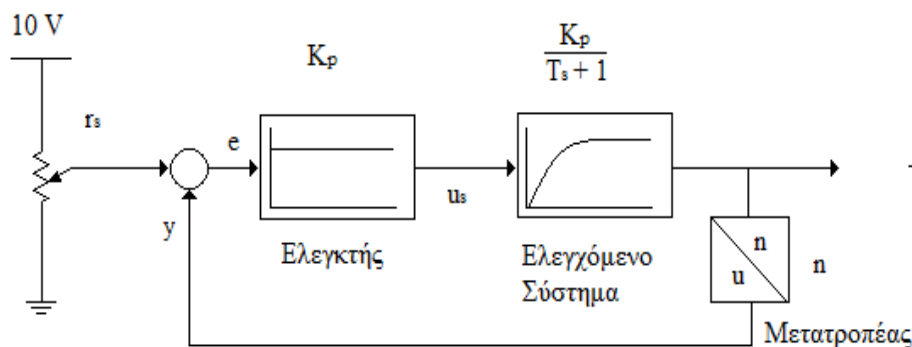
### 5.1 Μέθοδος

Σε αυτό το μέρος της εργασίας πρόκειται να υπολογίσουμε ένα θεωρητικό μοντέλο για τον κινητήρα σε κλειστό βρόχο, έχοντας γνωστή τη συνάρτηση μεταφοράς του κινητήρα που αναγνωρίσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο και τις συναρτήσεις μεταφοράς των επί μέρους βαθμίδων (μετατροπέας, ελεγκτής -P). Έπειτα θα εξακριβώσουμε την εγκυρότητα του μοντέλου πηγαίνοντας αντίστροφα, δηλαδή αναγνωρίζοντας τη συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος από τα δεδομένα βηματικής απόκρισης του κλειστού συστήματος και υπολογίζοντας τις παραμέτρους του κινητήρα σε ανοιχτό βρόχο. Η ύπαρξη διαφοράς μεταξύ των παραμέτρων των δύο μοντέλων (αυτού που αναγνωρίσαμε σε ανοιχτό βρόχο και αυτού που εξάγαμε από τα δεδομένα του κλειστού) θα μας δείξει ότι το μαθηματικό μοντέλο που είχαμε αναγνωρίσει για τον κινητήρα στο προηγούμενο κεφάλαιο δεν ανταποκρίνεται σύμφωνα με το αναμενόμενο και στον κλειστό βρόχο. Αυτό θα μας οδηγήσει στη διόρθωση του μοντέλου με την χρήση διορθωτικών συντελεστών.

Συγκεκριμένα σε αυτό το κεφάλαιο τα βήματα που θα ακολουθηθούν είναι τα εξής:

- Υπολογισμός συνάρτησης μεταφοράς κλειστού συστήματος
- Εκτίμηση παραμέτρων κλειστού συστήματος και υπολογισμός παραμέτρων κινητήρα
- Σύγκριση των παραμέτρων των δύο μοντέλων και διόρθωση του μοντέλου του κλειστού συστήματος

#### 5.1.1 Υπολογισμός Συνάρτησης Μεταφοράς Κλειστού Συστήματος



*Σχήμα 5.1:*  
Απλοποιημένο  
block- διάγραμμα  
κλειστού βρόχου

Στον υπολογισμό της συνάρτησης μεταφοράς του κλειστού βρόχου η βαθμίδα του Τ.Σ.Ε παραλείπεται, μιας το κέρδος τάσης της ισούται με 1. Το κέρδος του μετατροπέα ισούται με 1/1000 και και το κέρδος του ελεγκτή -P είναι ρυθμισμένο στο 2.

Η ολική συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος είναι:

$$G_0 = \frac{\frac{K_p \cdot K_s \cdot n}{Ts+1}}{1 + \frac{K_p \cdot K_s \cdot n}{Ts+1}} = \frac{K_p \cdot K_s \cdot n}{Ts + K_p \cdot K_s \cdot n + 1} = \frac{\frac{K_p \cdot K_s \cdot n}{K_p \cdot K_s \cdot n + 1}}{\frac{T}{K_p \cdot K_s \cdot n + 1} s + 1}$$

Από αυτό προκύπτει ότι η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού συστήματος είναι επίσης πρώτου βαθμού. Δηλαδή:

$$G_0 = \frac{nK_0}{T_0 s + 1}, \text{ όπου } nK_0 = \frac{K_p \cdot K_s \cdot n}{K_p \cdot K_s \cdot n + 1} \text{ και } T_0 = \frac{T}{K_p \cdot K_s \cdot n + 1}$$

Η έξοδος του συστήματος στο επίπεδο -s θα είναι:

$$Y(s) = r(s) \frac{nK_0}{T_0 + 1} \text{ και εφαρμόζοντας αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace :}$$

$$y(t) = nK_0 \cdot r_0 \cdot (1 - e^{-t/T_0}) \text{ , δηλαδή η χρονική απόκριση του κλειστού συστήματος θα έχει}$$

την παρακάτω εξίσωση:

$$y(t) = \frac{K_p \cdot K_s \cdot n}{K_p \cdot K_s \cdot n + 1} \cdot r_0 \cdot (1 - e^{-t \cdot \frac{K_p \cdot K_s \cdot n + 1}{T}}) \quad (1)$$

### 5.1.2 Εκτίμηση των Παραμέτρων

Για την εκτίμηση των παραμέτρων του κλειστού συστήματος με την *lsqcurvefit* θα χρησιμοποιήσουμε πάλι μοντέλο πρώτης τάξης. Η *lsqcurvefit* θα μας δώσει τις παραμέτρους της συνάρτησης  $y(t) = nK_0 \cdot r_0 \cdot (1 - e^{-t/T_0})$ , που ταιριάζουν καλύτερα στα δεδομένα που θα εισάγουμε, δηλαδή με γνωστά τα δεδομένα εισόδου  $y(t)$  και τη βηματική είσοδο  $r_0$  θα μας δώσει τις παραμέτρους  $K_0$  και  $T_0$ . Από εκεί γνωρίζοντας το κέρδος του ελεγκτή και την ενίσχυση του μετατροπέα μπορούμε να λύσουμε την εξίσωση 1 ως προς  $K_s$  και  $T$  υπολογίζοντας τις θεωρητικές παραμέτρους του κινητήρα που θα μας έδιναν αυτή την απόκριση. Λύνοντας ως προς  $K_s$  και  $T$  έχουμε:

$$n \cdot K_s = -\frac{n \cdot K_0}{K_p(n \cdot K_0 - 1)} \quad (2)$$

$$T = T_0(n \cdot K_s \cdot K_p + 1) \quad (3)$$

όπου για  $K_s$  στην εξίσωση (3) χρησιμοποιούμε το υπολογισμένο  $K_s$  από την εξίσωση (2).

### 5.1.3 Διαδικασία Πειράματος

Για την διεξαγωγή του πειράματος πρόκειται να πάρουμε 5 μετρήσεις της εξόδου του κλειστού βρόχου για κάθε είσοδο από 2.5 μέχρι 6.5 V με βήμα 0.5 V και μέσω τις *lsqcurvefit* να βρούμε τις παραμέτρους του κλειστού συστήματος. Από εκεί θα υπολογίσουμε μέσω τις εξίσωσης 2 και 3 τις παραμέτρους του ανοιχτού συστήματος και θα τις συγκρίνουμε με τις παραμέτρους που είχαμε υπολογίσει στο κεφάλαιο 4.

### 5.1.4 Κώδικας

Ο κώδικας στο matlab® είναι ως ένα σημείο ίδιος με αυτόν του κεφαλαίου 4 καθώς χρησιμοποιείται η ίδια μέθοδος για την ανίχνευση των παραμέτρων του κλειστού συστήματος. Στο τέλος του κώδικα υπάρχει μια προσθήκη για τον υπολογισμό των θεωρητικών παραμέτρων του ανοιχτού βρόχου από τις εξισώσεις 2 και 3. Εκτελούμε τον κώδικα μια φορά για κάθε μέτρηση και παίρνουμε σαν αποτέλεσμα τις θεωρητικές παραμέτρους ανοιχτού βρόχου.

```

%-----FIND A* T*-----

clear all

%dialog box

prompt={'Enter step amplitude','Enter Controller gain:'};
name='Step Input and Controllee value';
numlines=1;
defaultanswer={'2.5','2'};

answer=inputdlg(prompt,name,numlines,defaultanswer);

options.Resize='on';
options.WindowStyle='normal';
options.Interpreter='tex';
answer=answer';

r0=answer(1);
Kp=answer(2);%Το κέρδος του ελεγκτή
r0=r0{:};
Kp=Kp{:};
r0= str2num(r0)
Kp= str2num(Kp)

M = csvread('offSco00.csv');
data=2*( (M*4.95)/1023)*1.107011;
t=[1:length(data)]/100;

condition=1;
i=2;
start=0;

while condition~=0
    if data(i)>0.01
        condition=0;
        start=i-1;
    end
    i=i+1;
end

t=(0:999)/100;
data2=data(start:start+999);
plot(t,data2)

```



```

%---- curve fitting and A,T estimation---

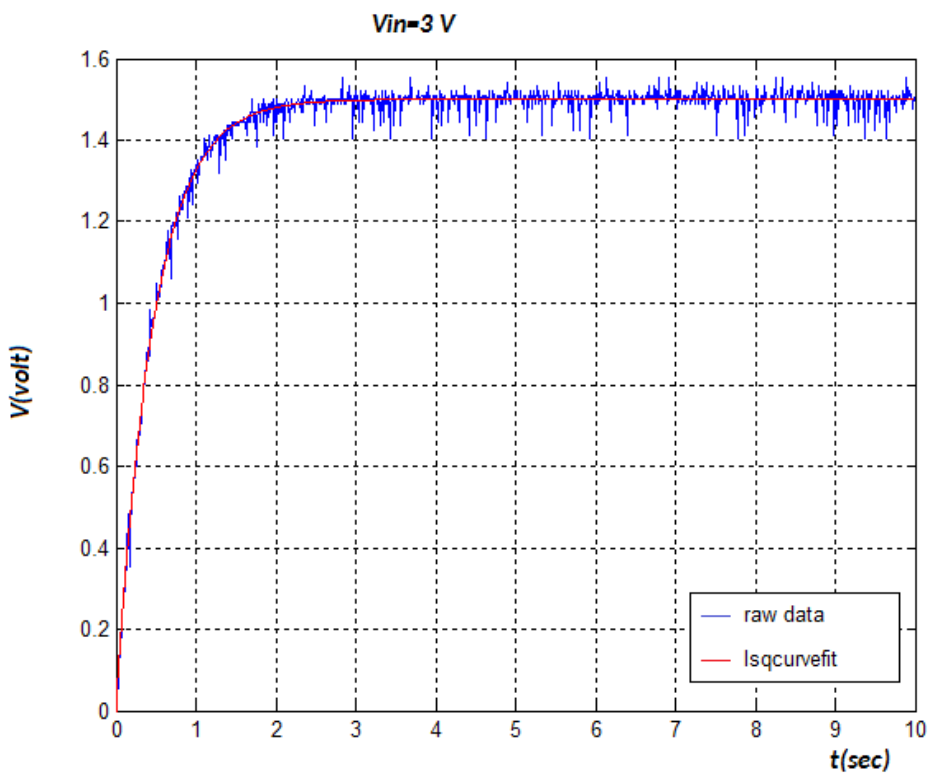
F=@(x,xdata2)r0*x(1)*(1-exp(-t*x(2))); % Εύρεση παραμέτρων με γνωστό r0
par1=mean(data(end-100:end))/r0;
par2=mean(data(end-100:end))*0.632;
x0=[10 10 ]
[x,resnorm,~,exitflag,output]=lsqcurvefit(F,x0,t,data2')

hold on
plot(t,F(x,t),'r')
grid
paramsA=x(1) % Το κέρδος του κλειστού βρόχου
paramsT=x(2) % Η σταθερά χρόνου κλειστού βρόχου

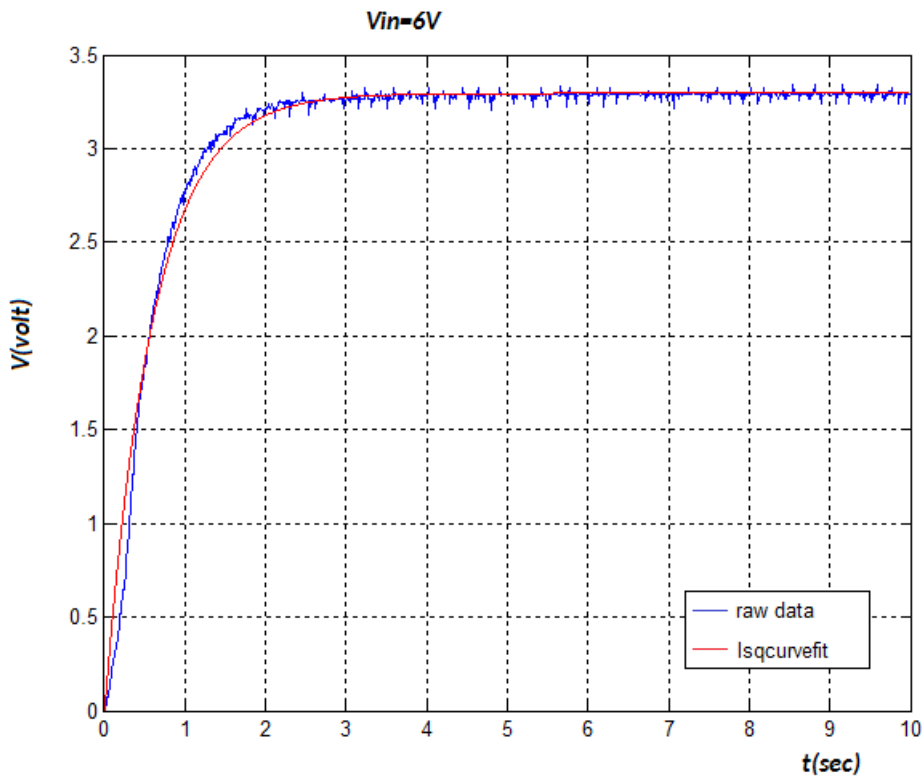
A_est= (paramsA)/(Kp-paramsA*Kp) % Υπολογισμός Κέρδους ανοιχτού βρόχου
T_est=paramsT*(1+Kp*A_est) % Υπολογισμός χρονικής σταθεράς ανοιχτού βρόχου

```

## 5.2 Αποτελέσματα



*Σχήμα 5.2: Ενδεικτική απόκριση εξόδου κλειστού συστήματος και προσέγγιση με την lsqcurvefit για είσοδο 3 V*



