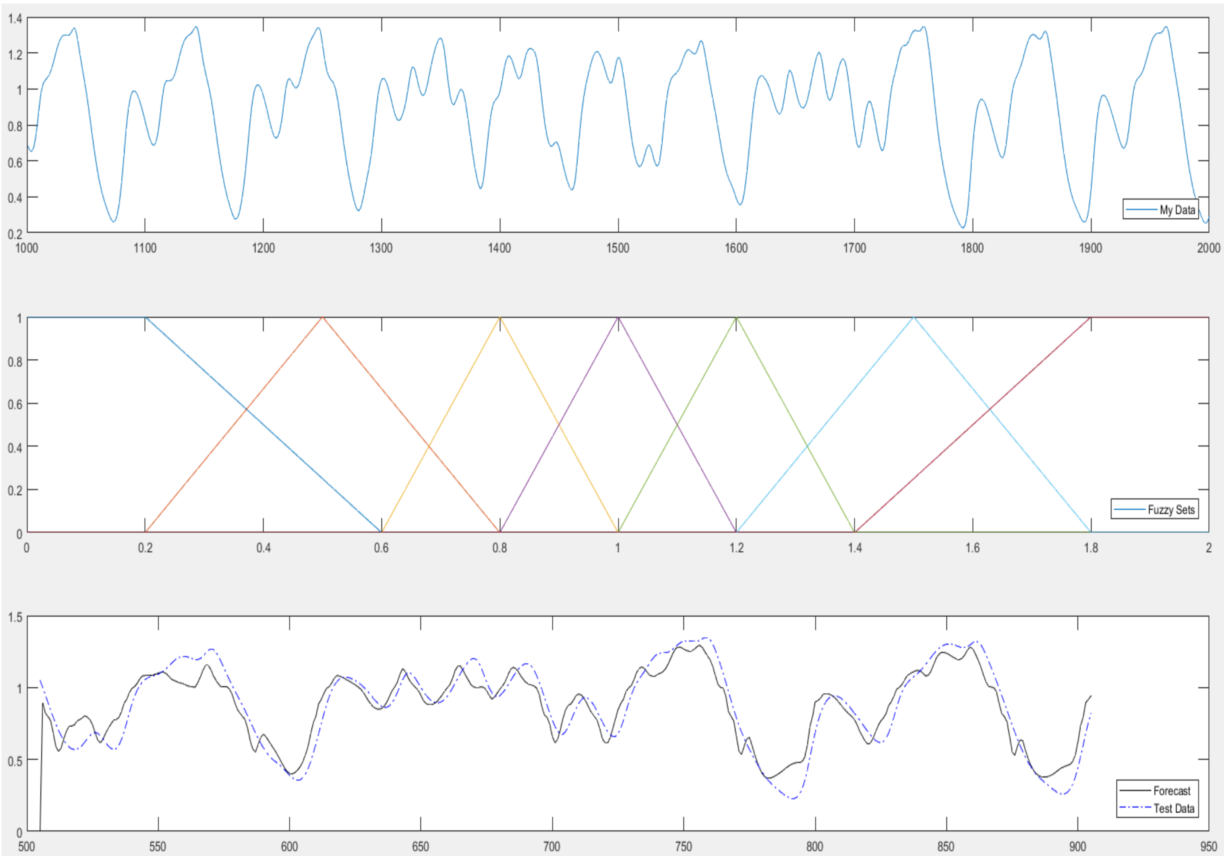
Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής
University of West Attica

## ΣΧΟΛΗ Μηχανικών
## ΤΜΗΜΑ Μηχανικών Βιομηχανικής Σχεδίασης Και Παραγωγής

# Ανάλυση Χρονοσειρών Με Τη Μέθοδο Wang-Mendel
Πτυχιακή εργασία

**Φαλλιέρας Δημήτριος**



Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής
University of West Attica

**ΣΧΟΛΗ** [Μηχανικών]
**ΤΜΗΜΑ**[Μηχανικών Βιομηχανικής Σχεδίασης Και Παραγωγής]

**Επιβλέπων Καθηγητής**

**Αναστάσιος Ντούνης**

**Καθηγητής, Μηχανικών Βιομηχανικης Σχεδιασης Και Παραγωγής, Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής**

**ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

Ο/Η κάτωθι υπογεγραμμένος Φαλλιέρας Δημήτριος, του Λυκούργου, φοιτητής του Τμήματος Μηχανικών Βιομηχανικής Σχεδίασης Και Παραγωγής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής, πριν αναλάβω την εκπόνηση της Πτυχιακής Εργασίας μου, δηλώνω ότι ενημερώθηκα για τα παρακάτω: «Η Πτυχιακή Εργασία (Π.Ε) αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο του συγγραφέα, όσο και του Ιδρύματος και θα πρέπει να έχει μοναδικό χαρακτήρα και πρωτότυπο περιεχόμενο.

Απαγορεύεται αυστηρά οποιοδήποτε κομμάτι κειμένου της να εμφανίζεται αυτούσιο ή μεταφρασμένο από κάποια άλλη δημοσιευμένη πηγή. Κάθε τέτοια πράξη αποτελεί προϊόν λογοκλοπής και εγείρει θέμα Ηθικής Τάξης για τα πνευματικά δικαιώματα του άλλου συγγραφέα. Αποκλειστικός υπεύθυνος είναι ο συγγραφέας της Π.Ε, ο οποίος φέρει και την ευθύνη των συνεπειών, ποινικών και άλλων, αυτής της πράξης.

Πέραν των όποιων ποινικών ευθυνών του συγγραφέα, σε περίπτωση που το Ίδρυμα του έχει απονείμει Πτυχίο, αυτό ανακαλείται με απόφαση της Συνέλευσης του Τμήματος. Η Συνέλευση του Τμήματος με νέα απόφασή της, μετά από αίτηση του ενδιαφερόμενου, του αναθέτει εκ νέου την εκπόνηση Π.Ε με άλλο θέμα και διαφορετικό επιβλέποντα καθηγητή. Η εκπόνηση της εν λόγω Π.Ε πρέπει να ολοκληρώσει εντός τουλάχιστον ενός ημερολογιακού 6μήνου από την ημερομηνία ανάθεσής της. Κατά τα λοιπά εφαρμόζονται τα προβλεπόμενα στο άρθρο 18. παρ.5 του ισχύοντος Εσωτερικού Κανονισμού». Ο Δηλών Ημερομηνία

**Ο Δηλών** **Ημερομηνία**

9/6/2020

**Υπεύθυνη Δήλωση :** Βεβαιώνω ότι είμαι συγγραφέας αυτής της πτυχιακής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην πτυχιακή εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η πτυχιακή εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος σπουδών του Τμήματος Μηχανικών σχεδίασης και παραγωγής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής.

**ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Η παρούσα πτυχιακή εργασία εκπονήθηκε από τον φοιτητή Φαλλιέρα Δημήτριο του τμήματος Μηχανικών βιομηχανικής σχεδίασης και παραγωγής κατα το ακαδημαϊκό έτος 2020 υπό την επίβλεψη του καθηγητή Ντούνη Αναστάσιου.

Θα ήθελα λοιπόν να εκφράσω τις ευχαριστίες και την ευγνωμοσύνη μου στον καθηγητή για την ανάθεση του θέματος, την πολύτιμη βοήθεια του, το ενδιαφέρον του αλλά και τον χρόνο που διέθεσε για την διεκπεραίωση της πτυχιακής εργασίας.

## Περίληψη

Τα συστήματα ασαφούς λογικής αποφασίζουν την έξοδο τους με τη χρήση κανόνων. Το κυριότερο χαρακτηριστικό τους είναι ότι μπορούν να επεξεργαστούν δεδομένα πέρα από την δυαδική bolean λογική της ύπαρξης ή μη ενός στοιχείου σε ένα σύνολο και να λάβουν αποφάσεις με μη απόλυτα δεδομένα. Στη μνήμη ενός ασαφούς ελεγκτή προγραμματίζονται ασαφή σύνολα και κανόνες. Τα σύνολα αυτά δεν είναι απλοί αριθμοί, αλά ομάδες διαδοχικών αριθμών όπου σε κάθε στοιχείο, κατανέμετε μια τιμή μεταξύ 0 και 1, η οποία αναδεικνύει το ποσοστό ύπαρξης του στοιχείου αυτού στο σύνολο (βαθμός συμμετοχής) με 1 το μεγαλύτερο δυνατό ποσοστό και 0 η έλλειψη του στοιχείου από το σύνολο.

Ο στόχος των συνόλων είναι η υπολογιστική υλοποίηση των ανθρώπινων εννοιών όπως μεγάλο, ζεστό και άλλων επιθέτων, για τον ορισμό των οποίων, χρειάζεται εμπειρική γνώμη.

Η ερμηνεία των ανθρώπινων εννοιών εκ των πραγμάτων δεν μπορεί να είναι απόλυτη και ο κάθε ειδικός τις ερμηνεύει διαφορετικά. Έτσι για την ανάλυση ενός άγνωστου συστήματος ασαφούς λογικής, οι ορισμοί των συνόλων και των κανόνων είναι πολύ δύσκολο να περιγραφούν.

Οι Li-xin Wang και Jerry M. Mendel πρότειναν έναν τρόπο ανάλυσης συστημάτων των οποίων οι κανόνες αναδημιουργούνται από ζευγάρια εισόδων εξόδων, παρουσιάζοντας ένα τρόπο για καθολική ερμηνεία κανόνων. Με την χρήση επιθυμητών ζευγαριών εισόδου εξόδου είναι δυνατόν να αναλύσουμε πολύπλοκα συστήματα και να προβλέψουμε τις εξόδους του ακόμα και αν δεν έχουμε αρκετές αριθμητικές ή γλωσσικές πληροφορίες, με πολύ μεγάλη ακρίβεια, όπου με απλά ασαφή ή νευρωνικά συστήματα δεν θα ήταν δυνατόν.

Ένα παράδειγμα πολύπλοκου συστήματος είναι οι μη γραμμικές χαοτικές χρονοσειρές οι οποίες είναι πολύπλοκα σήματα από τα οποία είναι δύσκολο να συμπεράνουμε τις μελλοντικές τιμές τους από τις δεδομένες τιμές. Οι μέθοδοι W-M μας επιτρέπουν να κάνουμε προβλέψεις για αυτές τις μελλοντικές τιμές και να περιγράψουμε το σύστημα μας.

Σκοπός της εργασίας είναι η ανάλυση των εννοιών της ασαφούς λογικής, παρουσιάζοντας την δυσκολία περιγραφής πολύπλοκων ασαφή συστημάτων. Μελέτη χρονοσειρών στο πλαίσιο πρόβλεψης. Περιγραφή και κατανόηση των μεθόδων Wang-Mendel, και τέλος η υλοποίηση μιας χαοτικής χρονοσειράς Mackey-Glass equation στην οποία θα επιχειρήσουμε να κάνουμε ανάλυση.

Θα εφαρμόσουμε τις προαναφερόμενες μεθόδους με την χρήση Matlab και θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα μας.


**Λέξεις κλειδιά:** Ασαφή συστήματα, Προσεγγιστικός συλλογισμός, χαοτικά συστήματα, ανάλυση χρονοσειρών.

# ABSTRACT

Fuzzy logic systems are control systems that decide their output using rules. Their most unique feature is that they can process data beyond the binary boolean logic of an element belonging to a set or not. Instead they can make decisions without crisp data. Their memory is preloaded with fuzzy sets and rules. These sets are not simple numbers, but grouped sequences of numbers where each element is given a value from 0 to 1 that describes the participation degree of this element in the set (degree of truth). With 1 being the biggest possible participation and 0 being the absence of this element from the group.

The goal of the sets is the computational implementation of human concepts such as large, hot and other epithets, which are vague concepts for the definition of whom, expert opinion is needed.

The interpretation of human concepts can not be absolute and each expert interprets them differently. So for the analysis of an unknown fuzzy logic system, the definition of sets and rules is very difficult to be described.

Li-xin Wang and Jerry M. Mendel proposed a way of analyzing systems whose rules are recreated using pairs of inputs and outputs, presenting a way for universal interpretation of rules. By using desired input output pairs, it is possible to analyze complex systems and predict their exits even if we do not have enough numerical or linguistic information, with very high precision, whereas with simple fuzzy or neural systems it would not be possible.

An example of a complex system is a chaotic time series equation.A complex signal that makes it very difficult to infer it's future values from the given ones. W-M methods, allow us to describe our system, and make predictions of it's future status.

The aim of the study is to analyze the concepts of fuzzy logic, presenting the difficulty of describing complex fuzzy systems. Study of time series in forecasting. Describing and understanding Wang-Mendel methods and finally implementing a chaotic Mackey-Glass equation time series, which we will attempt to analyze.

We will apply the above-mentioned methods using Matlab and we will presenting our results.

**Keywords:** fuzzy system , Aproximate inference, chaotic systems, time series analysis

**ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ**

**Κατάλογος Εικόνων**

**ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Οι καθημερινά ομιλούμενες λέξεις, ζευγαρωμένες με ανθρώπινες αντιλήψεις, συναισθήματα και ιδέες, προσφέρουν μια πληθώρα μεταβλητών για την χρήση επίλυσης προβλημάτων, όπου η μαθηματικοί όροι θα μας περιόριζαν.

Η ανθρώπινη αντίληψη έχει σίγουρα περισσότερες ιδέες από καθημερινές λέξεις. Αν ληφθεί υπόψη, επιπλέον, ότι για μια σειρά από έννοιες χρησιμοποιούμε πολλές λέξεις (συνώνυμα), τότε γίνεται ολοφάνερο ότι η δύναμη (σε θεωρητική έννοια) της σκέψης και του συναισθήματός μας είναι πολύ μεγαλύτερη από τη δύναμη μιας ζωντανής γλώσσας. Αν με τη σειρά μας συγκρίνουμε τη δύναμη μιας ζωντανής γλώσσας με μια λογική γλώσσα, τότε θα διαπιστώσουμε ότι η λογική είναι ακόμη πιο φτωχή. Συνεπώς, φαίνεται ότι είναι αδύνατο να εξασφαλιστεί μια χαρτογράφηση ενός προς ένα των προβλημάτων και των συστημάτων στη φαντασία μας και σε ένα μοντέλο που χρησιμοποιεί μια μαθηματική ή λογική γλώσσα. Λόγω της χρήσης των κριτηρίων αντίληψης στην μοντελοποίηση ενός συστήματος ασαφούς λογικής, είναι δυνατόν, αλλάζοντας απλά τους ορισμούς, να αλλάξουμε ένα σύστημα σύμφωνα με τις δικές μας αντιλήψεις. (1)

**1_ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ**

**1.1_Ασαφή συστήματα**

Τα ασαφή συστήματα (fuzzy systems) επινοήθηκαν το 1965 από τον καθηγητή του πανεπιστημίου Berkeley, Lotfi Zadeh. Μετά από την βοήθεια και αφοσίωση μεγάλων επιστημόνων όπως Jan Lukasiewicz και Max Black και την πρώτη εφαρμογή τους από τους Mandami και Assilian η ασαφής λογική απέκτησε ευρεία αποδοχή στον επιστημονικό κόσμο. (1)

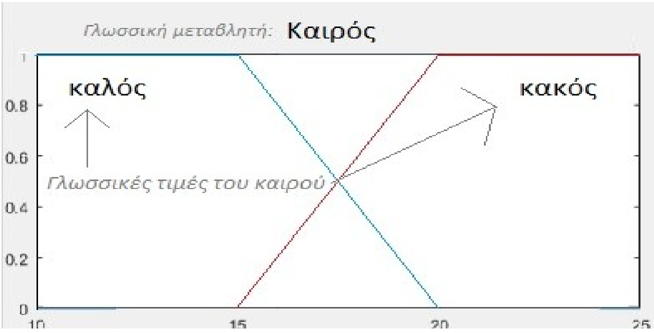
Η ασαφής λογική και τα ασαφή συστήματα υπάγονται σε μια από τις τρεις κατηγορίες της υπολογιστικής νοημοσύνης (computational intelligence), η οποία με τη σειρά της υπάγεται στο ευρύ πεδίο της τεχνητής νοημοσύνης (artificial intelligence). Οι άλλες δύο κατηγορίες είναι τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (artificial neural networks) και η εξελικτική υπολογιστική (evolutionary computation). Αυτή η λογική έχει ως στόχο την περιγραφή της ασάφειας του πραγματικού κόσμου. Τα ασαφή σύνολα αλλοιώνουν την λογική των κλασικών συνόλων με τέτοιο τρόπο ώστε να προσφέρουν την δυνατότητα περιγραφής αβέβαιων μαθηματικών. Στα κλασικά σύνολα ένα στοιχείο είτε ανήκει είτε δεν ανήκει σε ένα σύνολο. Αντίθετα, στα ασαφή σύνολα ένα στοιχείο συμμετέχει στο σύνολο με ένα ποσοστό (βαθμό συμμετοχής) που υπάγεται στο διάστημα [0,1]. Τα ασαφή σύνολα παρέχουν ένα μέσο ποιοτικής περιγραφής των μεγεθών στα οποία ενυπάρχει ασάφεια και απροσδιοριστία.

Αυτή η ιδιαιτερότητα όμως έχει και τα αρνητικά της. Όταν θέλουμε να αναλύσουμε ένα άγνωστο σύστημα, οι ορισμοί, (οι οποίοι καθορίστηκαν σύμφωνα με την προσωπική αντίληψη του κατασκευαστή), είναι αβέβαιοι και πάντα προσδιορίζονται προσεγγιστικά.