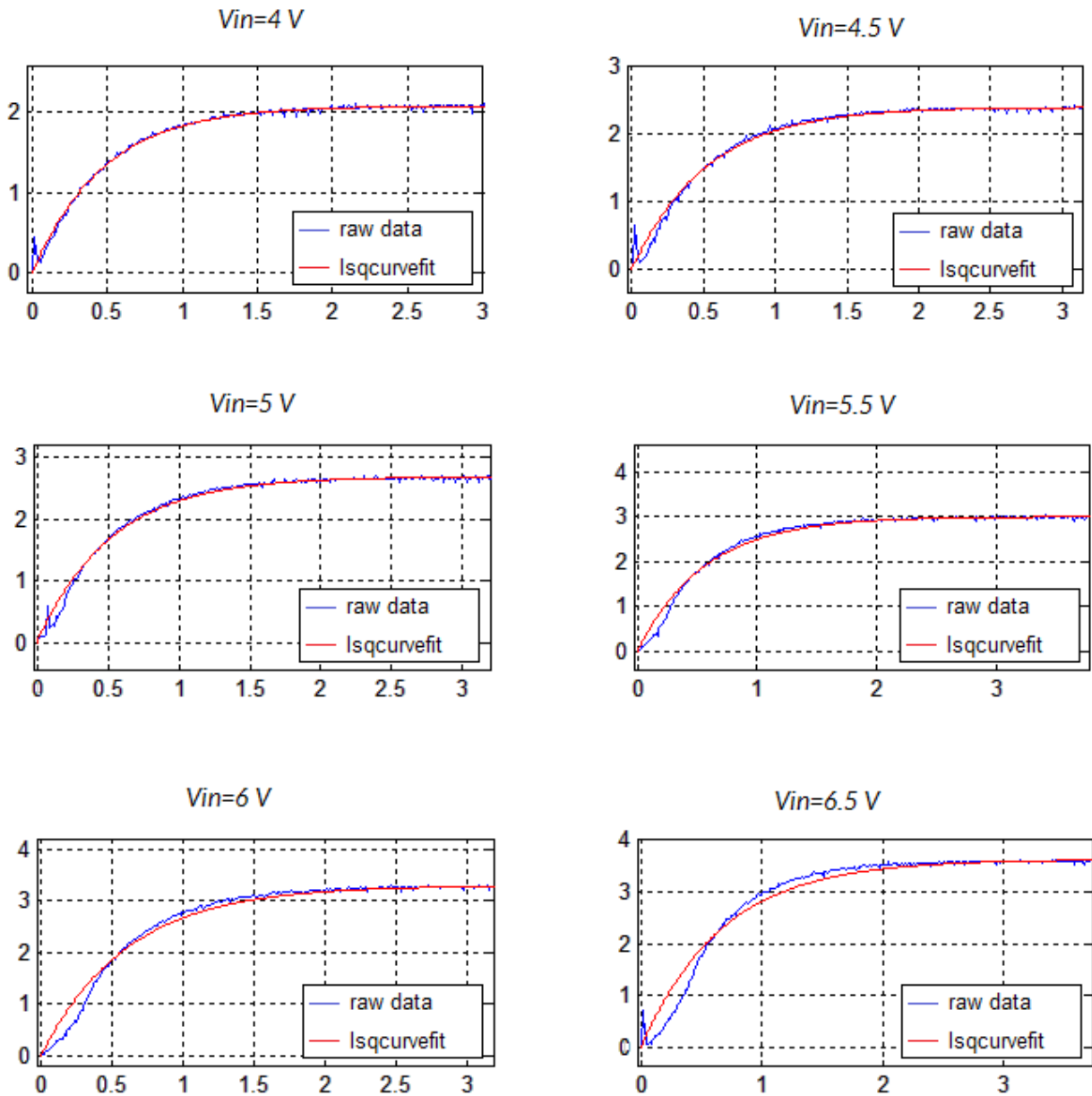
*Σχήμα 5.3: Ενδεικτική απόκριση εξόδου κλειστού συστήματος και προσέγγιση με την lsqcurvefit για είσοδο 6V*

Παρατηρήσεις:

Από τα αποτελέσματα του πειράματος παρατηρείται πως στον κλειστό βρόχο η σταθερά χρόνου μειώνεται και η τιμή μόνιμης κατάστασης δεν φτάνει την επιθυμητή, κάτι που ήταν αναμενόμενο με τη χρήση ελεγκτή αναλογίας. Ακόμα παρατηρείται πως το κέρδος και η σταθερά χρόνου του κλειστού βρόχου είναι μεταβλητά όπως συνέβαινε και στον ανοιχτό βρόχο.

Μια άλλη παρατήρηση είναι πως η συμπεριφορά του κινητήρα σε κλειστό βρόχο με την αύξηση της τάσης εισόδου αλλάζει και προσεγγίζεται όλο και λιγότερο επιτυχώς με το μοντέλο πρώτης τάξης. Το εν λόγω εύρημα φαίνεται στο σχήμα 5.3 και στο επόμενο σχήμα όπου παρουσιάζεται η έξοδος του κινητήρα σε κλειστό βρόχο, για τάσεις εισόδου από 4 μέχρι 6.5 V. Αυτή η σταδιακή αλλαγή της απόκρισης του συστήματος έχει σαν αποτέλεσμα την αβεβαιότητα στην εκτίμηση των παραμέτρων του κινητήρα και στην μοντελοποίηση του κλειστού συστήματος.

### 5.2.1 Αβεβαιότητα Μοντελοποίησης



Σχήμα 5.4: Γραφική απόκριση τάσης κλειστού βρόχου για είσοδο 4-6.5 V και η προσέγγιση με την *lsqcurvefit*

Όπως φαίνεται στο σχήμα 5.4 με την αύξηση της τάσης εισόδου η απόκριση του κλειστού συστήματος έχει όλο και λιγότερο μορφή πρώτης τάξης. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα μια σταδιακή απόκλιση των θεωρητικών παραμέτρων από τις πειραματικές. Ήδη από πριν

αρχίσει να εμφανίζεται η διαφορά του μοντέλου (για τάσεις εισόδου 2.5 – 4 V) υπάρχει μια απόκλιση των παραμέτρων από τις ονομαστικές, η οποία με την αύξηση της τάσης εισόδου διευρύνεται. Αυτά τα ευρήματα φαίνονται αναλυτικά στον παρακάτω πίνακα όπου παρουσιάζονται για κάθε τάση εισόδου το κέρδος του κλειστού βρόχου ( $n \cdot K_0$ ), η χρονική σταθερά κλειστού βρόχου ( $T_0$ ), το υπολογισμένο κέρδος του κινητήρα ( $n \cdot K_{est}$ ), η υπολογισμένη χρονική σταθερά του κινητήρα ( $T_{est}$ ) και οι ονομαστικές παράμετροι του κινητήρα  $n \cdot K_s$  και  $T_s$ .

**Πίνακας 5.1:** Κέρδη και χρονικές σταθερές κλειστού βρόχου

Vin	$n \cdot K_0$	$T_0$	$n \cdot K_{est}$	$T_{est}$	$n \cdot K_s$	$T_s$
2.5	0.4810	0.4851	0.4634	0.9347	0.4730	1.0000
	0.4810	0.4663	0.4634	0.8985	0.4712	0.9800
	0.4803	0.4776	0.4621	0.9190	0.4693	0.9900
	0.4785	0.4568	0.4588	0.8759	0.4713	1.0000
	0.4772	0.4804	0.4564	0.9189	0.4734	1.0000
average	0.4796	0.4733	0.4608	0.9094	0.4716	0.9940

Vin	$n \cdot K_0$	$T_0$	$n \cdot K_{est}$	$T_{est}$	$n \cdot K_s$	$T_s$
3.0	0.5001	0.4653	0.5002	0.9308	0.5138	0.9800
	0.4987	0.4834	0.4974	0.9643	0.5123	1.0200
	0.5000	0.4631	0.5000	0.9262	0.5091	1.0000
	0.4981	0.4793	0.4962	0.9550	0.5064	1.0100
	0.4961	0.4671	0.4923	0.9270	0.5059	0.9900
average	0.4986	0.4716	0.4972	0.9406	0.5095	1.0000

Vin	$n \cdot K_0$	$T_0$	$n \cdot K_{est}$	$T_{est}$	$n \cdot K_s$	$T_s$
3.5	0.5090	0.4733	0.5183	0.9640	0.5318	1.0200
	0.5080	0.4805	0.5163	0.9766	0.5312	0.9900
	0.5083	0.4695	0.5169	0.9549	0.5306	1.0000
	0.5080	0.4690	0.5163	0.9533	0.5316	1.0200
	0.5073	0.4782	0.5148	0.9706	0.5305	1.0000
average	0.5082	0.4816	0.5165	0.9639	0.5311	1.0060

Vin	$n \cdot K_0$	$T_0$	$n \cdot K_{est}$	$T_{est}$	$n \cdot K_s$	$T_s$
4.0	0.5206	0.4724	0.5430	0.9854	0.5518	1.0100
	0.5186	0.4615	0.5386	0.9587	0.5539	1.0100
	0.5184	0.4584	0.5382	0.9518	0.5543	1.0300
	0.5192	0.4713	0.5399	0.9802	0.5536	1.0200
	0.5201	0.4827	0.5419	1.0058	0.5543	1.0100
average	0.5194	0.4693	0.5403	0.9764	0.5536	1.0160

Vin	n·K <sub>0</sub>	T <sub>0</sub>	n·K <sub>est</sub>	T <sub>est</sub>	n·K <sub>s</sub>	T <sub>s</sub>
4.5	0.5285	0.4702	0.5604	0.9972	0.5718	1.0200
	0.5304	0.5179	0.5647	1.1029	0.5750	1.0400
	0.5311	0.5176	0.5663	1.1039	0.5719	1.0400
	0.5308	0.5114	0.5656	1.0899	0.5732	1.0400
	0.5305	0.4759	0.5650	1.0136	0.5726	1.0400
average	0.5303	0.4986	0.5644	1.0615	0.5730	1.0350

Vin	n·K <sub>0</sub>	T <sub>0</sub>	n·K <sub>est</sub>	T <sub>est</sub>	n·K <sub>s</sub>	T <sub>s</sub>
5.0	0.5369	0.5496	0.5797	1.1868	0.5949	1.0200
	0.5367	0.5448	0.5792	1.1759	0.5939	1.0400
	0.5365	0.5205	0.5787	1.1230	0.5919	1.0200
	0.5374	0.5418	0.5808	1.1712	0.5937	1.0300
	0.5393	0.5383	0.5853	1.1684	0.5930	1.0500
average	0.5374	0.5390	0.5807	1.1561	0.5935	1.0320

Vin	n·K <sub>0</sub>	T <sub>0</sub>	n·K <sub>est</sub>	T <sub>est</sub>	n·K <sub>s</sub>	T <sub>s</sub>
5.5	0.5466	0.5874	0.6028	1.2955	0.6044	1.0500
	0.5456	0.5878	0.6004	1.2936	0.6042	1.0500
	0.5458	0.5867	0.6008	1.2917	0.6040	1.0400
	0.5454	0.5646	0.5999	1.2420	0.6061	1.0700
	0.5452	0.5829	0.5994	1.2817	0.6040	1.0300
average	0.5457	0.5819	0.6006	1.2809	0.6045	1.0480

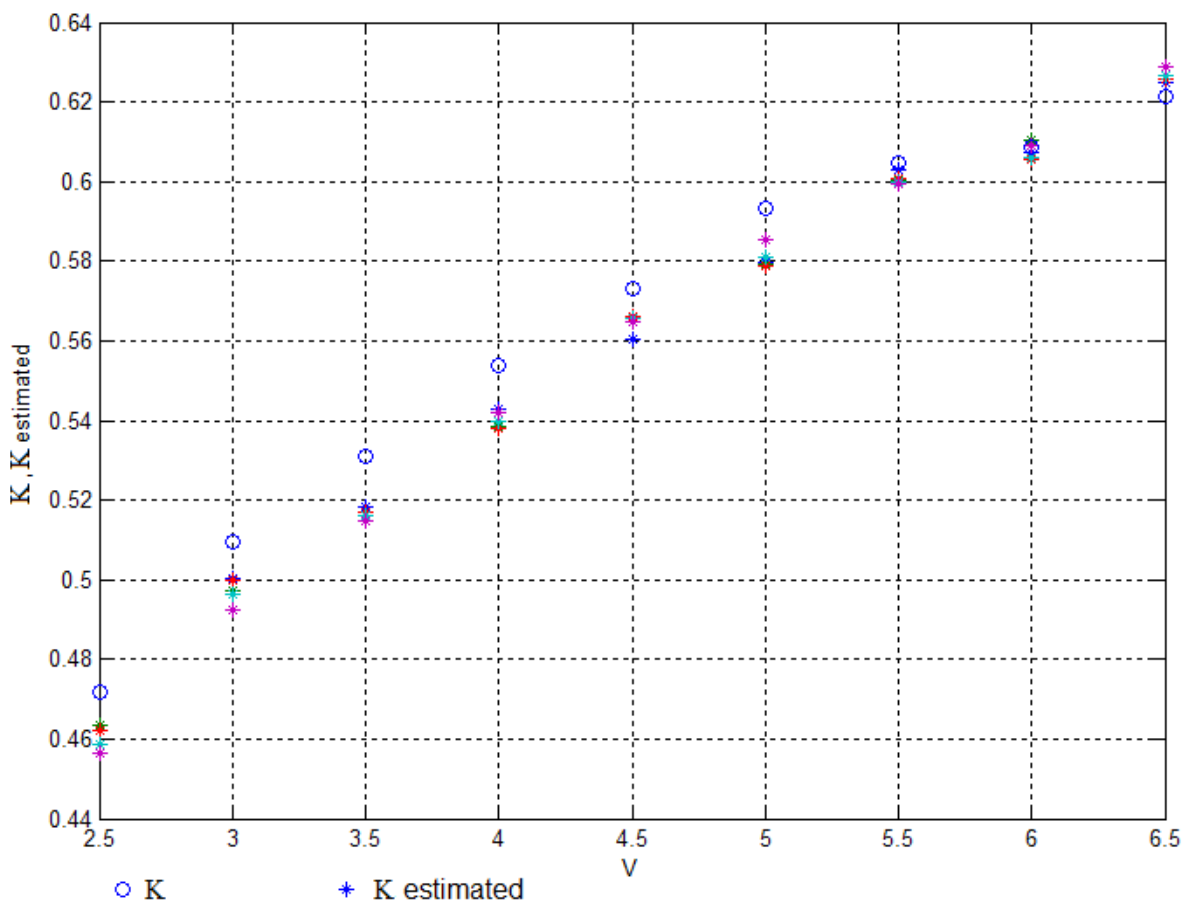
Vin	n·K <sub>0</sub>	T <sub>0</sub>	n·K <sub>est</sub>	T <sub>est</sub>	n·K <sub>s</sub>	T <sub>s</sub>
6.0	0.5484	0.6319	0.6072	1.3992	0.6051	1.0400
	0.5497	0.6322	0.6104	1.4040	0.6057	1.0600
	0.5477	0.5999	0.6055	1.3263	0.6080	1.0700
	0.5480	0.6217	0.6062	1.3754	0.6108	1.0600
	0.5492	0.6005	0.6091	1.3321	0.6127	1.0700
average	0.5484	0.6043	0.6077	1.3674	0.6085	1.0600

Vin	n·K <sub>0</sub>	T <sub>0</sub>	n·K <sub>est</sub>	T <sub>est</sub>	n·K <sub>s</sub>	T <sub>s</sub>
6.5	0.5555	0.6677	0.6249	1.5021	0.6195	1.0800
	0.5562	0.6371	0.6266	1.4356	0.6197	1.0500
	0.5559	0.6645	0.6259	1.4963	0.6201	1.0600
	0.5562	0.6565	0.6266	1.4793	0.6231	1.0900
	0.5571	0.6682	0.6289	1.5087	0.6244	1.0900
average	0.5562	0.6588	0.6266	1.4844	0.6214	1.0740