### 1.2_Γλωσσικές τιμές/μεταβλητές

Η ασαφής λογική αποσκοπεί στο να μοντελοποιήσει λογικές με ασαφείς ή ανακριβείς δηλώσεις όπως «Ο καιρός είναι καλός ή (κακός, μέτριος, υποφερτός κλπ.)».

Πρώτα θα πρέπει να καθορίσουμε τι είναι "καλός" καιρός. Στην ασαφή λογική ο καιρός ορίζετε ως η γλωσσική μεταβλητή, ενώ τα επίθετα όπως "καλός" και "κακός" ορίζονται ως γλωσσικές τιμές της γλωσσικής μεταβλητής στην οποία ανήκουν. Οι γλωσσικές τιμές περιγράφονται από δύο διαστήματα με αύξουσα ή φθίνουσα κλήση στα σημεία σύγκλησης των μεταβάσεων τους.

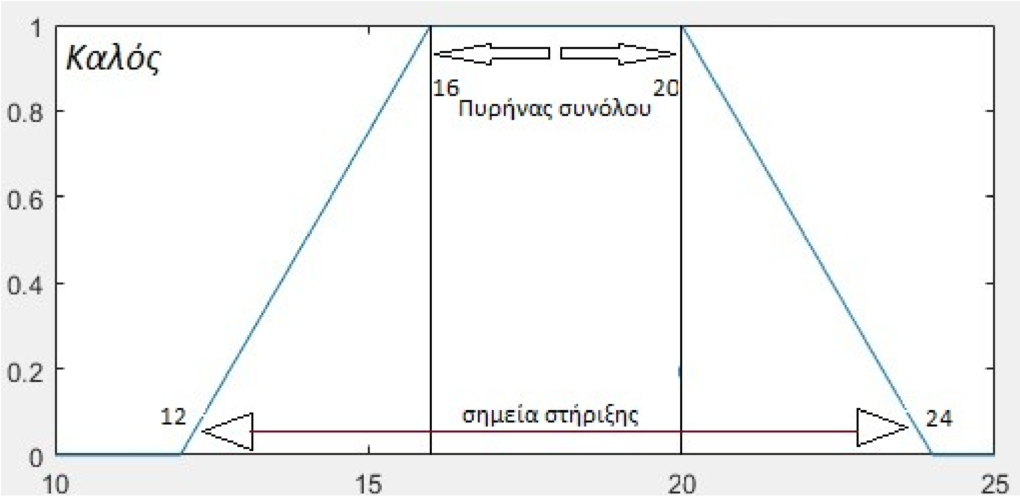



**(***Εικόνα-1)*

**Ορισμός γλωσσικής μεταβλητής:** Εάν οι τιμές μιας μεταβλητής δεν είναι αριθμοί αλλά λέξεις ή φράσεις από μια φυσική ή τεχνητή γλώσσα τότε αυτή η μεταβλητή χαρακτηρίζεται ως γλωσσική μεταβλητή. (3)

Ας πούμε για παράδειγμα ότι από 12 μέχρι τους 24 βαθμούς Κελσίου ο καιρός είναι κακός. Στην κλασική boolean λογική εάν η θερμοκρασία είναι μέσα σε αυτά τα όρια, η πρόταση μας είναι 100% αληθείς. Στον ασαφή συλλογισμό με κάθε αλλαγή της θερμοκρασίας  η πρόταση μας θα έχει διαφορετικό βαθμό αληθείας το οποίο καθορίζεται από τις μαθηματικές συναρτήσεις και τις γραφικές μορφές των συνόλων.

Λαμβάνοντας υπόψιν την γνώμη των εμπειρογνώμων ειδικών, όπως για παράδειγμα την παγκόσμια οργάνωση υγείας η οποία προτείνει πως η καλύτερη θερμοκρασία είναι από 16°C μέχρι 20°C με κέντρο τους 18°C, βρίσκουμε τον πυρήνα του συνόλου μας που μπορεί να αποτελείται από μία ή περισσότερες τιμές και είναι το διάστημα στο οποίο η συμμετοχή της τιμής στο σύνολο είναι 100% αληθές, έχει δηλαδή βαθμό συμμετοχής ίσο με 1. Έπειτα πρέπει να βρούμε το διάστημα υποστήριξης το οποίο μας δείχνει το διάστημα του συνόλου στο οποίο υπάρχει οποιαδήποτε μη μηδενική συμμετοχή και εκφράζεται με τις τιμές στα δύο άκρα του διαστήματος (σημεία στήριξης). Στην πρόταση μας τα σημεία στήριξης, τα οποία τέθηκαν με προσωπική κρίση, είναι 10°C και 30°C. Το σύνολο το οποίο αναφέρεται στον "καλό" καιρό φαίνεται στην εικόνα-2.




(Εικόνα-2)

Στη συνέχεια θα πρέπει να παραδεχθούμε πως ο “καλός” καιρός δεν εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία, μα και από πολλούς άλλους παράγοντες όπως συννεφιά, ταχύτητα ανέμου, υγρασία . Για να δημιουργήσουμε ένα μοντέλο που περιγράφει με ασαφή λογική τον “καλό” καιρό θα πρέπει να φτιάξουμε με την παραπάνω λογική σύνολα για κάθε παράγοντα που τον επηρεάζει και να σχεδιάσουμε τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ αυτών των συνόλων. Τέλος εισάγοντας τις τιμές για την θερμοκρασία την υγρασία και όποια άλλη τιμή θελήσουμε, στην έξοδο αυτού του συστήματος θα λάβουμε μία τιμή η οποία θα περιγράφει το ποσοστό αληθείας της πρότασης “Ο καιρός είναι καλός”.

### 1.3_Σύνολα και ασαφές σύνολα

Στην κλασική λογική των συνόλων, της οποίας οι βάσεις τέθηκαν το 1884 από τον Ρώσο μαθηματικό Γκέοργκ Κάντορ, ένα σύνολο αποτελείται από στοιχεία που ορίζονται σε ένα *πεδίο ορισμού* U (universal set ή universe of discourse) (3). Έστω πεδίο ορισμού το αποτέλεσμα μιας εξέτασης μαθήματος ενός φοιτητή , U={0,1,...,10} (ως βήμα τέθηκε το 1). Ως επιτυχής εξέταση θέτουμε το σύνολο Α όπου ο βαθμός θα πρέπει να είναι χ>= 5 και ορίζεται ως:

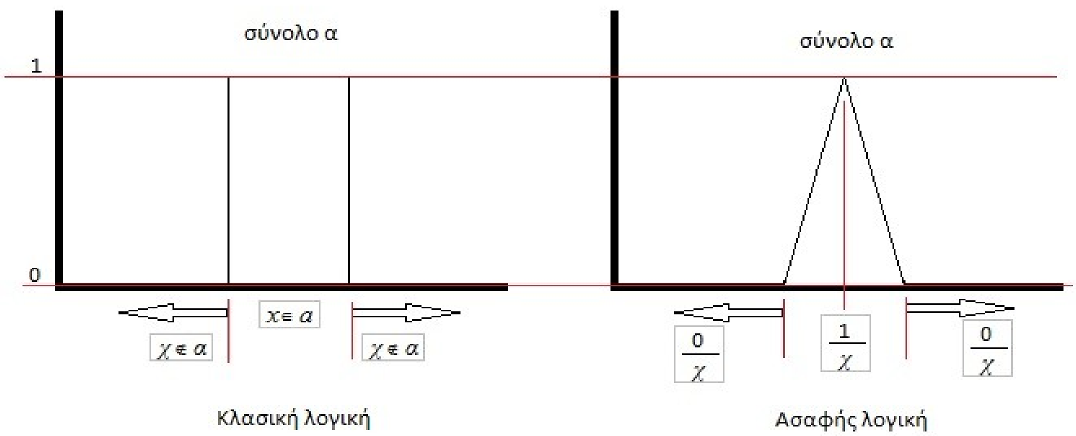
$$A = x\ \acute{o}\tau\alpha\nu [\chi \geq 5 , x \in U = 0,1 ,...10]$$

Κατά συνέπεια, οι βαθμοί ενός φοιτητή έχουν δύο πιθανά αποτελέσματα, προβιβάσιμος ή μεταξεταστέος. Είτε ανήκουν στο σύνολο επιτυχίας Α είτε όχι. Επίσης όλοι οι βαθμοί (από 5 μέχρι 10) ανήκουν στο Α με την ίδια συνεισφορά, 100%. Ενώ τα στοιχεία (από 0 μέχρι 4) δεν ανήκουν στο Α κατά 100%, ή αλλιώς ανήκουν στο Α κατά 0%. Εκφράζοντας τα ποσοστά συμμετοχής [100%,0%] ως [1,0] η περιγραφή απλοποιείται και γίνεται: $x = \begin{bmatrix} 1, iff\ x \in A \\ 0, iff\ x \notin A \end{bmatrix}$ όπου iff έχει την έννοια του “if and only if “(εάν και μόνο εάν) πληρείται το δεύτερο μέρος της συνάρτησης.

Είτε $x \in A$ είτε $\chi \notin A$ .Η χαρακτηριστική συνάρτηση απεικονίζει το πεδίο ορισμού U ● {0,1,...10} στο πεδίο τιμών [0,1].

Στην ασαφή λογική ένας αριθμός χ μπορεί να ανήκει εν μέρη σε ένα ή περισσότερα σύνολα .

$\mu_A(\chi 1) = \frac{0.7}{\chi}$ , $\mu_B(\chi 1) = \frac{0.3}{\chi}$ Το κλάσμα δεν έχει την σημασία της διαίρεσης, αλλά υποδηλώνει ότι το στοιχείο χ1 με τιμή χ έχει βαθμό συμμετοχής 0.7 (ανήκει κατά 70%) στο σύνολο Α και το ίδιο στοιχείο χ1 με τιμή χ έχει βαθμό συμμετοχής 0.3 (ανήκει κατά 30%) στο σύνολο Β. Ο βαθμός συμμετοχής [μ(χ)] παίρνει τιμές από το 0 μέχρι το 1. Στην περίπτωση που οι βαθμοί συμμετοχής παίρνουν τιμές μόνο 0 ή 1 τότε ο συλλογισμός είναι ίδιος με της κλασικής λογικής . Το πλεονέκτημα της ασαφούς λογικής είναι ότι μπορούμε να συγκρίνουμε την επίδραση αυτών των αριθμών σε σύνολα τα οποία συμπίπτουν. Για παράδειγμα έστω $\mu\alpha(\chi) = \frac{0.2}{1}$ στο σύνολο α και $\mu\beta(\chi) = \frac{0.6}{1}$ στο σύνολο β. Παρατηρούμε ότι ο βαθμός συμμετοχής στο σύνολο β είναι μεγαλύτερος και ενεργοποιείται σε μεγαλύτερο βαθμό ενώ στο σύνολο α σε μικρότερο άλα όχι αμελητέο. Με ασαφή συλλογισμό λαμβάνουμε υπόψιν μας όλα τα δεδομένα, έστω και αν ενεργοποιούνται στο ελάχιστο. Αυτό μας επιτρέπει να δημιουργούμε ομαλές μεταβάσεις για κάθε αλλαγή των δεδομένων μας.




(Εικόνα-3//Κλασσική λογική αριστερά-Ασαφής λογική δεξιά)

**Ορισμός ασαφών συνόλων:**

Εάν X είναι είναι μια ομάδα στοιχείων τα οποία υποδεικνύονται ως χ, τότε ένα ασαφές σύνολο A στο X είναι μια ομάδα διαδοχικών ζευγαριών $A=(x, \mu_A(\chi) \mid x \in X \mid)$ Όπου μA(χ) καλείτε ο **βαθμός συμμετοχής** ή βαθμός αληθείας του σημείου στήριξης χ στο A που σχεδιάζει το X στο χώρο της συνάρτησης M.

Το **σύνολο στήριξης** (Support point) ενος συνόλου είναι το κλασικό (crisp) σύνολο όλων των x που ανήκουν στο X με βαθμό συμμετοχής >0. $S(A)=\int x \in X \mid \mu_A(\chi)>0$

**Πυρήνας** (Core point) ενός συνόλου ονομάζετε το crisp σύνολο του οποίου τα στοιχεία έχουν βαθμό συμμετοχής = 1.

$$Core_A=\int x \in X \mid \mu_A(\chi)=1$$

**Σημείο καμπής** ή σημείο διασταύρωσης (crossover point) ονομάζετε το crisp σύνολο του οποίου τα στοιχεία έχουν βαθμό συμμετοχής => 0.5.

$$Crossover_A=\int x \in X \mid \mu_\alpha(\chi) \geq 0.5$$

**Πληθικότητα** ή μέτρο (Cardinality) ενός συνόλου ονομάζετε το άθροισμα των στοιχείων στήριξης.

$|A|=\sum_{x \in U} \mu_A(\chi)$ Όπου U = το πλήθος των στοιχείων του συνόλου U.

Ένα ασαφές σύνολο είναι **κυρτό** εάν υπάρχει η παρουσία το πολύ μίας ανοδικής ή καθοδικής τάσης.

$$\mu_A(\lambda \chi 1+(1-\lambda) \chi 2) \geq min[\mu_A(\chi 1), \mu_A(\chi 2)], \chi 1, \chi 2 \in X, \lambda \in [0,1]$$

Εναλλακτικά, ένα ασαφές σύνολο είναι κυρτό αν όλα τα a-cut σύνολα του είναι κυρτά.

Τα **α-cut** ή level set είναι ένα σαφές σύνολο το οποίο περιέχει τα στοιχεία του ασαφούς συνόλου με βαθμό συμμετοχής τουλάχιστον α.

$$A_\alpha=\chi \in U \mid \mu_\alpha(\chi) \geq \alpha \mid \text{όπου } 0<\alpha \leq 1$$

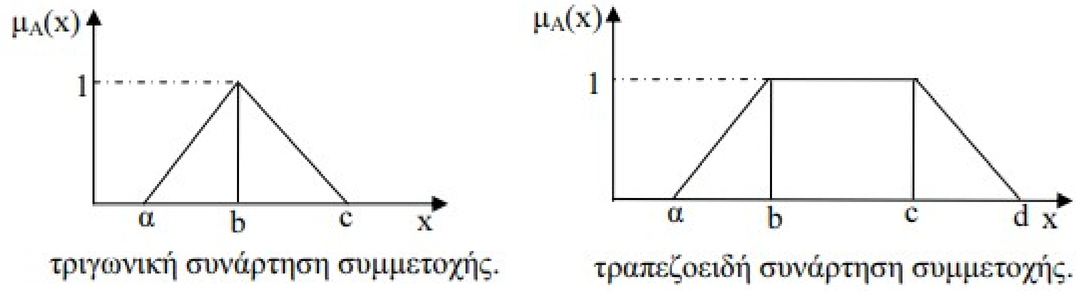
Εάν το ανώτερο όριο ενός συνόλου είναι 1 τότε το σύνολο ονομάζεται **κανονικό**. Για να κανονικοποιήσουμε οποιοδήποτε σύνολο διαιρούμε τον βαθμό συμμετοχής με το ανώτερο όριο.

**Υπερσύνολο ή Καθολικό Σύνολο** U (Universal Set) καλείται το σύνολο στο οποίο ανήκει ένα πλήθος υποσυνόλων που είναι παράγοντες στις πράξεις της άλγεβρας των συνόλων .

**Υποσύνολο** (subset) καλείται το σύνολο του οποίου όλα τα στοιχεία είναι μέλη ενός υπερσυνόλου.

## 1.4_Μορφές συνόλων

*Τριγωνική*

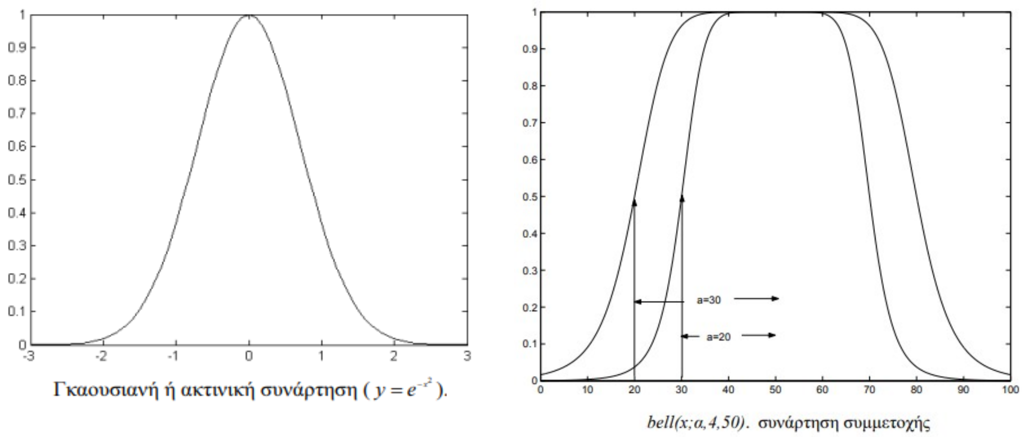



(Εικόνα-4//Τριγωνική μορφή αριστερά-Τραπεζοειδή μορφή δεξιά)

$$triangle(x\,;a,b,c)=max[min(\frac{(x-a)}{(b-a)},\frac{(c-x)}{(c-b)}).0]$$

$$trapezoid(x\,;a,b,c,d)=max(min(\frac{\text{x-a}}{\text{b-a}},1,\frac{\text{d-x}}{\text{d-c}}),0)$$

*Γκαουσιανή*

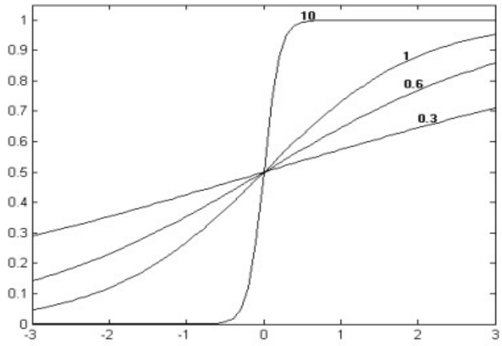



(Εικόνα-5//Γκαουσιανή μορφή αριστερά-Bell μορφή δεξιά)

$$gaussian(x\,;\sigma,c)=e^{-[\frac{(x-c)}{(\sigma)}]^2}$$

$$bell(x\,;a,b,c)=\frac{1}{1+\left|\frac{\text{x-c}}{a}\right|^{2b}}$$

Σιγμοειδής



Σιγμοειδής συνάρτηση με διαφορετικές τιμές του $\alpha$.