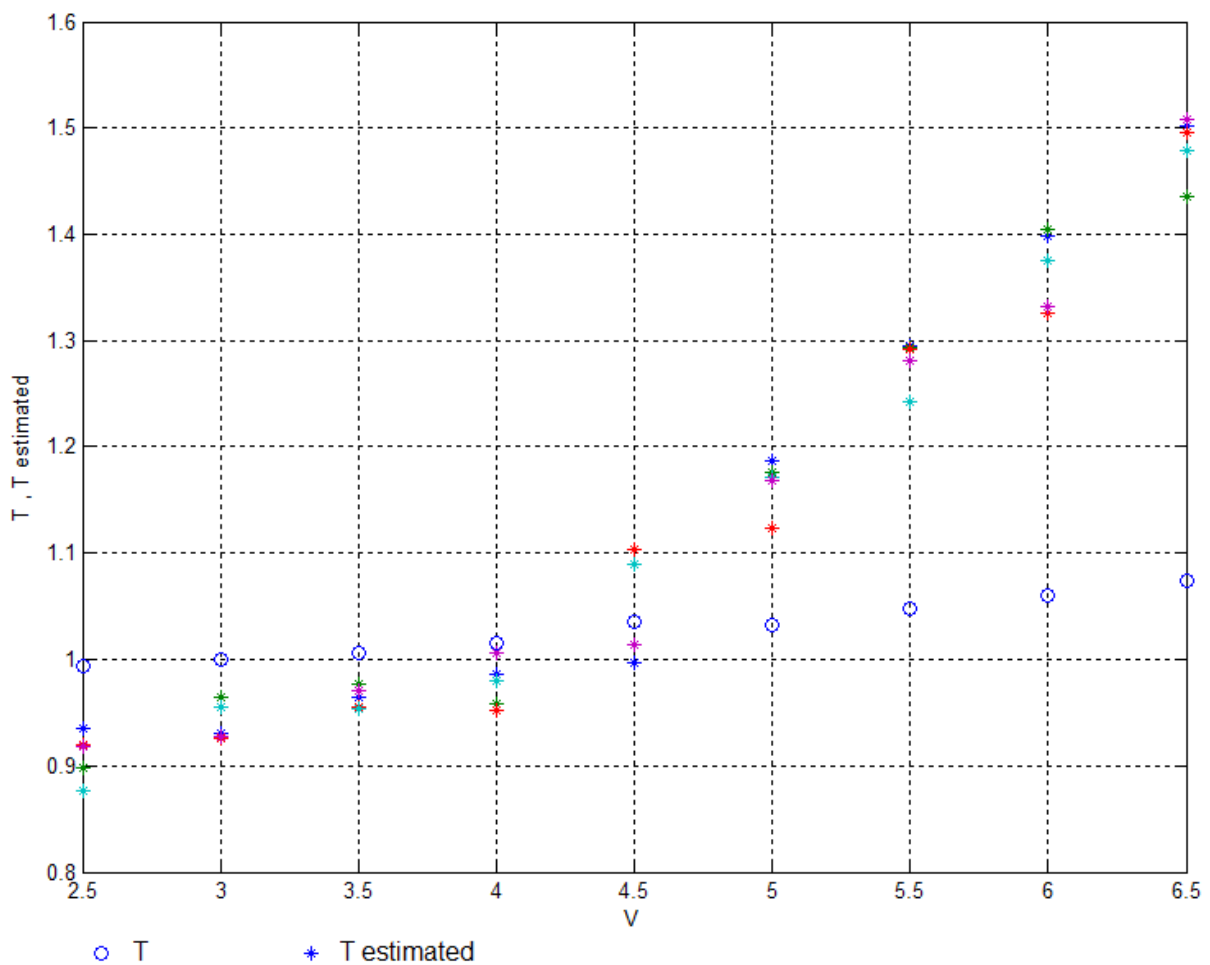
Αυτό που παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα είναι μια σταθερή απόκλιση μεταξύ των υπολογισμένων και των ονομαστικών παραμέτρων κέρδους και μια αυξανόμενη απόκλιση μεταξύ των υπολογισμένων και των ονομαστικών παραμέτρων της χρονικής σταθεράς. Αυτό αιτιολογείται λόγω της αβεβαιότητας που υπάρχει μεταξύ του μαθηματικού μοντέλου και των πειραματικών μετρήσεων (modeling uncertainty). Όπως αναφέρθηκε το

μοντέλου που επιλέχτηκε για την μαθηματική μοντελοποίηση του κινητήρα είναι προσεγγιστικό και αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να μην προσομοιώνει πλήρως τον κινητήρα σε όλα τα σημεία λειτουργίας του. Στην περίπτωση του κλειστού βρόχου βλέπουμε πως η προσεγγιστική καμπύλη με την `lsqcurvefit` φτάνει την τιμή μόνιμης κατάστασης των πειραματικών δεδομένων άρα και το κέρδος του πειραματικού μοντέλου, αλλά αδυνατεί να ακολουθήσει τη μεταβατική κατάσταση. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα αυξανόμενη απόκλιση στην σταθερά χρόνου.

Τα ευρήματα αυτά φαίνονται στις παρακάτω εικόνες όπου παρουσιάζονται τα υπολογισμένα κέρδη του κινητήρα και οι μέσες τιμές του ονομαστικού κέρδους του κινητήρα συναρτήσει της τάσης εισόδου και οι υπολογισμένες χρονικές σταθερές του κινητήρα και οι μέσες τιμές της ονομαστικής χρονικής σταθεράς του κινητήρα συναρτήσει της τάσης εισόδου.



**Σχήμα 5.5:** Ονομαστικό και υπολογισμένο κέρδος κινητήρα συναρτήσει της τάσης εισόδου



Σχήμα 5.6: Ονομαστική και υπολογισμένη χρονική σταθερά συναρτήσει της τάσης εισόδου

### 5.2.2 Διόρθωση του Μοντέλου Κλειστού Βρόχου

Για να διεξαχθεί σωστά η ανίχνευση βλάβης πρέπει οι λειτουργικές παράμετροι να μην έχουν διαφορά από τις ονομαστικές παραμέτρους κατά τη διάρκεια της ορθής λειτουργίας του κινητήρα. Για να αποφευχθεί η αβεβαιότητα μοντελοποίησης επιλέχτηκε ο απλούστερος τρόπος, κατά τον οποίο θα γίνεται η διόρθωση των παραμέτρων του κινητήρα που εκτιμήθηκαν από την λειτουργία του σε κλειστό βρόχο, αθροίζοντας το σφάλμα μεταξύ ονομαστικής και εκτιμώμενης παραμέτρου του κινητήρα. Αυτό θα έχει σαν αποτέλεσμα οι πειραματικές παράμετροι του κινητήρα να συμφωνούν με τις ονομαστικές. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι τιμές των αποκλίσεων μεταξύ πειραματικών και ονομαστικών

παραμέτρων του κινητήρα για κάθε είσοδο και οι μέσες τιμές τους. Οι μέσες τιμές της διαφοράς των παραμέτρων θα χρησιμοποιηθούν για τη διόρθωση του μοντέλου.

**Πίνακας 5.1: Διαφορά ονομαστικών παραμέτρων κινητήρα και πειραματικών παραμέτρων εκτιμώμενων από απόκριση κλειστού βρόχου**

Vin	nK-K_est	T-T_est
2.5	0.0082	0.0593
	0.0082	0.0955
	0.0095	0.0750
	0.0128	0.1181
	0.0152	0.0751
average	0.0108	0.0846

Vin	nK-K_est	T-T_est
4.5	0.0126	0.0378
	0.0083	-0.0679
	0.0067	-0.0689
	0.0074	-0.0549
	0.0080	0.0214
average	0.0086	-0.0265

Vin	nK-K_est	T-T_est
3.0	0.0093	0.0692
	0.0121	0.0357
	0.0095	0.0738
	0.0133	0.0450
	0.0172	0.0730
average	0.0123	0.0593

Vin	NK-K_est	T-T_est
5.0	0.0138	-0.1548
	0.0143	-0.1439
	0.0148	-0.0910
	0.0127	-0.1392
	0.0082	-0.1364
average	0.0128	-0.1331

Vin	nK-K_est	T-T_est
3.5	0.0128	0.0420
	0.0148	0.0294
	0.0142	0.0511
	0.0148	0.0527
	0.0163	0.0354
average	0.0146	0.0421

Vin	NK-K_est	T-T_est
5.5	0.0017	-0.2475
	0.0041	-0.2456
	0.0037	-0.2437
	0.0046	-0.1940
	0.0051	-0.2337
average	0.0038	-0.2329

Vin	nK-K_est	T-T_est
4.0	0.0106	0.0306
	0.0150	0.0573
	0.0154	0.0642
	0.0137	0.0358
	0.0117	0.0102
average	0.0133	0.0396

Vin	NK-K_est	T-T_est
6.0	0.0013	-0.3392
	-0.0019	-0.3440
	0.0030	-0.2663
	0.0023	-0.3154
	-0.0006	-0.2721
average	8.2000e-04	-0.3074

Vin	NK-K_est	T-T_est
6.5	-0.0035	-0.4281
	-0.0052	-0.3616
	-0.0045	-0.4223
	-0.0052	-0.4053
	-0.0075	-0.4347
average	-0.0052	-0.4104



## 6 Ανίχνευση Βλάβης

Σε αυτό το κεφάλαιο πρόκειται να ασχοληθούμε με τη διάγνωση πιθανής βλάβης, όπως αυτή γίνεται αντιληπτή από την παρακολούθηση των διορθωμένων παραμέτρων του κινητήρα, όταν αυτός λειτουργεί σε κλειστό βρόχο.

### 6.1 Μέθοδος

Μια βλάβη στον κινητήρα επιφέρει αλλαγές στις λειτουργικές παραμέτρους του. Εμείς θα ανιχνεύσουμε βλάβες οι οποίες προκαλούν αλλαγές στο κέρδος του κινητήρα ( $K_s$ ) και στην παράμετρο χρονικής σταθεράς ( $T$ ). Ως βλάβη θα νοήσουμε τη μεταβολή μίας από τις λειτουργικές παραμέτρους του κινητήρα πέρα από ένα αποδεκτό όριο τιμών (βλ. σελ. 71, [11]).

Πριν γίνει η ανίχνευση της βλάβης πρόκειται να γίνει η μοντελοποίηση του συστήματος με βλάβη ώστε να διαπιστωθεί σε ποιόν βαθμό είναι αυτή ανιχνεύσιμη. Δηλαδή πρόκειται να γίνει η εκτίμηση των παραμέτρων του συστήματος με βλάβη και να διαπιστωθεί αν τα όρια στα οποία κινούνται οι τιμές τους είναι διακριτά από τα όρια που έχουν οι τιμές των παραμέτρων του συστήματος χωρίς βλάβη. Η μη ύπαρξη κοινών σημείων μεταξύ του εύρους που καταλαμβάνουν οι δύο τιμές θα μας δηλώσει ότι η βλάβη μπορεί να ανιχνευθεί.

Η προσομοίωση της βλάβης γίνεται με τον εξής τρόπο: Στον άξονα του κινητήρα υπάρχει συνδεδεμένη μια γεννήτρια η οποία έχει σαν φορτίο μια σειρά από λάμπες βολφραμίου. Η σύνδεση των λαμπών με τη γεννήτρια προκαλεί διαταραχή στον κινητήρα, μειώνοντας τις στροφές του, η οποία δεδομένου ότι ο κινητήρας λειτουργεί χωρίς φορτίο μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αντιστοιχεί σε εξομοίωση κάποιας βλάβης (τυλίγματα, ρουλεμάν κλπ).

Εμείς πρόκειται να εξετάσουμε δύο ειδών βλάβες: Μόνιμες βλάβες, οι οποίες θα επιδρούν καθ' όλη τη διάρκεια λειτουργίας του κινητήρα και περιοδικές βλάβες, οι οποίες θα επιδρούν στη εκκίνηση του κινητήρα και θα αίρονται κατά τη διάρκεια της μεταβατικής απόκρισης.

### 6.1.1 Μόνιμη Βλάβη

Σε αυτό το σημείο πρόκειται να μοντελοποιήσουμε τον κινητήρα έχοντας τη διαταραχή να ενεργεί καθ' όλη τη διάρκεια λειτουργίας του. Μια τέτοια διαταραχή προσομοιώνει μόνιμες δυσλειτουργίες του κινητήρα οι οποίες θα μπορούσαν να οφείλονται σε μια βλάβη στο κύκλωμα του στάτη. Για την εκτέλεση των μετρήσεων συνδέουμε τον κινητήρα σε κλειστό βρόχο όπως στο προηγούμενο κεφάλαιο, έχοντας τον ελεγκτή -P ρυθμισμένο σε κέρδος 2 και κλείνουμε τον διακόπτη της διαταραχής. Το πείραμα θα επαναληφθεί με τον ίδιο τρόπο, παίρνοντας τέσσερις μετρήσεις της εξόδου του μετατροπέα για κάθε τάση εισόδου από 3 μέχρι 6 V με βήμα 0.5 V. Η εκτίμηση των παραμέτρων θα γίνει όπως και στα προηγούμενα κεφάλαια με τη συνάρτηση του matlab® `lsqcurvefit`.

Κατά τη μοντελοποίηση θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω πίνακα με τους διορθωτικούς συντελεστές των παραμέτρων κλειστού βρόχου για την αποφυγή της αβεβαιότητας κατά τη μοντελοποίηση. Μέσω αυτού του πίνακα θα διορθώσουμε τις εκτιμώμενες παραμέτρους εσφαλμένης λειτουργίας του κινητήρα και θα υπολογίσουμε τις παραμέτρους κέρδους ( $K_{perm}$ ) και χρονικής σταθεράς ( $T_{perm}$ ) μόνιμης βλάβης.