(Εικόνα-6)

$$y = \frac{1}{1 + e^{-a*x}}, \; a = 10, 1, 0.6, 0.3$$

## 1.5_Πράξεις ασαφών αριθμών και συνόλων

### Κενό σύνολο

*Ένα σύνολο με μηδενικές τιμές*

$$[\mu \varnothing (\chi) \ni 0]$$

*όπου Ø είναι το σύμβολο του κενού συνόλου και ∋ έχει την ένοια του 'απαρτίζεται από'*

### Υπερσύνολο αναφοράς

*Είναι το σύνολο που συμπεριέχει όλες τις τιμές τις οποίες επιθυμούμε να εξεταστούν σε οποιαδήποτε κατάσταση. Δηλαδή κάθε στοιχείο απο όλα τα ενεργά σύνολα με μή μηδενικό βαθμό συμετοχής*

$$[\mu_{\chi}(\chi) < 0]$$

### Ισοτιμία

$$A = B \quad [\mu_A(\chi) = \mu_B(\chi) \forall \chi \in X]$$

### Υποσύνολο

$$A \subset B \quad [\mu_A(\chi) \leq \mu_B(\chi) \forall \chi \in X]$$

### Ένωση

$$\mu_{(A \cup B)}(x) = max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \forall \chi \in X$$

### Τομή

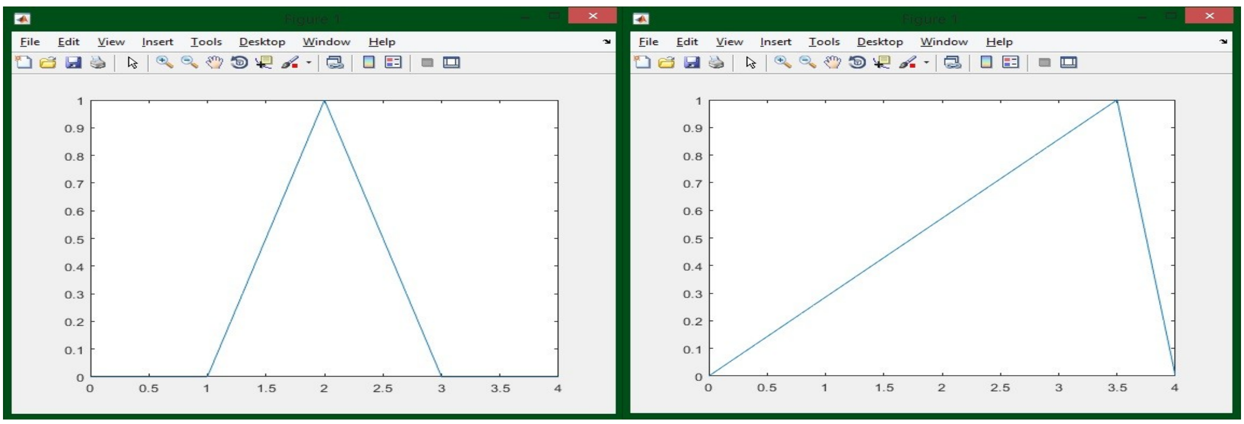
$$\mu_{(A \cap B)}(x) = min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \forall \chi \in X$$

### Συμπλήρωμα

$$\mu_{\bar{A}}(\chi) = 1 - \mu_A(\chi)$$

Έστω τριγωνικά σύνολα A και B

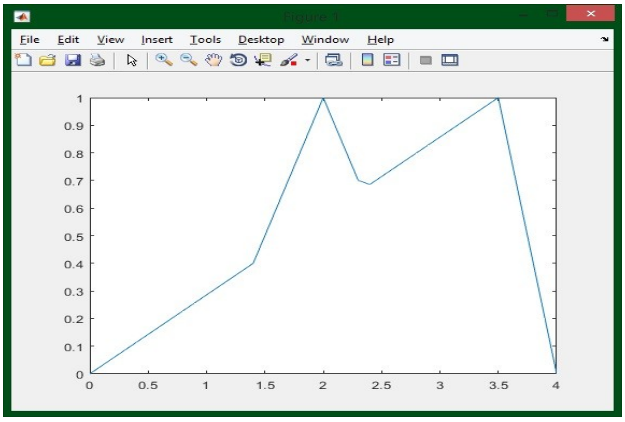
A=`trimf(x,[1 2 3]); και B=trimf(x,[0 3,5 4]);`




(Εικόνα-7//A αριστερά-B δεξιά)

**Η πράξη της Ένωσης:**

Max(A,B)=




(Εικόνα-8)

$max[A, B] = A \cup B = A \vee B = A \text{ or } B$ με συνάρτηση συμμετοχής

$U_{(A \text{ OR } B)}(x) = max[u_A(x), u_B(x)]$

*Αξίωμα Αντιμεταθετικότητας (Commutativity)*

$(a \cup b) = (b \cup a)$

*Αξίωμα της Μονοτονίας (Monotonicity)*

$Εάν\ a \leq c\ και\ b \leq d\ τότε\ (a \cup b) \leq (c \cup d)$

*Αξίωμα Οριακής κατάστασης (Boundary conditions)*

$(a \cup 0) = (0 \cup a) = a$

*Αξίωμα Προσεταιριστικότητας (Associativity)*

$a \cup (b \cup c) = (a \cup b) \cup c$

*Αξίωμα της Συνέχειας*

Η πράξη της ένωση είναι συνεχής συνάρτηση

$A[\mu_\alpha(\chi 1), \mu_\alpha(\chi 2)] \cup B[\mu_\beta(\chi 2), \mu_\beta(\chi 3)] = [\mu_\alpha(\chi 1)], [\mu_\alpha(\chi 2) \cup \mu_b(\chi 2)], [\mu_\beta(\chi 3)]$

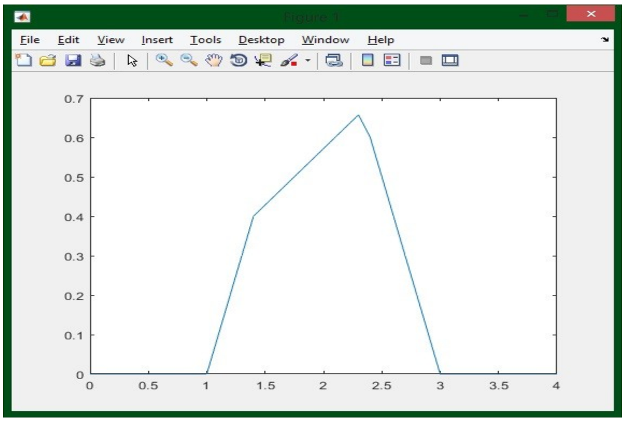
Το πλήθος των στοιχείων της πράξης θα είναι ίσο με το πλήθος όλων των μοναδικών στοιχείων της συνάρτησης.

*Αξίωμα της Ταυτοδυναμίας*

$a \cup a = a$

**Η πράξη της Τομής:**

Min(A,B)=




(Εικόνα-9)

$min[A, B] = A \cap B = A \wedge B = A \text{and } B$ με συνάρτηση συμμετοχής

$U_{(A \text{ And } B)}(x) = min[u_A(x), u_B(x)]$

*Αξίωμα της Αντιμεταθετικότητας (Commutativity)*

$(a \cap b) = (b \cap a)$

*Αξίωμα της Οριακής κατάστασης (Boundary conditions)*

$(a \cap 1) = (1 \cap a) = a$

*Αξίωμα της Προσεταιριστικότητας (Associativity)*

$a \cap (b \cap c) = (a \cap b) \cap c$

*Αξίωμα της Συνέχειας*

Η πράξη της ένωση είναι συνεχής συνάρτηση

$A[\mu_\alpha(\chi 1), \mu_\alpha(\chi 2)] \cap B[\mu_\beta(\chi 2), \mu_\beta(\chi 3)] = [\mu_\alpha(\chi 2) \cap \mu_b(\chi 2)]$

Το πλήθος των στοιχείων της πράξης θα είναι ίσο με το πλήθος μόνο των κοινών στοιχείων της συνάρτησης.

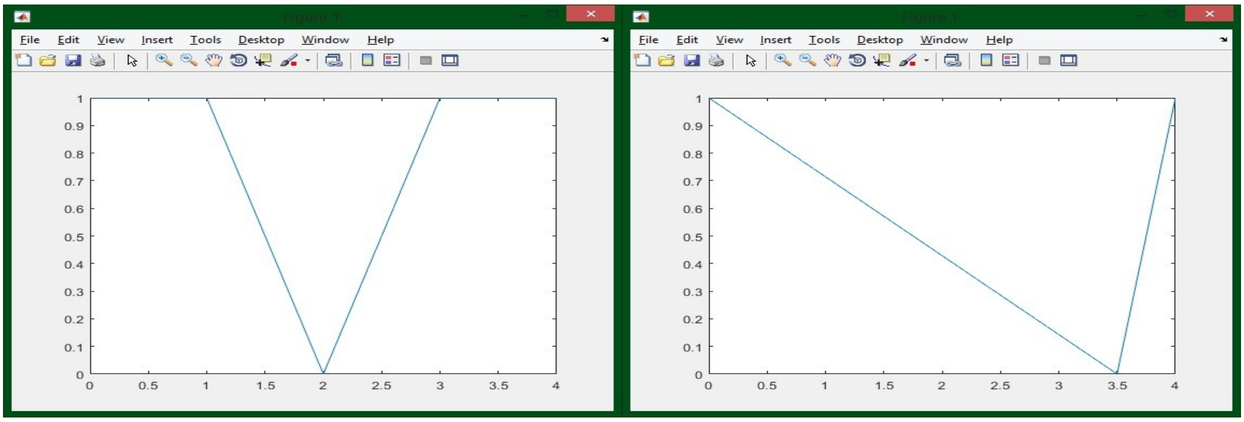
*Αξίωμα της Ταυτοδυναμίας*

$a \cap a = a$

*Αξίωμα της Μονοτονίας(Monotonicity)*

$E\acute{\alpha}\nu\ a \leq c \ \ \kappa\alpha\iota\ \ b \leq d \ \ \tau\acute{o}\tau\varepsilon\ \ a \cap b \leq c \cap d$

**Η πράξη του συμπληρώματος** 1-.A και 1-.B $\mu_{\bar{A}}(\chi)=1-\mu_A(\chi)$




(Εικόνα-10//Α αριστερά-Β δεξιά)

$\bar{A}=1-A=\mathring{A}$ με συνάρτηση συμμετοχής

$\bar{A}=1-\mu_A(\chi)$ *Για όλα τα* $\chi$ *του* $A$

*Αξίωμα Οριακή κατάστασης*

$(\bar{0})=1$ και $(\bar{1})=0$

*Αξίωμα της Μονοτονικότητας*

*Εάν* $A<B$ τότε $\bar{A}>\bar{B}$ *για όλα τα* $A, B\in[0,1]$

*Αξίωμα της Συνέχειας*

Το πλήθος των στοιχείων της πράξης του συμπληρώματος είναι πάντα ίσο με το πλήθος των στοιχείων του αρχικού συνόλου.

*Αξίωμα της Ενέλιξης*

$\bar{\bar{\alpha}}=\alpha$ *ή* $1-(1-\alpha)=\alpha$

**Πράξεις μεταξύ ασαφών μεταβλητών**

Λογικό γινόμενο $a \wedge b = \{(\chi, \mu_{a \wedge b}(\chi)) \ | x \in X\}|$ Όπου

$\mu_{a \wedge b}(\chi) = min(1, \mu_a(\chi), \mu_b(\chi))$

αλγεβρικό γινόμενο $a * b = \{(\chi, \mu_{a * b}(\chi)) \ | x \in X\}|$ Όπου

$\mu_{a * b}(\chi) = \mu_a(\chi) * \mu_b(\chi)$

φραγμένο γινόμενο $a \otimes b = \{(\chi, \mu_{a \otimes b}(\chi)) \ | x \in X\}|$ Όπου

$\mu_{a \otimes b}(\chi) = max(0, \mu_a(\chi) + \mu_b(\chi) - 1)$

δραστικό γινόμενο $a \cap_* b = \begin{matrix} x \ \ if \ \ y = 1 \\ y \ \ if \ \ x = 1 \\ 0 \ \ if \ \ x, y < 1 \end{matrix}$

λογικό άθροισμα $a \vee b = \{(\chi, \mu_{a \vee b}(\chi)) \ | x \in X\}|$ Όπου

$\mu_{a \vee b}(\chi) = max(0, \mu_a(\chi), \mu_b(\chi))$

Αλγεβρικό άθροισμα: $a + b = \{(\chi, \mu_{a + b}(\chi)) \ | x \in X\}|$ 'Οπου

$\mu_{a + b}(\chi) = \mu_a(\chi) + \mu_b(\chi) - \mu_a(\chi) * \mu_b(\chi)$

φραγμένο άθροισμα: $a \oplus b = \{(x, \mu_{a \oplus b}(x)) \ | x \in X\}|$ Όπου

$\mu_{A \oplus B}(x) = min(1, \mu_A(x) + \mu_B(x))$

Δραστικό άθροισμα $a \cup_* b = \begin{matrix} x \ \ if \ y = 0 \\ y \ \ if \ x = 0 \\ 0 \ \ if \ x * y \neq 0 \end{matrix}$

Διαφοροποιήσεις τελεστών συμπληρώματος

Yagen $\mu_{\bar{a} \, Yagen}(x) = \dfrac{1 - \mu_a(\chi)}{1 + s * \mu_a(\chi)}$ Όπου $s \in (-1, \infty)$

Sugeno $\mu_{\bar{a} \, sugeno}(x) = (1 - \mu_a(\chi)^w)^{\frac{1}{w}}$ Όπου $w \in (0, \infty)$

### 1.6_Ασαφής κανόνες (Εαν-Τότε)

Οι ασαφείς κανόνες της μορφής εάν-τότε είναι απλές ή σύνθετες προτάσεις οι οποίες περιγράφουν την κατάσταση μίας ή περισσότερων εισόδων του συστήματος και την επίδραση αυτών σε μία ή περισσότερες εξόδους. Είναι ένας τρόπος περιγραφής του ολικού συστήματος με τη χρήση πολλαπλών μεμονωμένων καταστάσεων αυτού. Χωρίζονται σε δύο μέρη, το υποθετικό και το συμπερασματικό. Στην κλασική λογική οι προτάσεις Εάν-Τότε είναι boolean δηλαδή είτε είναι αληθείς είτε είναι ψευδείς. Όπως σε όλες τις περιπτώσεις της ασαφούς λογικής, έτσι και στην περίπτωση των προτάσεων Εάν-Τότε, οι προτάσεις αντί για αληθείς ή ψευδείς έχουν βαθμό αληθείας ο οποίος ονομάζεται (βαθμός ενεργοποίησης του κανόνα).

**Σύνθεση απλής πρότασης:**

*Εάν* υπόθεση *Τότε* συμπέρασμα.

**Σύνθεση σύνθετης πρότασης:**

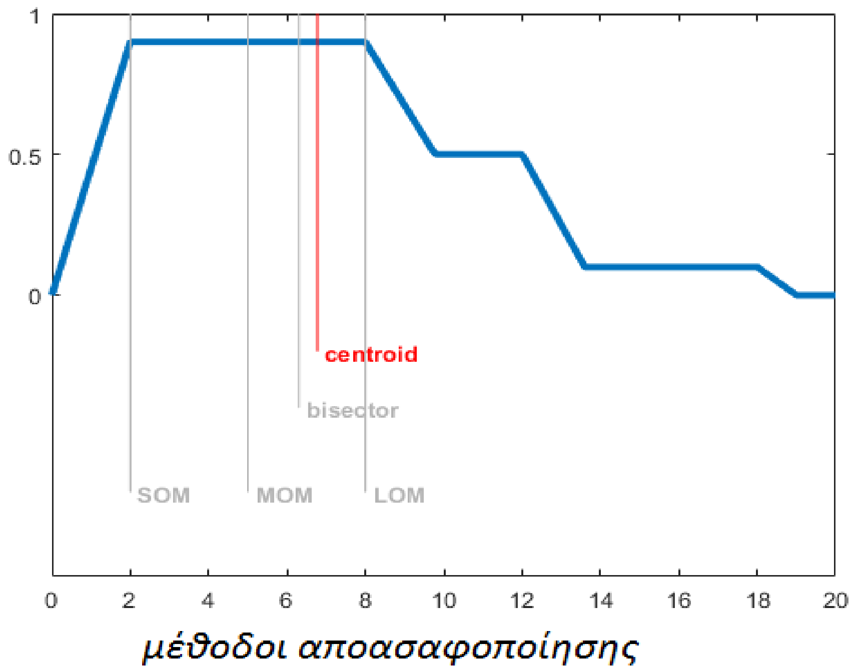
Εάν υπόθεση Α και/ή υπόθεση Β Τότε υπόθεση Γ.