Πίνακας 6.1 Διορθωτικοί παράμετροι κέρδους και χρονικής σταθεράς

V	nK_err	T_err
2.5	0.0108	0.0846
3.0	0.0123	0.0593
3.5	0.0146	0.0421
4.0	0.0133	0.0396
4.5	0.0086	-0.0265
5.0	0.0128	-0.1331
5.5	0.0038	-0.2329
6.0	8.2000e-04	-0.3074
6.5	-0.0052	-0.4104

### Κώδικας

Ο κώδικας είναι ο ίδιος με του προηγούμενου κεφαλαίου με τη μόνη διαφορά ότι υπάρχει η εισαγωγή του παραπάνω πίνακα με τίτλο `gains2` για τις διορθωτικές παραμέτρους κέρδους και `constants2` για τις διορθωτικές παραμέτρους χρονικής σταθεράς και στο τέλος αφού έχει γίνει ο υπολογισμός των παραμέτρων γίνεται η πρόσθεση του σφάλματος.

```

%-----FIND A* T*-----

clear all

% Παρακάτω εισάγονται οι πίνακες με τις παραμέτρους
gains1=[0.4716 0.5095 0.5311 0.5536 0.5730 0.5935 0.6045 0.6085 0.6214];
gains2=[0.0108 0.0123 0.0146 0.0133 0.0086 0.0128 0.0038 8.2000e-04 -0.0052]
constants1=[0.9940 1 1.0060 1.0160 1.0350 1.0320 1.0480 1.0600 1.0740];
constants2=[0.0846 0.0593 0.0421 0.0396 -0.0265 -0.1331 -0.2329 -0.3074 -
0.4104]
V1=[2.5 3 3.5 4 4.5 5 5.5 6 6.5];

prompt={'Enter step amplitude','Enter Controller gain:'};
name='Step Input and Controllee value';
numlines=1;
defaultanswer={'2.5','2'};

answer=inputdlg(prompt,name,numlines,defaultanswer);

options.Resize='on';
options.WindowStyle='normal';
options.Interpreter='tex';
answer=answer';

r0=answer(1);
Kp=answer(2);
r0=r0{:};
Kp=Kp{:};
r0= str2num(r0)
Kp= str2num(Kp)
n=0.001;

M = csvread('offSco00.csv');
data=2*((M*4.95)/1023)*1.107011;
t=[1:length(data)]/100;

condition=1;
i=2;
start=0;
while condition~=0
    if data(i)>0.01
        condition=0;
        start=i-1;
    end
end

```

```

        end
        i=i+1;
    end

t=( (0:999)/100);
data2=data(start:start+999);
plot(t,data2)

%---- curve fitting and A,T estimation----

F=@(x,xdata2) r0*x(1)*(1-exp(-t*x(2)));
par1=mean(data(end-100:end))/r0;
par2=mean(data(end-100:end))*0.632;
x0=[10 10 ]
[x,resnorm,~,exitflag,output]=lsqcurvefit(F,x0,t,data2')

hold on
plot(t,F(x,t),'r')
grid
paramsA=x(1)
paramsT=x(2)

A_est= (paramsA)/(Kp-paramsA*Kp)
T_est=paramsT*(1+Kp*A_est)

new_paramsA=A_est+gains2(find(V1==r0)) % οι διορθωμένες παράμετροι κέρδους
new_paramsT=T_est+constants2(find(V1==r0)) % οι διορθωμένες παράμετροι χρόνου

```

### 6.1.2 Περιοδική Βλάβη

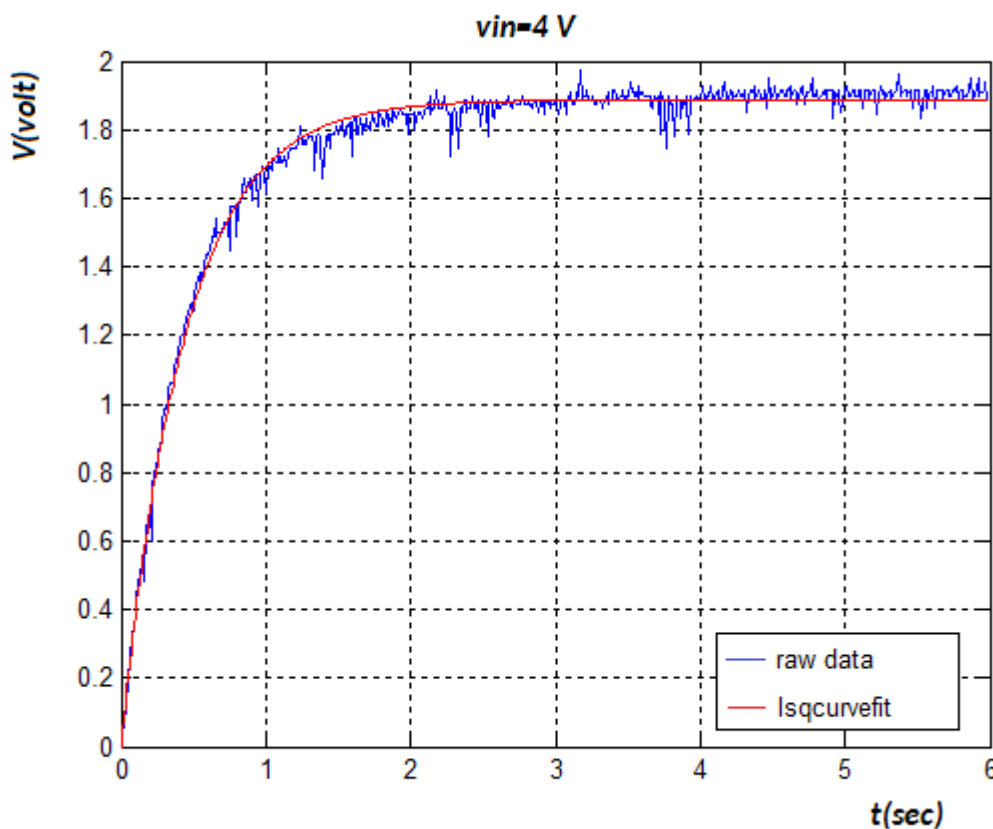
Σε αυτή την παράγραφο θα εξετάσουμε βλάβη η οποία επιδρά κατά την εκκίνηση του κινητήρα και αναιρείται κατά τη διάρκεια της μεταβατικής απόκρισης. Μια τέτοια βλάβη μπορεί να προσομοιώνει μια παροδική δυσλειτουργία του κινητήρα η κάποια κακή επαφή στις συνδέσεις. Η προσομοίωση της βλάβης θα γίνει έχοντας τον διακόπτη της διαταραχής κλειστό κατά την εκκίνηση του κινητήρα και ανοίγοντάς τον πριν ο κινητήρας πιάσει την τιμή μόνιμης κατάστασης.

Η διαδικασία του πειράματος θα είναι η ίδια όπως και για την μόνιμη βλάβη. Θα πάρουμε τέσσερεις μετρήσεις ανά 0.5 V από 3 μέχρι 6.5 V και θα γίνει η μοντελοποίηση του κλειστού συστήματος με βλάβη και η εκτίμηση των παραμέτρων του κινητήρα. Μέσω του

πίνακα 6.1 θα γίνει η διόρθωση των παραμέτρων του κινητήρα και ο υπολογισμός των παραμέτρων εσφαλμένης λειτουργίας (nK\_temp και T\_temp). Το εύρος που λαμβάνουν οι τιμές των παραμέτρων του κινητήρα με βλάβη θα μας δείξει αν η βλάβη μπορεί να ανιχνευθεί. Ο κώδικας είναι ακριβώς ίδιος με αυτόν της παραγράφου 6.1.1.

## 6.2 Αποτελέσματα

### 6.2.1 Αποτελέσματα Μόνιμης Βλάβης



*Σχήμα 6.1: Ενδεικτική απεικόνιση βηματικής απόκρισης μόνιμης βλάβης για είσοδο 4 V*

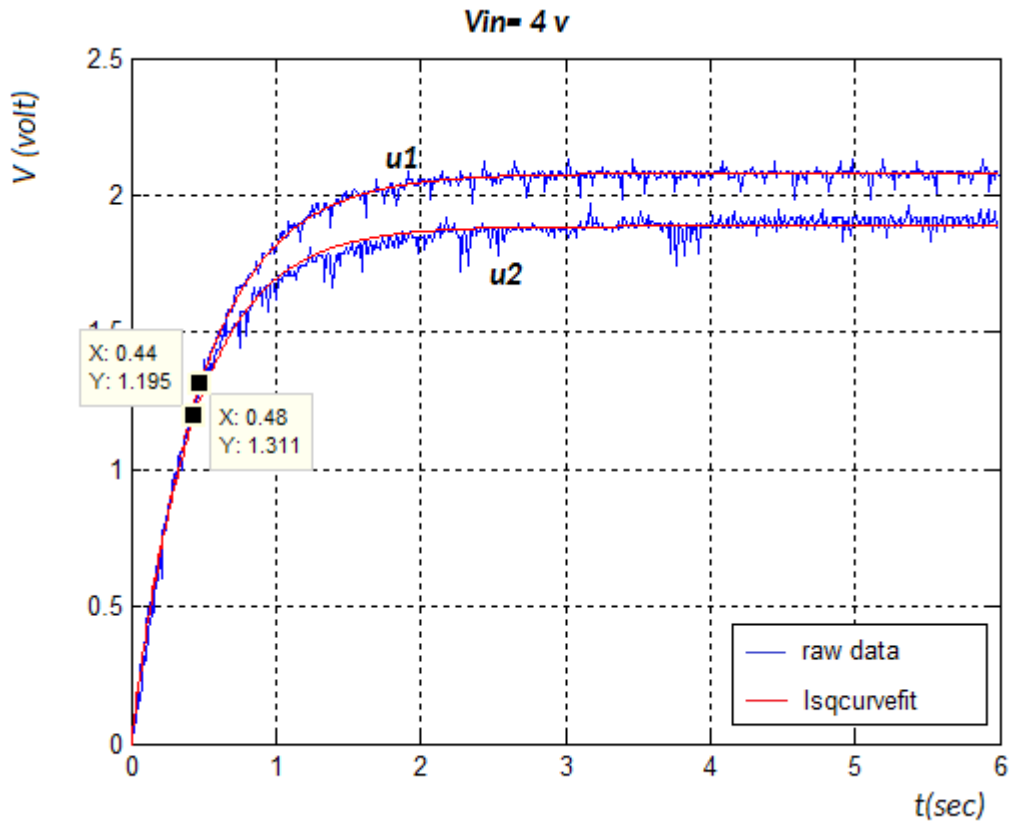
Όπως φαίνεται από το σχήμα 6.1 η απόκριση του κλειστού συστήματος με μόνιμη βλάβη έχει μορφή πρώτης τάξης. Αυτό είναι αναμενόμενο, αφού η διαταραχή επιδρά καθ' όλη τη διάρκεια λειτουργίας του κινητήρα μειώνοντας τις στροφές του. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι παράμετροι κέρδους και χρονικής σταθεράς του κινητήρα με μόνιμη βλάβη (K\_perm και T\_perm) και οι μέσες ονομαστικές παράμετροι του κινητήρα σε ανοιχτό βρόχο (K\_avg και T\_avg).

Πίνακας 6.2: Τιμές κέρδους και χρονικής σταθεράς για λειτουργία κινητήρα με μόνιμη βλάβη και χωρίς

Vin	K_perm	K_avg	T_perm	T_avg
3.0	0.4180	0.5095	0.8451	1.0000
	0.4183		0.8203	
	0.4187		0.8241	
	0.4194		0.8184	
3.5	0.4357	0.5311	0.8842	1.0060
	0.4444		0.8400	
	0.4429		0.8292	
	0.4434		0.8503	
4.0	0.4598	0.5536	0.8695	1.0160
	0.4610		0.8972	
	0.4576		0.8609	
	0.4594		0.9108	
4.5	0.4614	0.5730	0.8903	1.0350
	0.4675		0.8909	
	0.4632		0.8877	
	0.4656		0.9023	
5.0	0.4872	0.5935	0.8673	1.0320
	0.4885		0.9061	
	0.4907		0.9240	
	0.4894		0.8554	
5.5	0.5043	0.6045	0.9203	1.0480
	0.4997		0.9209	
	0.5042		0.9440	
	0.5096		0.8741	
6.0	0.5088	0.6085	0.9170	1.0600
	0.5148		0.9913	
	0.5135		0.9976	
	0.5139		0.9832	

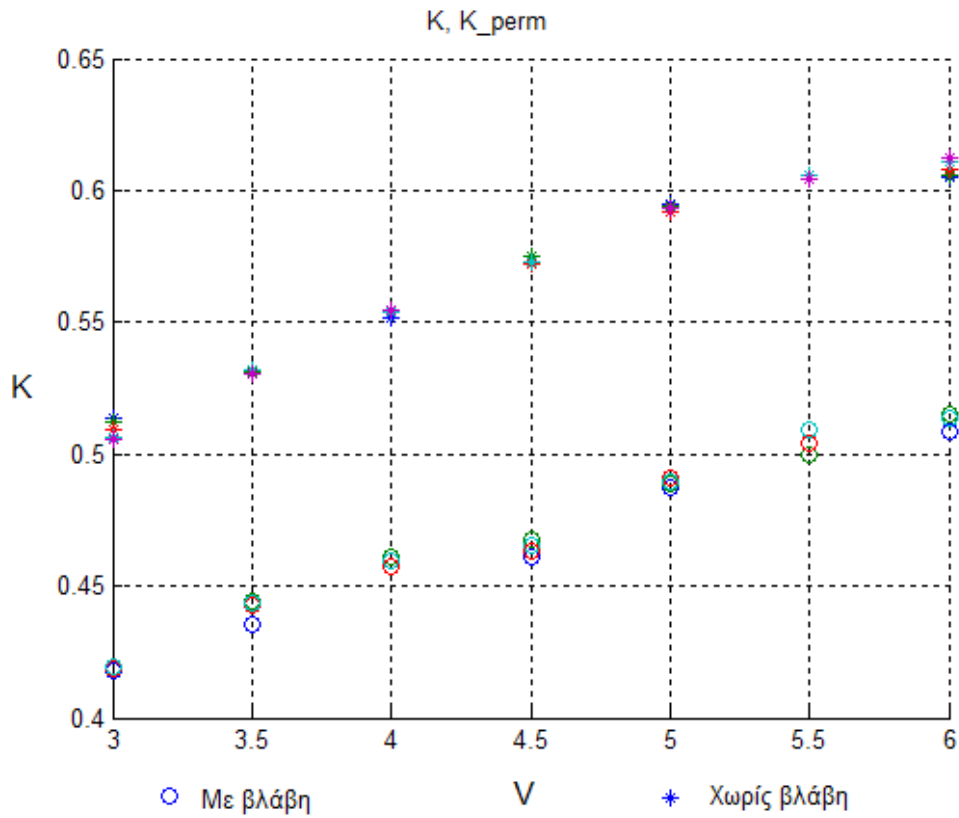
Όπως βλέπουμε από τον παραπάνω πίνακα το κέρδος του κινητήρα με μόνιμη βλάβη είναι μικρότερο από το κέρδος του κινητήρα χωρίς βλάβη, καθώς ο κινητήρα αναπτύσσει λιγότερες στροφές. Επίσης η χρονική σταθερά του κινητήρα με μόνιμη βλάβη είναι μικρότερη αφού ο κινητήρας φτάνει στο 0.632 της μόνιμης κατάστασης σε μικρότερο χρόνο. Αυτό δεν σημαίνει όμως ότι ο κινητήρας με βλάβη είναι ταχύτερος αφού τα δύο μοντέλα έχουν διαφορετικές τιμές μόνιμης κατάστασης. Αυτές οι παρατηρήσεις φαίνονται στο παρακάτω σχήμα όπου παρίστανται οι αποκρίσεις του κινητήρα σε κλειστό βρόχο με βλάβη (u2) και του κινητήρα σε κλειστό βρόχο χωρίς βλάβη (u1), για τάση εισόδου 4 V. Οι

διαφορές στις παραμέτρους του κλειστού βρόχου επιφέρουν αλλαγές στις εκτιμώμενες παραμέτρους του ανοικτού.