Τύποι Συμπεράσματος Mamdani-type (1977) και Sugeno-type (1985).

Το συμπέρασμα τύπου Mamdani χρησιμοποιείται όταν οι συναρτήσεις συμμετοχής εξόδου είναι ασαφή σύνολα. Μετά τη διαδικασία συνάθροισης, υπάρχει ένα ασαφές σύνολο για κάθε μεταβλητή εξόδου, η οποία χρειάζεται αποασαφοποίηση (defuzzification). Είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί μία μόνο τιμή ως συνάρτηση εξόδου και όχι ένα κατανεμημένο ασαφές σύνολο.

Αυτό, ονομάζεται μονότιμη συνάρτηση συμμετοχής εξόδου (singleton), στην οποία περίπτωση θεωρείται ως ασαφές σύνολο με μία τιμή. Στή συνέχεια εφαρμόζουμε την μέθοδο αποασαφοποίησης η οποία εξυπηρετεί τις απαιτήσεις της εκάστοτε εφαρμογής.

Η αποασαφοποίηση (Defuzzification) είναι η διαδικασία αναπαράστασης ενός ασαφούς συνόλου με ένα, κανονικό (crisp), αριθμό. Οι αναπαραστάσεις των δεδομένων εξόδου σε ένα ασαφές σύστημα είναι συνήθως ασαφή σύνολα. Ωστόσο, η έξοδος πρέπει συχνά να είναι ένας ευκρινής αριθμός που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτέλεση μιας λειτουργίας όπως το άνοιγμα μιας βαλβίδας σε μια επιθυμητή θέση σε μια εφαρμογή ελέγχου. Η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη μέθοδος defuzzification είναι η μέθοδος του κέντρου της περιοχής (COA ή COG ή centroid). Αυτή η μέθοδος καθορίζει το κέντρο της περιοχής του ασαφούς συνόλου και επιστρέφει την αντίστοιχη ευκρινή τιμή. Άλλες μέθοδοι αποασαφοποίησης όπως (BISECTOR,MOM,LOM,SOM) επιστρέφουν την τιμή στην οποία το σύνολο διαχωρίζεται γραφικά σε δύο ίσες περιοχές, το μέσο όρο του ασαφούς συνόλου, τη μεγαλύτερη τιμή για την οποία το ασαφές σύνολο εξόδου είναι το μέγιστο και την μικρότερη τιμή για την οποία το ασαφές σύνολο εξόδου είναι το μέγιστο αντίστοιχα.(7)




(Εικόνα-11)

$$COA = \frac{\sum y_i \mu_A'(y_i)}{\sum \mu_A'(y_i)}$$

Η μέθοδος συμπεράσματος Sugeno είναι παρόμοια με τη μέθοδο Mamdani με μια σημαντική διαφορά. Τα δύο πρώτα μέρη της διαδικασίας ασαφών συμπερασμάτων, η ασαφοποίηση των εισόδων και η εφαρμογή του χειριστή ασάφειας, είναι ακριβώς τα ίδια. Η κύρια διαφορά μεταξύ Mamdani-τύπου και Sugeno-type συμπεράσματος είναι ότι οι συναρτήσεις συμμετοχής εξόδου είναι μόνο γραμμικές ή σταθερές για το Sugeno.

Π.χ. *Εάν το χ είναι Α, τότε το z=a* ή σύνθετες προτάσεις όπως

*Εάν το χ είναι Α και το y είναι Β, τότε το z=a+b+c*

Πρίν ξεκινήσουμε την εξέταση της υπόθεσης ενός κανόνα, αρχικά θα πρέπει να κάνουμε ασαφοποίηση στα δεδομένα εισόδου, δημιουργώντας με αυτόν τον τρόπο τα ασαφή σύνολα εισόδου. Οι τρεις βασικοί ασαφοποιητές είναι ο μονότιμος (singleton), ο τριγωνικός $\mu_A'(\chi)=\begin{matrix} 1-\left|\frac{\chi-\chi^0}{b}\right|\leq b \\ 0\,\delta\iota\alpha\varphi o\rho\varepsilon\tau\iota\kappa\acute{\alpha} \end{matrix}$ και ο γκαουσιανός $\mu_A'=e^{-(\frac{x-x^0}{a})^2}$ $\gamma\iota\alpha$ $\mu_A'(\chi^0)=1$ .

Έπειτα εξετάζουμε τις υποθέσεις των κανόνων για κάθε δεδομένο εισόδου. Εάν είναι αληθείς τότε λέμε πως ο κανόνας ενεργοποιείται ή πυροδοτείται. Αντίθετα εάν είναι ψευδής τότε λέμε πως ο κανόνας δεν ενεργοποιείται. Στην περίπτωση που γίνεται πυροδότηση κάποιου κανόνα, θα πρέπει να βρεθεί και ο βαθμός ενεργοποίησης του. Όπως όλα τα δεδομένα στον ασαφή συλλογισμό έχουν ποσοστό αληθείας. Έτσι και οι κανόνες ενεργοποιούνται σε περιορισμένο βαθμό ανάλογα με το ποσοστό αληθείας της υπόθεσης τους. Αφού εντοπιστούν οι κανόνες που ενεργοποιούνται ακολουθεί η διαδικασία της συνάθροισης (Aggregation), η οποία συνδυάζει τα ασαφή σύνολα εισόδου με ένωση στην περίπτωση Mamdami και Larsen ενώ στις περιπτώσεις Lukasiewicz, DR και Zadeh κάνει τομή. Τέλος εφαρμόζεται η μηχανή ασαφούς συμπεράσματος (FIE) για την εύρεση της εξόδου του κανόνα. Οι μηχανές συμπεράσματος είναι πέντε τύπων. Mamdami, Larsen,Tsukamoto,TSK και Yager. Η κάθε μηχανή έχει διαφορετικό τελεστή συμπεράσματος όπως φαίνεται στην εικόνα-12.

| FIE | Συνάθροιση (Aggregator) | Fuzzy Implication |
|---|---|---|
| Mamdani | Ένωση (max) | Min |
| Larsen | Ένωση (max) | Product |
| Tsukamoto | Σταθμισμένος μέσος όρος (weighted average) | - |
| TSK | Σταθμισμένος μέσος όρος (weighted average) | Product |
| Yager | Σταθμισμένος μέσος όρος (weighted average) | w-level set |

(Εικόνα-12)

Στην παρούσα εργασία της υλοποίησης της μεθοδολογίας Wang,Mendel θα χρησιμοποιηθεί Mamdani FIE, συνάθροιση της ένωσης και οι κανόνες που θα δημιουργηθούν θα είναι τύπου Mamdami με ασαφή σύνολα εξόδου.Η μέθοδος αποασαφοποίησης θα είναι τύπου COA.

## 2_ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ

### 2.1_Μέθοδοι πρόβλεψης

Οι μέθοδοι πρόβλεψης, δηλαδή η δυνατότητα της πρόγνωσης μελλοντικών καταστάσεων ενός σήματος, είναι πολύ σημαντικές για τη δημιουργία οικονομικών και επιχειρησιακών στρατηγικών, στον υπολογισμό επιπέδων παραγωγής και κατανάλωσης, προγνώσεις καιρού, σε ανάλυση μη περιοδικών σημάτων, σε συστήματα ελέγχου πολύπλοκων εξελισσόμενων συστημάτων και πολλά άλλα. Οι βασικές οικογένειες μεθόδων που χρησιμοποιούνται είναι:

**1.Qualitative techniques**

**2.Average approach**

**3.Naive approach**

- ***Drift method***
- ***Seasonal naive approach***

**4.Causal models**

**5.Artificial intelligence/Neural networks methods**

**6.Time series analysis and projection** <1>

1. Η πρώτη οικογένεια **Qualitative techniques** δεν περιλαμβάνει δεδομένα από το παρελθόν, αλλά γνώμες και κρίσεις εμπειρογνώμων, στη συνέχεια οι προβλέψεις συγκρίνονται με τα πραγματικά δεδομένα και δημιουργούνται καινούργιες πιο ακριβείς προβλέψεις. Αυτή η μέθοδος χρησιμοποιείται συνήθως για προβλέψεις καινούργιων συστημάτων ή προϊόντων όπου η παρουσία ιστορικών δεδομένων είναι είτε ελλιπής είτε ακατάλληλη.<1>

Οι πιο ευρείς υποκατηγορίες των Qualitative techniques είναι οι Delphi method, η market research και η Panel Consensus.