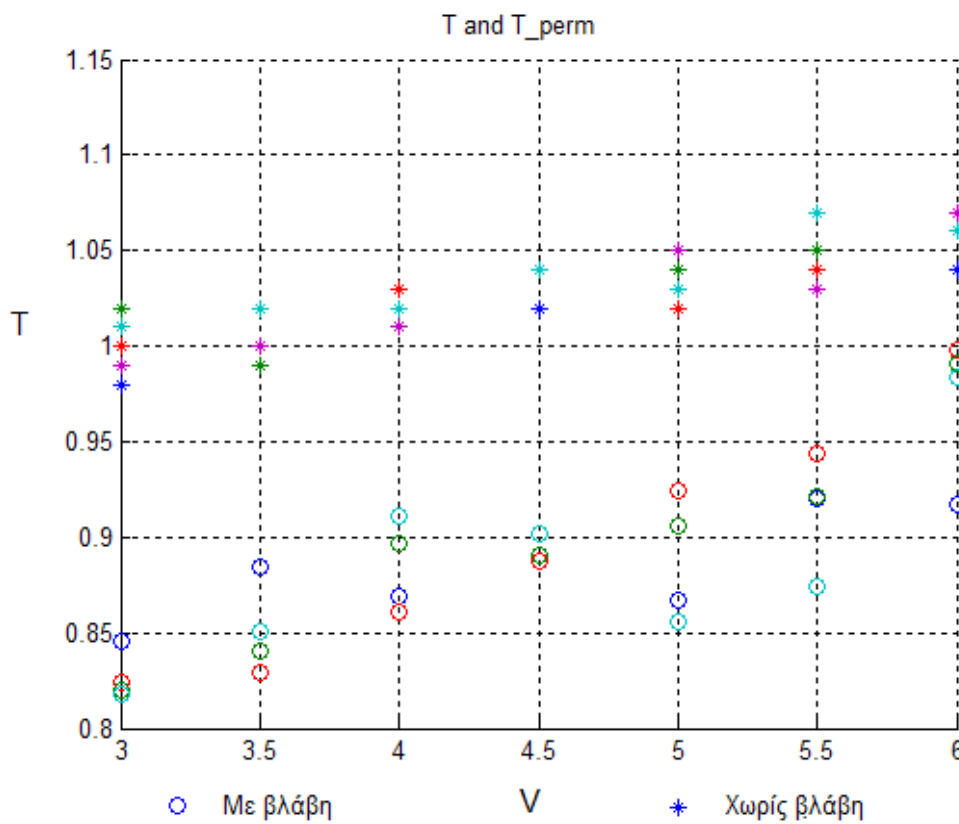
Σχήμα 6.2: Ενδεικτική απεικόνιση απόκριση μόνιμης βλάβης και απόκρισης χωρίς βλάβη για είσοδο 4 V

Στη συνέχεια παρουσιάζεται γραφικά η διασπορά των τιμών των παραμέτρων του κινητήρα με βλάβη και των ονομαστικών παραμέτρων του κινητήρα. Αυτό που φαίνεται από τα διαγράμματα είναι πως οι τιμές των παραμέτρων του κινητήρα χωρίς βλάβη δεν επικαλύπτουν τις τιμές του κινητήρα με βλάβη, οπότε η βλάβη μπορεί να ανιχνευτεί με σιγουριά. Για να υπάρχει δυνατότητα ανίχνευσης της βλάβης αρκεί οι παράμετροι του προς εξέταση μοντέλου να αποκλίνουν από τα όρια των ονομαστικών.



**Σχήμα 6.3**

Διασπορά  
 παραμέτρων  
 κέρδους με μόνιμη  
 βλάβη και χωρίς

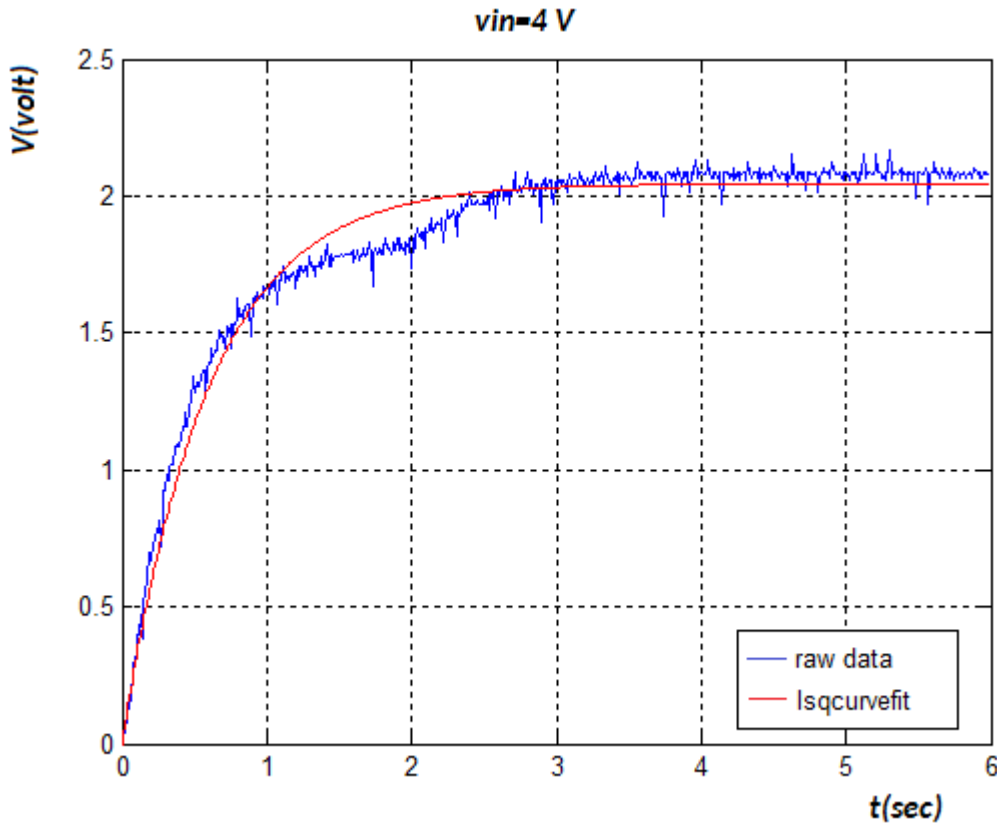


**Σχήμα 6.4**

Διασπορά  
 παραμέτρων  
 χρονικής σταθεράς  
 με μόνιμη βλάβη  
 και χωρίς



## 6.2.2 Αποτελέσματα Περιοδικής Βλάβης



**Σχήμα 6.5:**

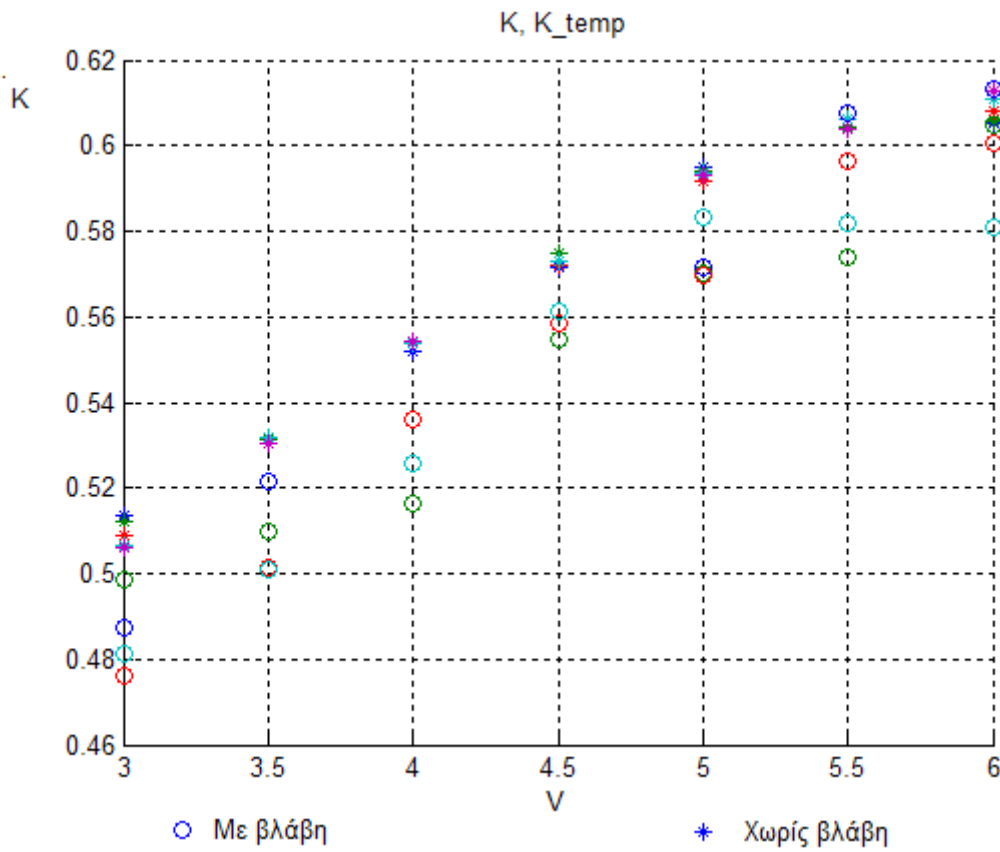
Ενδεικτική απεικόνιση, περιοδικής βλάβης για είσοδο 4 V

Στην περίπτωση της περιοδικής βλάβης η ανίχνευση γίνεται δυσκολότερη καθώς με το πέρας της βλάβης ο κινητήρας φτάνει την ταχύτητα που θα είχε χωρίς βλάβη. Όπως φαίνεται και από το παραπάνω σχήμα η απόκριση του κινητήρα δεν μπορεί να περιγραφεί επαρκώς με το μοντέλο πρώτης τάξης και αυτό οδηγεί σε διακυμάνσεις στις εκτιμώμενες παραμέτρους. Οι τιμές των παραμέτρων έχουν άμεση σχέση με τη στιγμή που θα σταματήσει να ενεργεί η βλάβη, οπότε για μετρήσεις με ίδια τάση εισόδου προκύπτουν μεγαλύτερες διακυμάνσεις στις εκτιμώμενες παραμέτρους συγκριτικά με τη μέτρηση με ολόκληρη βλάβη. Τα αποτελέσματα αυτά φαίνονται στον παρακάτω πίνακα που παρουσιάζονται οι μέσες τιμές τιμές των παραμέτρων του κινητήρα χωρίς βλάβη ( $K_{avg}$  και  $T_{avg}$ ) και οι τιμές των παραμέτρων του κινητήρα με περιοδική βλάβη ( $T_{avg}$  και  $T_{temp}$ ). Ακολουθούν τα διαγράμματα που παρουσιάζουν τα κέρδη και τις χρονικές σταθερές του κινητήρα με περιοδική βλάβη και

χωρίς βλάβη. Αυτό που παρατηρείται είναι πως στην περίπτωση της χρονικής σταθεράς το εύρος των παραμέτρων με περιοδική βλάβη διακρίνεται ολοκληρωτικά από αυτό των παραμέτρων χωρίς βλάβη. Στην περίπτωση του κέρδους όμως οι τιμές των παραμέτρων με παροδική βλάβη πλησιάζουν περισσότερο τις ονομαστικές τιμές και για τάση εισόδου 5.5 και 6.0 V το εύρος συμπίπτει. Αυτό μπορεί να οδηγήσει στην ανίχνευση της βλάβης λαμβάνοντας υπόψη μόνο τη μεταβολή της χρονικής σταθεράς σε αυτές τις τιμές.

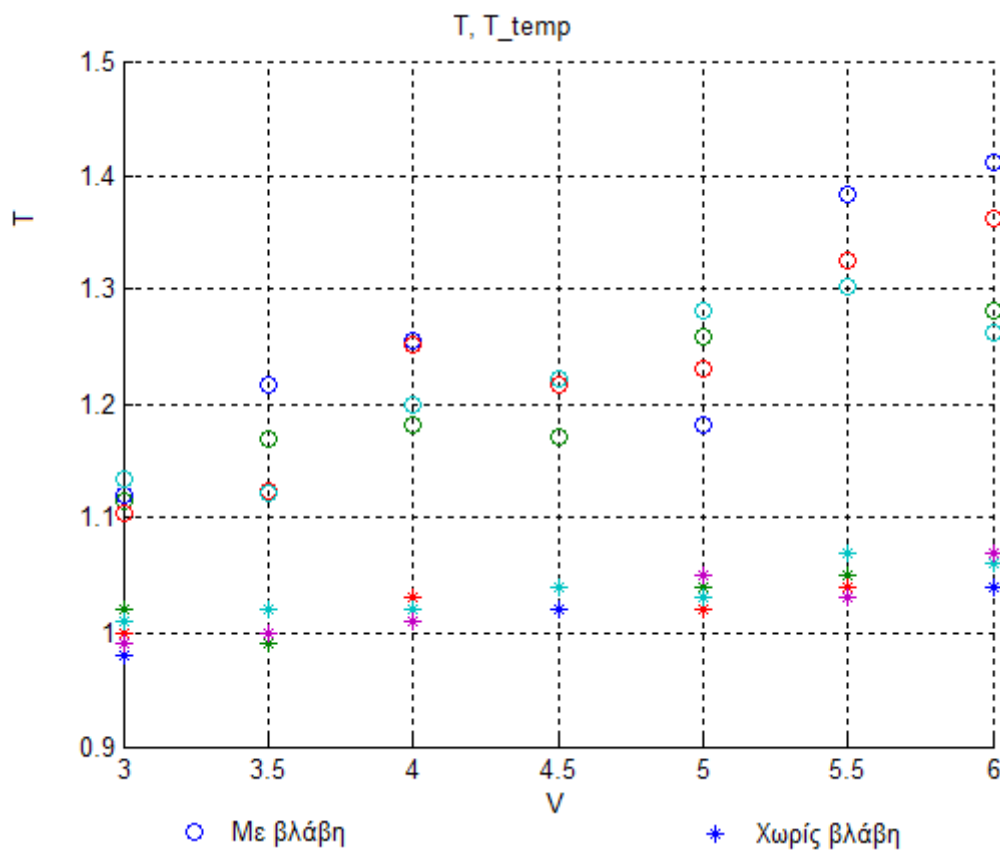
**Πίνακας 6.3:** *Τιμές κέρδους και χρονικής σταθεράς για λειτουργία κινητήρα με περιοδική βλάβη και χωρίς*

Vin	K_temp	K_avg	T_temp	T_avg
3.0	0.4873	0.5095	1.1200	1.0000
	0.4984		1.1149	
	0.4760		1.1051	
	0.4813		1.1342	
3.5	0.5213	0.5311	1.2158	1.0060
	0.5098		1.1685	
	0.5013		1.1232	
	0.5011		1.1226	
4.0	0.5361	0.5536	1.2544	1.0160
	0.5165		1.1822	
	0.5361		1.2512	
	0.5256		1.1989	
4.5	0.5615	0.5730	1.2226	1.0350
	0.5549		1.1706	
	0.5585		1.2175	
	0.5615		1.2226	
5.0	0.5717	0.5935	1.1814	1.0320
	0.5703		1.2581	
	0.5697		1.2313	
	0.5832		1.2824	
5.5	0.6076	0.6045	1.3832	1.0480
	0.5738		1.3018	
	0.5965		1.3246	
	0.5819		1.3022	
6.0	0.6133	0.6085	1.4117	1.0600
	0.6049		1.2810	
	0.6005		1.3626	
	0.5810		1.2620	



**Σχήμα 6.6:**

Διασπορά παραμέτρων κέρδους με περιοδική βλάβη και χωρίς



**Σχήμα 6.7:**

Διασπορά παραμέτρων χρονικής σταθεράς με περιοδική βλάβη και χωρίς

## 6.3 Ανίχνευση Βλάβης

Συνοψίζοντας μπορούμε να πούμε ότι: Μια μόνιμη βλάβη στον κινητήρα επιφέρει αλλαγές στις λειτουργικές παραμέτρους του K και T. Το κέρδος και η χρονική σταθερά του κινητήρα μειώνονται. Μια περιοδική βλάβη επιφέρει μικρότερη και μη σαφή αλλαγή στις παραμέτρους κέρδους και μια ανιχνεύσιμη αύξηση στις παραμέτρους χρονικής σταθεράς. Από τα παραπάνω μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η ύπαρξη βλάβης δημιουργεί απόκλιση σε τουλάχιστον μια από τις δύο παραμέτρους του κινητήρα. Η ταυτόχρονη παρακολούθηση και των δύο λειτουργικών παραμέτρων του κινητήρα μπορεί να οδηγήσει στην επιτυχή ανίχνευση βλάβης.

Η ανίχνευση της βλάβης μπορεί να γίνει σε τρία στάδια:

- Για απόκλιση λειτουργικών παραμέτρων από 5 μέχρι 10%, μικρή βλάβη
- Για απόκλιση λειτουργικών παραμέτρων από 10 μέχρι 15% μεσαία βλάβη
- Για απόκλιση λειτουργικών παραμέτρων από 15 και πάνω, μεγάλη βλάβη

Ο κώδικας για την διάγνωση της βλάβης είναι ο ίδιος με αυτόν στην αρχή του κεφαλαίου και προστίθεται το παρακάτω κομμάτι:

```
% -----FAULT DIAGNOSIS-----  
  
%gain parameter  
  
if abs(new_paramsA-gains1(find(V1==r0)))>=0.15*gains1(find(V1==r0))  
%if gain parameter fault >= 15%  
    msg1='There is a big fault in motor gain parameter (>15%)';  
  
elseif abs(new_paramsA-gains1(find(V1==r0)))>=0.10*gains1(find(V1==r0))  
%elseif gain parameter fault >= 10% and gain parameter fault < 15%  
    msg1='There is an medium fault in motor gain parameter (10-15%)';  
  
elseif abs(new_paramsA-gains1(find(V1==r0)))>=0.05*gains1(find(V1==r0))  
%elseif gain parameter fault >= 5% and gain parameter fault < 10%  
    msg1='There is a small fault in motor gain parameter (5-10%)';  
  
else  
    msg1='There is no obvious fault in motor gain parameter (<5%)'; %else  
if gain parameter fault < 5%  
end
```

```

%time parameter

if abs(new_paramsT-constants1(find(V1==r0)))>=0.15*constants1(find(V1==r0))
%if time parameter fault >= 15%

    msg2='There is a big fault in motor gain parameter (>15%)        ';

elseif    abs(new_paramsT-constants1(find(V1==r0)))>=0.10*constants1(find(V1==r0))
%elseif time parameter fault >= 10% and time parameter fault < 15%
    msg2='There is an medium fault in motor time parameter (10-15%)    ';

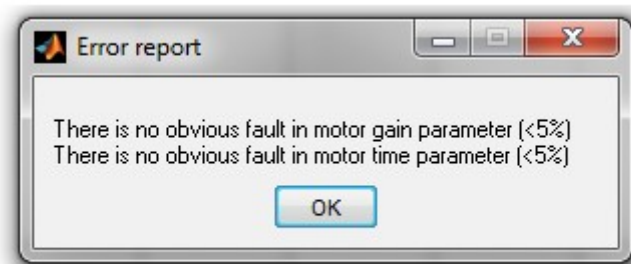
elseif    abs(new_paramsT-constants1(find(V1==r0)))>=0.05*constants1(find(V1==r0))
%elseif time parameter fault >= 5% and time parameter fault < 10%
    msg2='There is a small fault in motor time parameter (5-10%)      ';

else
    msg2='There is no obvious fault in motor time parameter (<5%)      '; %else
if time parameter fault < 5%
end

%print results

msgbox([msg1; msg2;], 'Error report')

```



*Σχήμα 6.8: Παράθυρο παρουσίασης αποτελεσμάτων για λειτουργία κινητήρα χωρίς προσομοίωση βλάβης*

## 7 Συμπεράσματα

Όπως έγινε αντιληπτό στις σελίδες της εργασίας που προηγήθηκαν, ο έλεγχος και η διασφάλιση της καλής λειτουργίας ενός συστήματος στην πράξη ξεφεύγει από την απλή εφαρμογή της υπάρχουσας θεωρίας. Όπως είδαμε στο συγκεκριμένο σύστημα που εξετάσαμε παρουσιάστηκαν προβλήματα μη γραμμικότητας και μοντελοποίησης, τα οποία επιλύθηκαν εν μέρη, με την κανονικοποίηση των δεδομένων και την επιλογή μοντέλων ιδανικών για συγκεκριμένες περιοχές λειτουργίας. Αυτό είχε σαν αποτέλεσμα την επιτυχή ανίχνευση της βλάβης η οποία έγινε αντιληπτή σαν μια απόκλιση των λειτουργικών παραμέτρων  $K$  και  $T$  του κινητήρα από τις ονομαστικές. Η εργασία αυτή ασχολήθηκε με το πρόβλημα της μοντελοποίησης και εκτίμησης των λειτουργικών παραμέτρων του συγκεκριμένου κινητήρα και εξακρίβωσε τον βαθμό στον οποίο οι αλλαγές των λειτουργικών παραμέτρων (βλάβη) είναι ανιχνεύσιμες. Η μέθοδος η οποία αναπτύχθηκε, εύκολα υλοποιήσιμη και απλή στην εφαρμογή της, κατάφερε να αποδώσει στα δύο δοκιμαστικά σενάρια βλάβης και ως εκ τούτου θεωρείται ότι μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιονδήποτε κινητήρα συνεχούς ρεύματος, ο οποίος μπορεί προσεγγιστικά να χαρακτηριστεί ως ντετερμινιστικό μοντέλο, είτε πρόκειται για τον κινητήρα μιας πειραματικής διάταξης είτε για κινητήρα που είναι μέρος μιας παραγωγικής διαδικασίας σε μια βιομηχανία.

Περιθώρια για μελλοντική βελτίωση της εργασίας υπάρχουν στους ακόλουθους τομείς: Ο πρώτος είναι ο τομέας της μοντελοποίησης, όπου θα μπορούσε να βρεθεί ένα μοντέλο που θα προσομοιώνει τη μη γραμμικότητα του κινητήρα σε συνεχές σύνολο τιμών εισόδου, χωρίς να απαιτείται η συμβιβαστική λύση των πολλαπλών παραμέτρων για διακριτές τιμές εισόδου, όπως επίσης και ένα μοντέλο που θα εξαλείφει την αβεβαιότητα στην εκτίμηση των παραμέτρων κλειστού βρόχου και δεν θα απαιτείται η χρήση διορθωτικών συντελεστών. Η δεύτερη βελτίωση μπορεί να γίνει στον τομέα της συλλογής δεδομένων. Αντί για τη χρήση εξωτερικής κάρτας αποθήκευσης, μπορεί να αναπτυχθεί ένα σύστημα το οποίο θα στέλνει τα δεδομένα σε πραγματικό χρόνο στον υπολογιστή, είτε με μικροελεγκτή, είτε με κάποιο άλλο υλικό, ως συνέχεια της προσπάθειας αξιοποίησης της αναλογικής εισόδου του υπολογιστή (line in ή mic in). Τέλος μπορούν να χρησιμοποιηθούν βελτιωμένες μέθοδοι στην ανίχνευση και διάγνωση βλάβης του κινητήρα (όπως τεχνητή νοημοσύνη – fuzzy logic).

## 8 Βιβλιογραφία

- [1] Καλλιγερόπουλος Δ., Βασιλειάδου Σ. , *Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου I*, Αθήνα, 2005
- [2] Καλλιγερόπουλος Δ., Βασιλειάδου Σ. , *Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου II*, Αθήνα, 2005
- [3] Καλλιγερόπουλος Δ. Βασιλειάδου Σ. , *Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων*, Αθήνα, 2005
- [4] Κομηνέας Σ., Χαρμανδάρης Ε., *Μαθηματική Μοντελοποίηση Μια Σπουδή στις Φυσικές Επιστήμες*, ΣΕΑΒ, 2015
- [5] Πολίτης Γ., Μπούσλης Π., *Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου I για μηχανικούς*, Μ&P
- [6] Πολίτης Γ., Μπούσλης Π., *Ηλεκτρικές κ. Ηλεκτρονικές Μετρήσεις*, Μ&P
- [7] Πολίτης Γ., Τσεκούρας Γ., *Ηλεκτρικές Μηχανές*, Πειραιάς, 2009
- [8] Σύρκος Γ.Π., *Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος*, Αθήνα, 2010
- [9] Carter B, R. Brown T., *Handbook of operational amplifier applications*, Texas Instruments, Σεπτέμβριος 2006
- [10] Fessler J., «Chapter 2 Discrete-time signals and systems», *Digital Signal Processing and Analysis*, Μάιος 2004
- [11] Iserman R., Fussel D. and Straky H. «Industrial Applications of Fault Diagnosis», *Control systems robotics and automation - vol XVI*, Unbehauen, H. Οκτ 2009
- [12] Malvino A, Bates D., *Ηλεκτρονική*, Θεσσαλονίκη 2016
- [13] Mohammed S. Z. Salah. *Parameters identification of a permanent magnet dc motor*. Gaza: The Islamic University of Gaza, 2009
- [14] R.G.K.M. Aarts, *System Identification and Parameter Estimation* (2012), University of Twente, Enschede.
- [15] Routray. P , *Dynamic modeling of dc motor and simulation*, Chandipur: Defence Research and Development Organisation, 2010

### ΙΣΤΟΤΟΠΟΙ:

- [16] Arduino Home page, (<https://www.arduino.cc>), τελευταία πρόσβαση στις 15/05/2108
- [17] Arduino SD Library, (<https://www.arduino.cc/en/Reference/SD>), τελευταία πρόσβαση στις 15/05/2108.
- [18] Bill Greiman, SdFat library (updated 26 Apr 2017), (<https://github.com/greiman/SdFat>), τελευταία πρόσβαση στις 15/05/2108.
- [19] Chopper (electronics) (25/1/2018), ([https://en.wikipedia.org/wiki/Chopper\\_\(electronics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Chopper_(electronics))), τελευταία πρόσβαση στις 10/05/2018
- [20] Curve fitting, ([https://en.wikipedia.org/wiki/Curve\\_fitting](https://en.wikipedia.org/wiki/Curve_fitting)), τελευταία πρόσβαση στις 15/05/2108.

- [21] Data acquisition ( 17 Φεβρουαρίου 2018), ανασύρθηκε στις 10/5/2018, από:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Data\\_acquisition](https://en.wikipedia.org/wiki/Data_acquisition)
- [22] Laplace transform, ([https://en.wikipedia.org/wiki/Laplace\\_transform](https://en.wikipedia.org/wiki/Laplace_transform)) τελευταία τροποποίηση στις 1 Μαΐου 2018, τελευταία πρόσβαση στις 15/05/2108.
- [23] LMx24-N, LM2902-N Low-Power, Quad-Operational Amplifiers, Texas Instruments, (<http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm124-n.pdf>)
- [24] LMx31x Precision Voltage-to-Frequency Converters, (<http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm331.pdf>), τελευταία πρόσβαση στις 10/05/2018
- [25] lsqcurvefit, (<https://www.mathworks.com/help/optim/ug/lqcurvefit.html>), τελευταία πρόσβαση στις 15/05/2108.
- [26] Mathworks, (<https://www.mathworks.com/products/matlab.html>), τελευταία τροποποίηση στις 4 Μαΐου 2018, τελευταία πρόσβαση στις 15/05/2108.
- [27] Measuring DC with a Sound Card, ([http://www.radiosky.com/skypehelp/V2/using\\_a\\_sound\\_card\\_to\\_measure\\_dc.html](http://www.radiosky.com/skypehelp/V2/using_a_sound_card_to_measure_dc.html)), τελευταία πρόσβαση στις 10/05/2018
- [28] offscope – offline oscilloscope (arduino + sd card fast logging), (<http://www.instructables.com/id/OFFscope-offline-oscilloscope-Arduino-SD-card-fast/>), τελευταία πρόσβαση στις 15/05/2108
- [29] Sampling (signal processing), ([https://en.wikipedia.org/wiki/Sampling\\_\(signal\\_processing\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Sampling_(signal_processing))), τελευταία τροποποίηση στις 4 Μαΐου 2018, τελευταία πρόσβαση στις 15/05/2108.
- [30] Sound card properties (Last modified: 11/25/09), ([http://hardandsoftware.mvps.org/sound\\_card.htm](http://hardandsoftware.mvps.org/sound_card.htm)), τελευταία πρόσβαση στις 10/05/2018
- [31] Sound card, (2 Μαΐου 2018) , ([https://en.wikipedia.org/wiki/Sound\\_card](https://en.wikipedia.org/wiki/Sound_card)), τελευταία πρόσβαση στις 10/05/2018
- [32] Storey B.D, *Using the MATLAB Data Acquisition Toolbox* (<http://www.cricte2004.eletrica.ufpr.br/evelio/TE111/LECSMatlab/Card.pdf>), τελευταία πρόσβαση στις 10/05/2018



## 9 Παραρτήματα

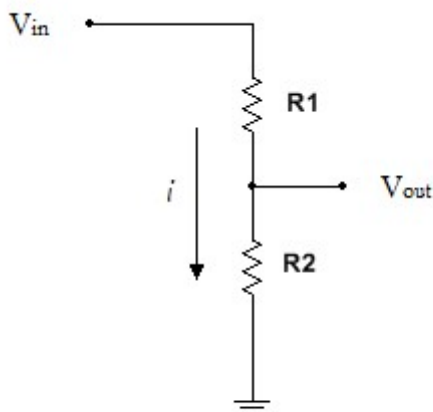
### 9.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση

#### 9.1.1 Μαθηματική Μοντελοποίηση στο Πεδίο του Χρόνου

**Ορισμός** *Μαθηματικό μοντέλο* (mathematical model) ενός φυσικού συστήματος ονομάζουμε τη μαθηματική σχέση που εξομοιώνει κατά προσέγγιση τη φυσική σχέση που συνδέει τα μεγέθη του συστήματος μεταξύ τους.  
(Καλλιγερόπουλος-Βασιλειάδου, 2005, σ.78).

Μια τέτοια σχέση μπορεί να είναι ένα σύστημα εξισώσεων, ένα σύνολο αριθμών, ένας αλγόριθμος, μια στοχαστική διαδικασία κλπ.

#### Παράδειγμα: Κύκλωμα Διαιρέτη Τάσης



Σχήμα 9.1 Κυκλωματικό διάγραμμα διαιρέτη τάσης

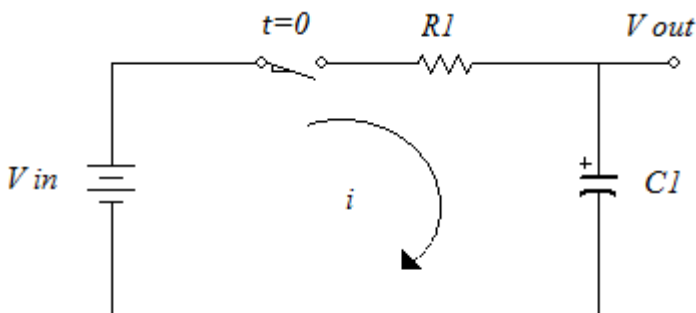
Το παραπάνω κύκλωμα μπορεί να περιγραφεί με μια μαθηματική σχέση που συνδέει την είσοδο με την έξοδο του συστήματος. Θεωρώντας σαν έξοδο την τάση στην αντίσταση R2 εφαρμόζοντας το νόμο του Ωμ καταλήγουμε στην παρακάτω εξίσωση

$$V_{out} = V_{in} \cdot \frac{R1}{R1 + R2} ,$$

όπου μας δίνει την έξοδο του συστήματος για μια δεδομένη είσοδο και γνωστές αντιστάσεις R1, R2.

Αν στη μαθηματική σχέση εμφανίζονται και οι μεταβολές των μεγεθών αυτών, δηλαδή οι παράγωγοι τότε το σύστημα περιγράφεται από μια διαφορική εξίσωση. Για παράδειγμα το παρακάτω ηλεκτρικό κύκλωμα R-C.

### Παράδειγμα: Κύκλωμα RC



Σχήμα 9.2 Κύκλωμα RC σειράς

Θεωρώντας αρχικές συνθήκες μηδέν και τον διακόπτη να κλείνει τη στιγμή  $t=0$ , μπορούμε σύμφωνα με τον 2ο κανόνα του Κίρχοφ να περιγράψουμε το σύστημα με την παρακάτω

διαφορική εξίσωση:  $Ri + \frac{1}{C} \int i dt = V_{in} ,$

η οποία λύνοντας ως προς την τάση του πυκνωτή μας δίνει :  $V_C = V_{in}(1 - e^{-t/RC})$

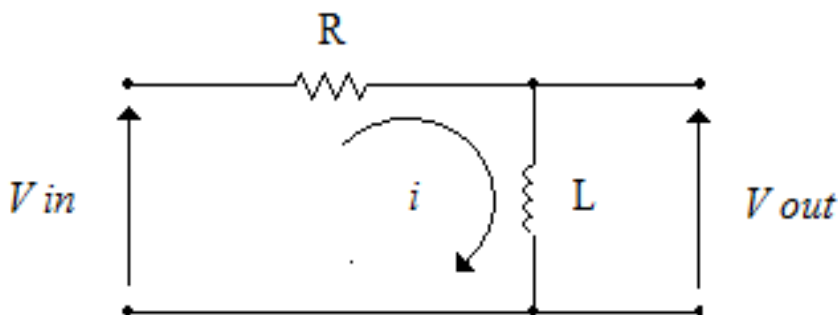
### 9.1.2. Μοντελοποίηση και Λύση Ηλεκτρικών Κυκλωμάτων Μέσω του Μετασχηματισμού Laplace

Ο μετασχηματισμός Laplace είναι χρήσιμος στην λύση των ηλεκτρικών κυκλωμάτων εκτελώντας τα παρακάτω βήματα:

1. Αναπτύσσουμε τις εξισώσεις του συστήματος στο πεδίο του χρόνου χρησιμοποιώντας τους νόμους του Κίρχοφ.
2. Εκτελούμε μετασχηματισμό Laplace της διαφορικής εξίσωσης στο πεδίο  $-s$ .
3. Λύνουμε αλγεβρικά την εξίσωση.
4. Εκτελούμε αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace και παίρνουμε την λύση της αρχικής εξίσωσης στο πεδίο του χρόνου.

#### Παράδειγμα 2

Ανάλυση κυκλώματος R-L



Σχήμα 9.3 Κύκλωμα σειράς RL

Θεωρώντας σαν έξοδο την τάση στα άκρα του πηνίου έχουμε τις σχέσεις:

$$u_{in} = u_L(t) + u_r(t) = L \frac{di}{dt} + Ri$$

Το ρεύμα είναι παντού το ίδιο γιατί το πηνίο και η αντίσταση βρίσκονται σε σειρά.

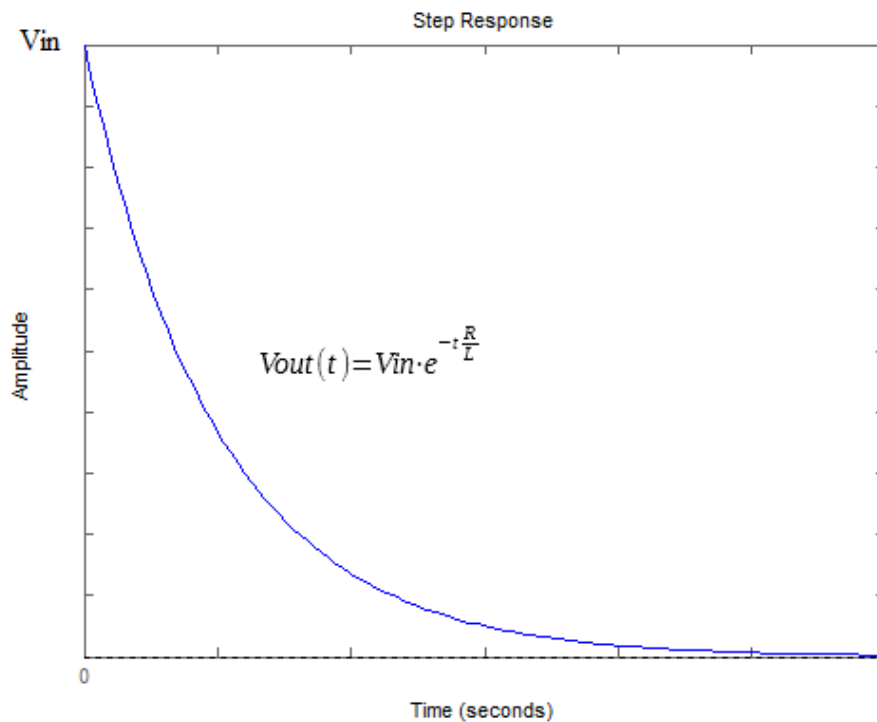
Βρίσκουμε την σύνθετη αντίσταση του πηνίου μετασχηματίζοντας κατά Laplace την σχέση εισόδου εξόδου του.

$$X_L = L \left\{ \frac{u(t)}{i(t)} \right\} = L \left\{ \frac{L \frac{di(t)}{dt}}{i(t)} \right\} = \frac{L \cdot s \cdot I(s)}{I(s)} = L \cdot s$$

Βλέποντας το κύκλωμα σαν διαιρέτη τάσης και θεωρώντας βηματική είσοδο, η έξοδος στα άκρα του πηνίου είναι:

$$V_{in}(s) = V \cdot \frac{1}{s}, \quad V_{out}(s) = \frac{Ls}{R+Ls} \frac{V}{s} \quad \text{Και εφαρμόζοντας αντίστροφο μετασχηματισμό}$$

Λaplace παίρνουμε την έξοδο στο χρόνο  $V_{out}(t) = V_{in} \cdot e^{-t \frac{R}{L}}$ .

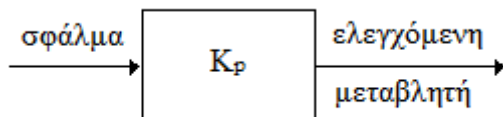


**Σχήμα 9.4** Βηματική απόκριση τάσης πηνίου κυκλώματος σειράς RL

## 9.2 Ελεγκτές

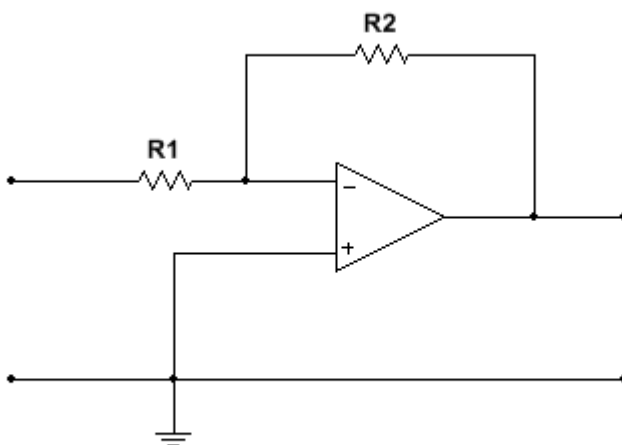
Όπως αναφέρθηκε καθοριστικό ρόλο στα συστήματα αυτομάτου ελέγχου έχει ο ελεγκτής. Αυτός διαχειρίζεται το σφάλμα και οδηγεί το σύστημα ώστε η έξοδος του να έχει την επιθυμητή απόκριση. Υπάρχουν διαφόρων τύπων ελεγκτές όπως ο ελεγκτής PID, ο ελεγκτής lead-lag, οι ελεγκτές δύο καταστάσεων (on-off) και οι ψηφιακοί ελεγκτές. Εμείς σε αυτή την εργασία χρησιμοποιούμε τον ελεγκτή PID και συγκεκριμένα μόνο το στοιχείο αναλογίας -P.

### 9.2.1 Ελεγκτής -P



Σχήμα 9.5 Γραφική απεικόνιση ελεγκτή -P

Ο ελεγκτής -P δίνει έξοδο η οποία είναι ανάλογη του στιγμιαίου σφάλματος. Είναι γραμμικό στοιχείο. Ο ελεγκτής -P παρέχει ευσταθή απόκριση, αλλά ποτέ δεν μηδενίζει το σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Όσο αυξάνει η τιμή του αυξάνεται και η ταχύτητα της μεταβατικής απόκρισης.

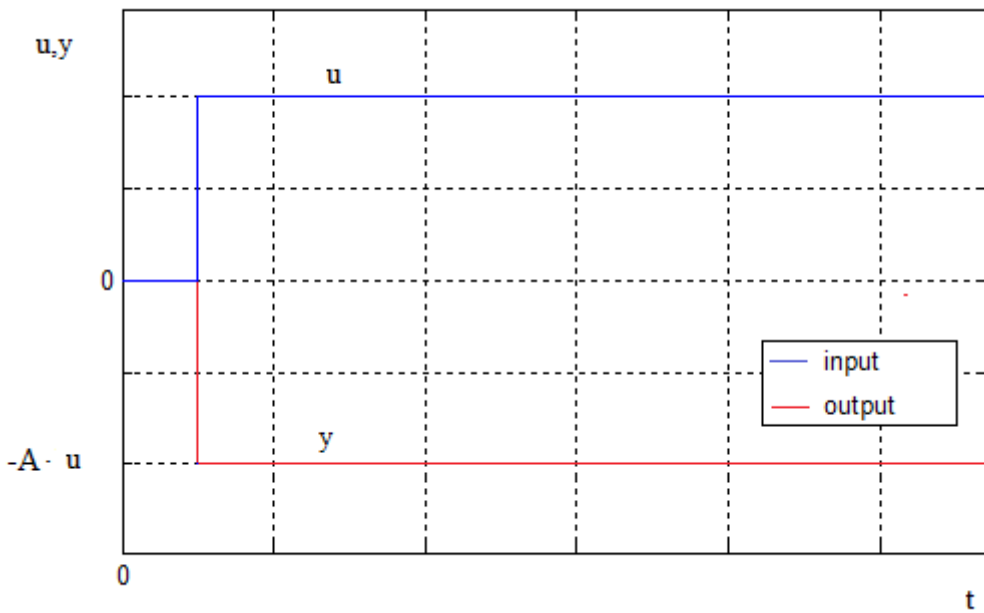


Σχήμα 9.6 Υλοποίηση ελεγκτή -P με τελεστικό ενισχυτή

Η σχέση μεταφοράς του ελεγκτή -P είναι:

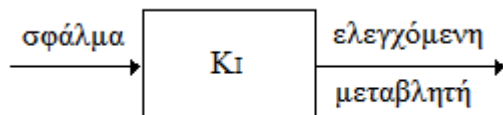
$\frac{y}{u} = -\frac{R2}{R1}$  και μετασχηματίζοντας κατά Laplace βρίσκουμε την συνάρτηση μεταφοράς του

που είναι:  $C(s) = -\frac{R2}{R1} = -A$



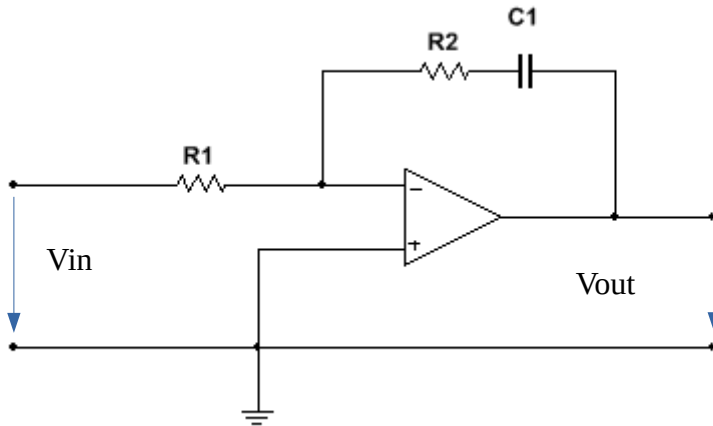
Σχήμα 9.7 Βηματική απόκριση ελεγκτή -P

### 9.2.2 Ο ελεγκτής -PI



Σχήμα 9.8 Γραφική απεικόνιση ελεγκτή -PI

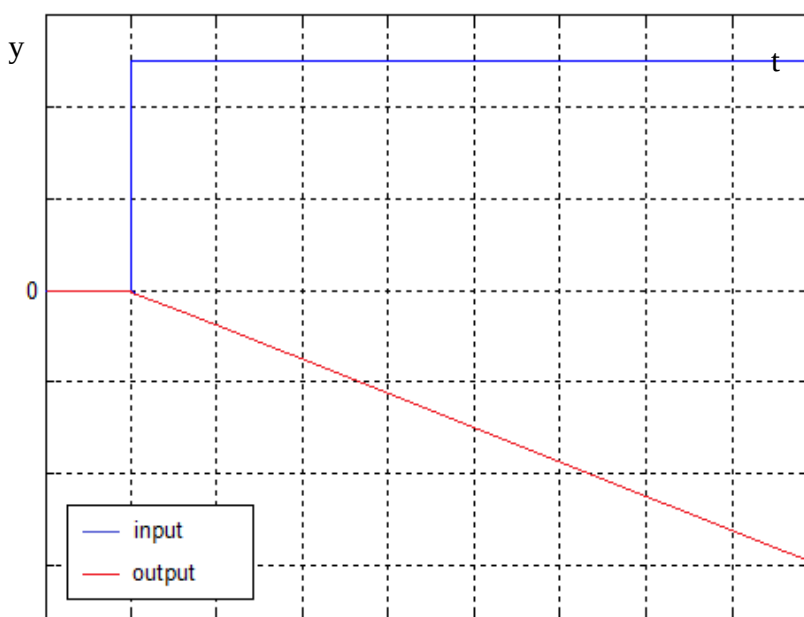
Ο ελεγκτής -PI ολοκληρώνει το σφάλμα για μια περίοδο χρόνου μέχρι η έξοδος να φτάσει την επιθυμητή τιμή. Επιδρά στις χαμηλές συχνότητες της απόκρισης και μειώνει το σφάλμα μόνιμης αποκατάστασης. Στα αρνητικά του είναι ότι μειώνει την ταχύτητα απόκρισης και μειώνει την ευστάθεια του συστήματος.



Σχήμα 9.9 Υλοποίηση ελεγκτή -PI με τελεστικό ενισχυτή

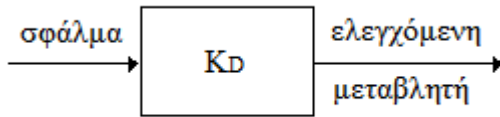
Διαιρώντας την μετασχηματισμένη έξοδο με την είσοδο παίρνουμε την συνάρτηση μεταφοράς του ολοκληρωτή:

$$G(s) = -A \left( 1 + \frac{1}{Ts} \right) \text{ , όπου } T = R_1 C \text{ , } A = \frac{R_2}{R_1}$$



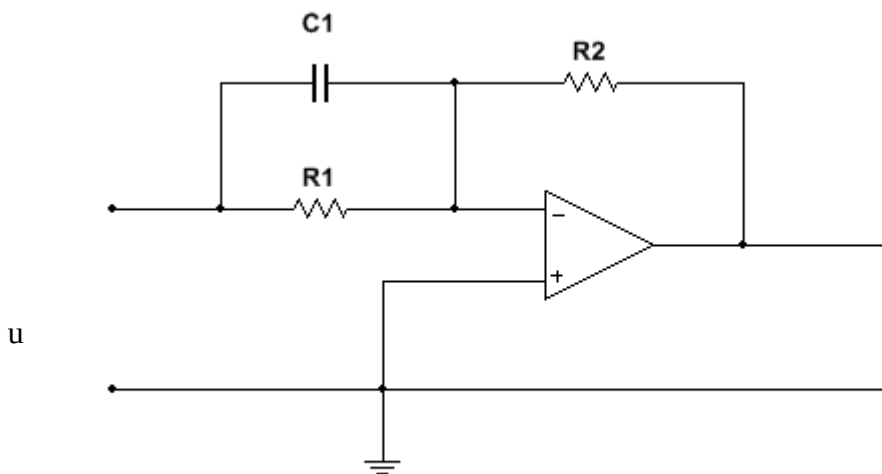
Σχήμα 9.10 Βηματική απόκριση ελεγκτή -PI

### 9.2.3 Ο ελεγκτής -PD



Σχήμα 9.11 Γραφική απεικόνιση ελεγκτή -PD

Ο ελεγκτής -PD παίρνει την παράγωγο του σφάλματος ως προς τον χρόνο και την πολλαπλασιάζει με τη σταθερά διαφόρισης. Επιδρά στις υψηλές συχνότητες της απόκρισης, Σε αντίθεση με τον ελεγκτή -PI που αντιδρά όταν η επιθυμητή τιμή αλλάξει, ο ελεγκτής -PD προβλέπει τη μελλοντική συμπεριφορά του σφάλματος και δίνει μια ταχύτερη απόκριση αυξάνοντας ταυτόχρονα την ευστάθεια του συστήματος.

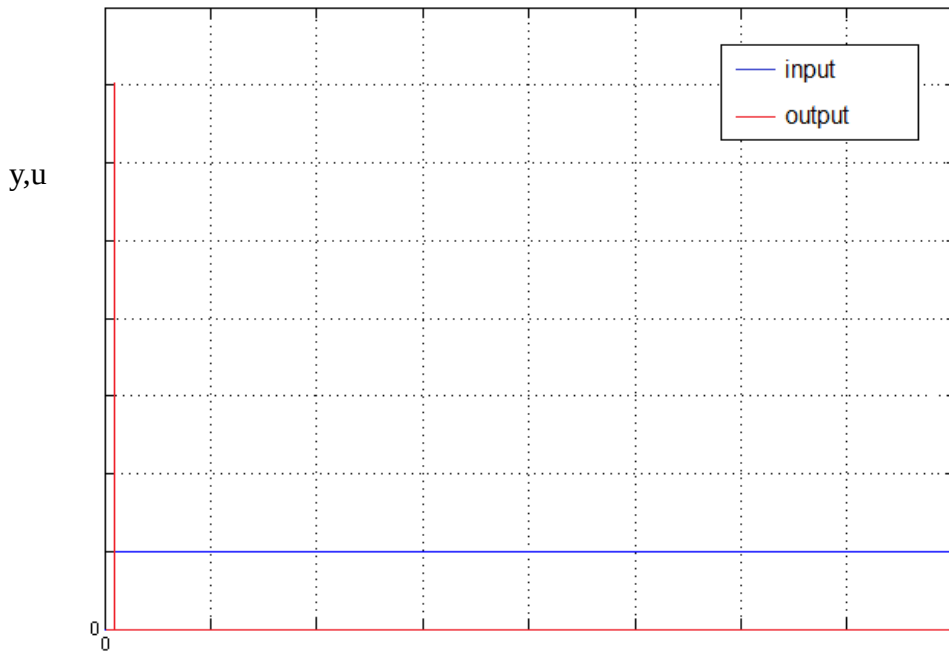


Σχήμα 9.12 Υλοποίηση ελεγκτή -PD με τελεστικό ενισχυτή

Η συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή -PD δίνεται παρακάτω:

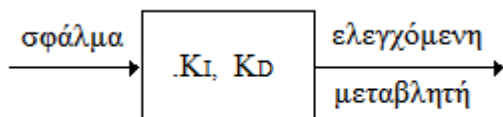
$$C(s) = -A(1 + Ts) \quad , \quad \text{όπου} \quad T = R_1 C, \quad A = \frac{R_2}{R_1}$$





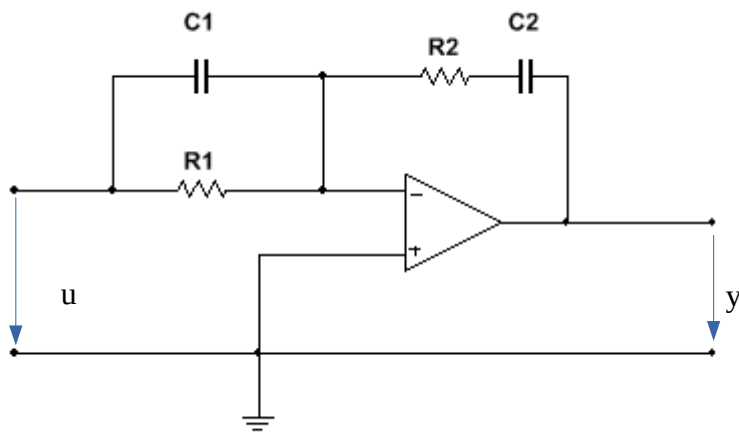
Σχήμα 9.13 Βηματική απόκριση ελεγκτή -PD

#### 9.2.4 Ο ελεγκτής -PID



Σχήμα 9.14 Σχηματικό διάγραμμα ελεγκτή -PID

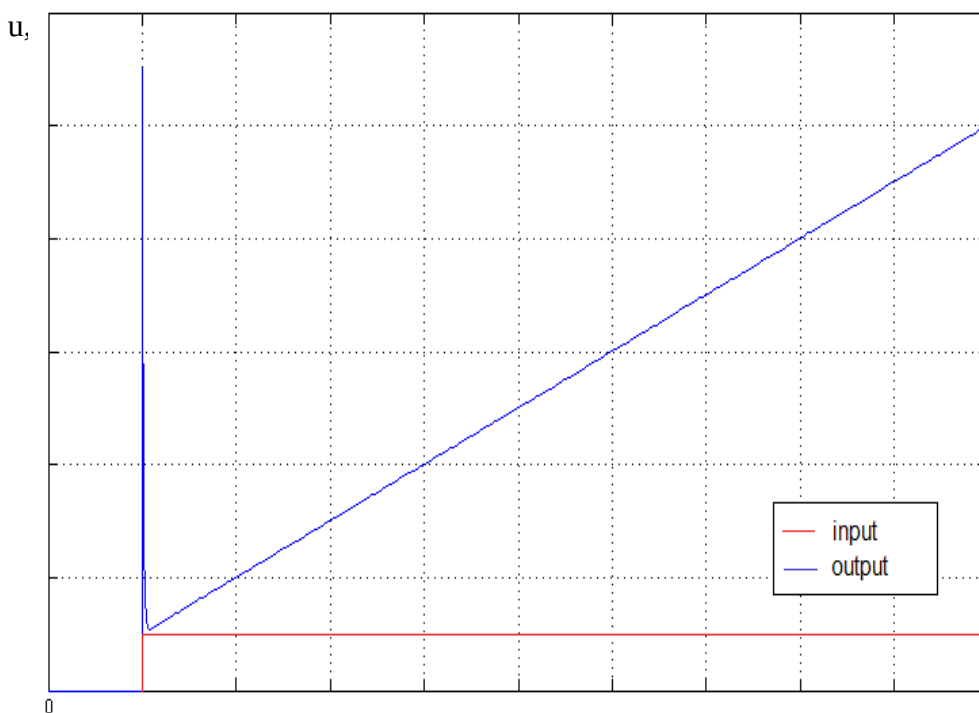
Ο ελεγκτής -PID δίνει άριστα αποτελέσματα στις περισσότερες περιπτώσεις. Ο όρος -I μειώνει το σφάλμα μόνιμης κατάστασης και ο όρος -D αυξάνει την ευστάθεια.



Σχήμα 9.15 Υλοποίηση ελεγκτή -PID με τελεστικό ενισχυτή

Συνάρτηση μεταφοράς ελεγκτή -PID:

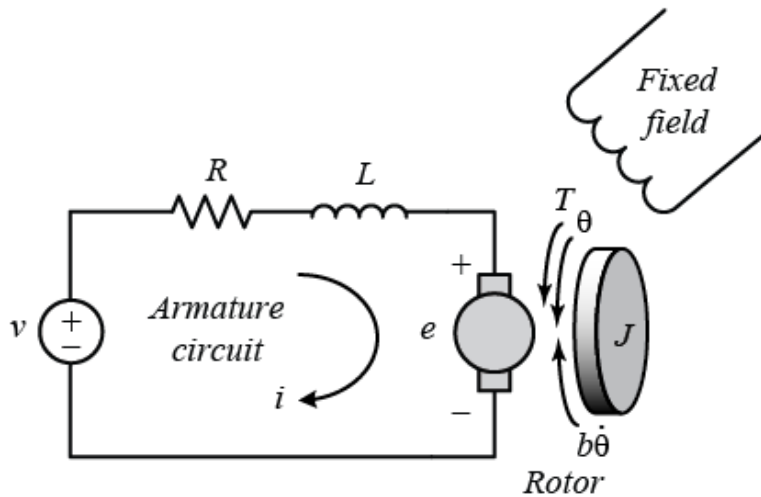
$$C(s) = -A \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right), \text{ όπου } T_I = R_1 + R_2, T_D = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \text{ και } A = \frac{R_1 + R_2}{R_{12}}$$



Σχήμα 9.16  
Βηματική απόκριση  
ελεγκτή -PID

### 9.3 Μοντελοποίηση Κινητήρα -DC

Για τη μοντελοποίηση του DC κινητήρα μπορούμε να θεωρήσουμε το παρακάτω ηλεκτρομηχανικό ανάλογο:



Σχήμα 9.17

Ηλεκτρομηχανικό ανάλογο  
DC κινητήρα

Το οποίο αναπαριστά έναν ιδανικό DC κινητήρα χωρίς φορτίο που έχει σαν είσοδο την τάση  $V$  και σαν έξοδο τη γωνιακή ταχύτητα  $d\theta/dt$ . Στο παραπάνω σχήμα  $R$  και  $L$  είναι η αντίσταση και αυτεπαγωγή οπλισμού του στάτη,  $V$  η τάση τροφοδοσίας,  $e$  η τάση η οποία επάγεται από τον ρότορα λόγω αντιηλεκτρεγερτικής δύναμης,  $T$  η ροπή που παράγεται στον κινητήρα,  $\theta$  η γωνιακή μετατόπιση και  $b$  η σταθερά απόσβεσης, λόγω τριβής.

Η τάση  $e$  είναι ανάλογη της γωνιακής ταχύτητας του κινητήρα, οπότε ισχύει:

$$e = K_t \cdot \frac{d\theta}{dt}, \text{ όπου } K_t \text{ η σταθερά ηλεκτρεγερτικής δύναμης}$$

Η ροπή που αναπτύσσεται στον κινητήρα είναι ανάλογη μόνο του ρεύματος στο κύκλωμα του στάτη, δηλαδή:

$$T = K_t \cdot i$$

Κάθε στιγμή η αναπτυσσόμενη ροπή πρέπει να είναι ίση και αντίθετη με το σύνολο των ροπών που χρειάζονται για να ξεπεραστεί η τριβή και η αδράνεια, οπότε,

$$T = J \frac{d\theta}{dt} + b \frac{d^2\theta}{dt^2}, \quad K_t \cdot i = J \frac{d\theta}{dt} + b \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \text{όπου μετασχηματίζοντας κατά Laplace γίνεται:}$$

$$K_t \cdot I(s) = J \cdot \omega(s) + s \cdot b \cdot \omega(s) \quad (1) \quad \text{Στο κύκλωμα του στάτη έχουμε την παρακάτω σχέση:}$$

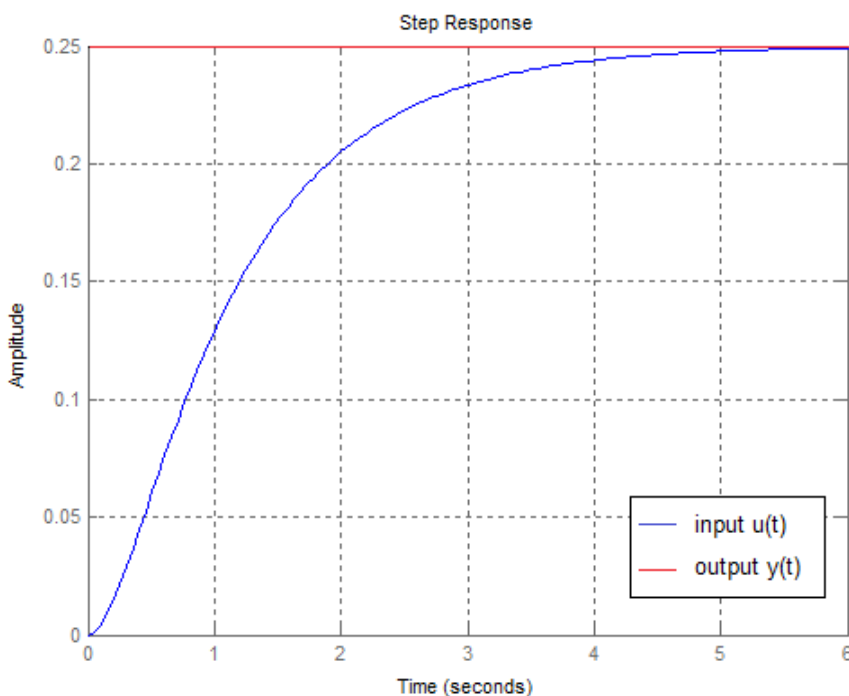
$$L \frac{di}{dt} + Ri = V - K_b \cdot \omega(t), \quad \text{όπου } K_b \text{ η σταθερά ροπής του κινητήρα. Μετασχηματίζοντας}$$

$$\text{κατά Laplace παίρνουμε: } (Ls + R)I(s) = V(s) - K_b \cdot \omega(s) \quad (2)$$

και απαλείφοντας το  $I(s)$  στις δυο εξισώσεις παίρνουμε την συνάρτηση μεταφοράς του

$$\text{κινητήρα } G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{K_t}{(Js + b)(Ls + R) + K_b K_t}$$

η οποία περιγράφει ένα σύστημα δεύτερης τάξης το οποίο για είσοδο  $U(s)$  θα έχει χρονική απόκριση της παρακάτω μορφής:



**Σχήμα 9.18**

Απόκριση συστήματος  
δεύτερης τάξης με  
πραγματικούς πόλους

Επειδή στην πράξη η επαγωγή του οπλισμού είναι πολύ μικρή (μερικά mH) και ο λόγος

$\frac{L}{R}$  είναι πολύ μικρότερος του  $\frac{J}{b}$ , ο πόλος  $\frac{J}{b}$  θα κυριαρχεί στο σύστημα, οπότε

σε μια απλούστερη προσέγγιση το L μπορεί να παραληφθεί.