Η μέθοδος Delphi αποτελείται από ερωτήσεις σε εμπειρογνώμονες των οποίων οι απαντήσεις χρησιμοποιούνται για την δημιουργία νέων ερωτήσεων οι οποίες απευθύνονται σε διαφορετικούς επμειρογνώμονες. Το πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι το πλήθος των πιθανών ερωτήσεων κάνοντας δυνατό τον έλεγχο πολλαπλών σημείων αδυναμίας του προτεινόμενου μοντέλου. Η ακρίβεια της μεθόδου είναι ικανοποιητική και μπορεί να πραγματοποιηθεί χωρίς την χρήση υπολογιστικών μονάδων.

Η μέθοδος Market research πραγματοποιείται με την δημιουργία υποθέσεων για την απόκριση του μοντέλου και την στοχαστική έρευνα τους πάνω σε υπάρχουσες time series προβλέψεις της αγοράς. Το πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι η ακρίβεια της, αλλά η πολυπλοκότητα της ανάλυσης των δεδομένων καθώς και η ανάγκη χρήσης της time series analysis μεθόδου ανεβάζουν το κόστος και τον χρόνο εφαρμογής της.

Η Panel Consensus μέθοδος είναι απλοϊκή και τα αποτελέσματα της πολλές φορές μη ικανοποιητικά. Απαρτίζεται από μια ομάδα εμπειρογνωμόνων οι οποίοι εξετάζουν τις υποθέσεις τους μεταξύ τους, ως κύρια ιδέα το ότι πολλαπλές γνωστικές απόψεις είναι αρκετές για την πρόβλεψη της πορείας ενός μοντέλου. Το πλεονέκτημα φυσικά είναι η απλότητα, ο χρόνος ανάλυσης των δεδομένων καθώς και το χαμηλό κόστος της.

2. Η **average approach** μέθοδοι χρησιμοποιούνται κυρίως σε περιοδικά μοντέλα με ομαλές αλλαγές. Οι προβλέψεις των μελλοντικών τιμών είναι ο μέσος όρος του συνόλου των προηγούμενων τιμών. $y(n+1)=\sum \frac{x(n)}{n}$

Αυτή η μέθοδος δεν απαιτεί την μορφοποίηση των δεδομένων εισόδου σε μορφή χρονοσειράς. Παρότι η ακρίβεια των προβλέψεων είναι χαμηλή, η απλοϊκότητα της, την καθιστά ως έγκυρη επιλογή σε συγκεκριμένες περιστάσεις.

3. Η προσέγγιση **Naive** είναι η πιο απλή μέθοδος και απαιτεί την μορφοποίηση των δεδομένων εισόδου σε μορφή χρονοσειράς. Για πρόβλεψη τιμών η μέθοδος υποθέτει την έξοδο ίση με την προηγούμενη παρατηρούμενη τιμή. $y(n+1)=y(n)$

Σε περιπτώσεις εποχιακής περιοδικότητας, η επιλογή της προηγούμενης παρατηρούμενης τιμής μπορεί να τεθεί σε τιμές του παρελθόντος οι οποίες κρίνονται πιο κατάλληλες.

Η μέθοδος **Drift** είναι εξέλιξη της Naive μεθόδου όπου αντί για την χρήση προηγούμενων τιμών γίνεται η χρήση των μεταβολών τους, με την κατάρτιση μιας γραμμής μεταξύ της πρώτης και της τελευταίας παρατήρησης και την εξάπλωσή της στο μέλλον.

$y_{T+h}=y_T+\frac{h}{T-1}\sum_{t=2}^{T}[y_{(t)}-y_{(t-1)}]=y_T+h(\frac{y_T-y_1}{T-1})$ Όπου y η χρονοσειρά, T η τιμή του t της τελευταίας τιμής που παρατηρήθηκε και h η διαφορά της τιμής πρόβλεψης απο την τιμή T στο πεδίο του χ. Η επόμενη έξοδος είναι πάντα ίση με την προηγούμενη τιμή συν τη μέση διαφορά (drift).

Η **seasonal naive** approach είναι ακόμα μια παραλλαγή της naive μεθόδου, κάνοντας προβλέψεις με την θέση τον τιμών στο μέλλον ίσες με τις παρατηρούμενες τιμές του παρελθόντος της ίδιας εποχής.

4. Τα **causal models** έχουν κύριο σκοπό να βρουν τις επιρροές μεταξύ όλων των δεδομένων εισόδου με την έξοδο του συστήματος καθώς και τις σχέσεις μεταξύ τους. Αυτές οι σχέσεις είναι πολυάριθμες και μια είσοδος μπορεί να επηρεάζει την τιμή πολλαπλών άλλων δεδομένων, τα οποία στη σειρά τους επηρεάζουν άλλα σήματα. ΄Οπως είναι φανερό η εύρεση των σχέσεων είναι πολύπλοκη διαδικασία και η εύρεσή τους γίνεται με την χρήση υπολογιστών. Όταν το μοντέλο των σχέσεων είναι ολοκληρωμένο, βρίσκουμε κάθε τιμή εξόδου αλλάζοντας τις εισόδους, προβλέποντας με αυτόν τον τρόπο τις μελλοντικές του καταστάσεις.

5. Με την χρήση νευρωνικών δικτύων **Neural networks** και την δημιουργία τεχνητής νοημοσύνης (**Artificial intelligence**) είναι δυνατόν να προβλέψουμε τις μελλοντικές τιμές ενός συστήματος. Το νευρωνικό δίκτυο δέχεται τα σήματα εισόδου και στη συνέχεια εκπαιδεύεται με την χρήση κάποιου συστήματος επιβράβευσης το οποίο ωθεί το πρόγραμμα όλο και σε καλύτερα αποτελέσματα. Τα αποτελέσματα μπορεί να έχουν μεγάλη ακρίβεια αλλά αυτή η διαδικασία είναι αρκετά χρονοβόρα και απαιτεί την ανάπτυξη εξειδικευμένου προγράμματος νευρωνικού δικτύου για κάθε ξεχωριστό σύστημα στο οποίο επιθυμούμε να κάνουμε προβλέψεις.

6. Οι μέθόδοι **Time series analysis and projection** είναι απλά μέθοδοι των οποίων τα δεδομένα εισόδου είναι σε μορφή χρονοσειρών. Δηλαδή δείγματα τιμών εισόδου και εξόδου σε σταθερά τακτά χρονικά διαστήματα. Συνήθως παρουσιάζονται σε μορφή πίνακα το μέγεθος του οποίου αυξάνεται συνεχώς με την σύσταση καινούριων τιμών. Με την πάροδο του χρόνου έχουν αναπτυχθεί πολλές μέθοδοι που βασίζονται στην παρουσία χρονοσειρών και η κάθε μία έχει τα δικά της πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Η επιλογή της μεθόδου εξαρτάται από το σύστημα και τις απαιτήσεις του εκάστοτε επιπέδου ακριβείας.

Μια από αυτές τις μεθόδους είναι η Wang-Mendel method 2 ή αλλιώς Wang Mendel method complete. Με την βοήθεια της οποίας θα κάνουμε ανάλυση και προβλέψεις μίας μη περιοδικής χρονοσειράς, Mackey-Glass time series equation.

### 2.2_Χαοτική χρονοσειρά Mackey Glass

Το όνομα της πάρθηκε από τα ονόματα των δημιουργών της, Michael C. Mackey και Leon Glass. Ο βιομαθηματικός καθηγητής του πανεπιστημίου McGrill Mackey ανέπτυξε πολλαπλά μαθηματικά μοντέλα περιγραφής, ασθενειών, γενετικών ρυθμίσεων σε όργανα και άλλες διεργασίες σε μοριακό, κυτταρικό και μυϊκό επίπεδο. Με την βοήθεια ενος συναδέλφου καθηγητή του ίδιου πανεπιστημίου Leon Glass ο οποίος συνέβαλε εξίσου στον χώρο της μαθηματικής ιατρικής δημιούργησαν την διαφορική εξίσωση Mackey Glass.<4>,<5>.

$$\frac{dx(t)}{dt} = b * s(t) + \frac{a * s_{\tau au}}{1 + (s_{\tau au})^{10}},$$

Η εξίσωση Mackey-Glass είναι μία μη γραμμική διαφορική εξίσωση χρονικής καθυστέρησης όπου τα α, b, τ, n είναι πραγματικοί αριθμοί και το χ αντιπροσωπεύει την τιμή της μεταβλητής στον χρόνο (t-τ). Ανάλογα με τις τιμές των παραμέτρων, αυτή η εξίσωση εμφανίζει ένα εύρος περιοδικής και χαοτικής δυναμικής. (*Leon Glass and Michael Mackey (2009), Scholarpedia, 5(3):6908)*

Για την δημιουργία της χρονοσειράς είναι πάντα απαραίτητη η παρουσία προηγούμενων καταστάσεων, για αυτό στην προσομοίωση μας για t μικρότερα από τ θα κάνουμε χρήση της εντολής “rand” η οποία παράγει τυχαίους αριθμούς από 0 μέχρι 1.

Για τιμές μεγαλύτερες απο tau η εξίσωση είναι ίση με:

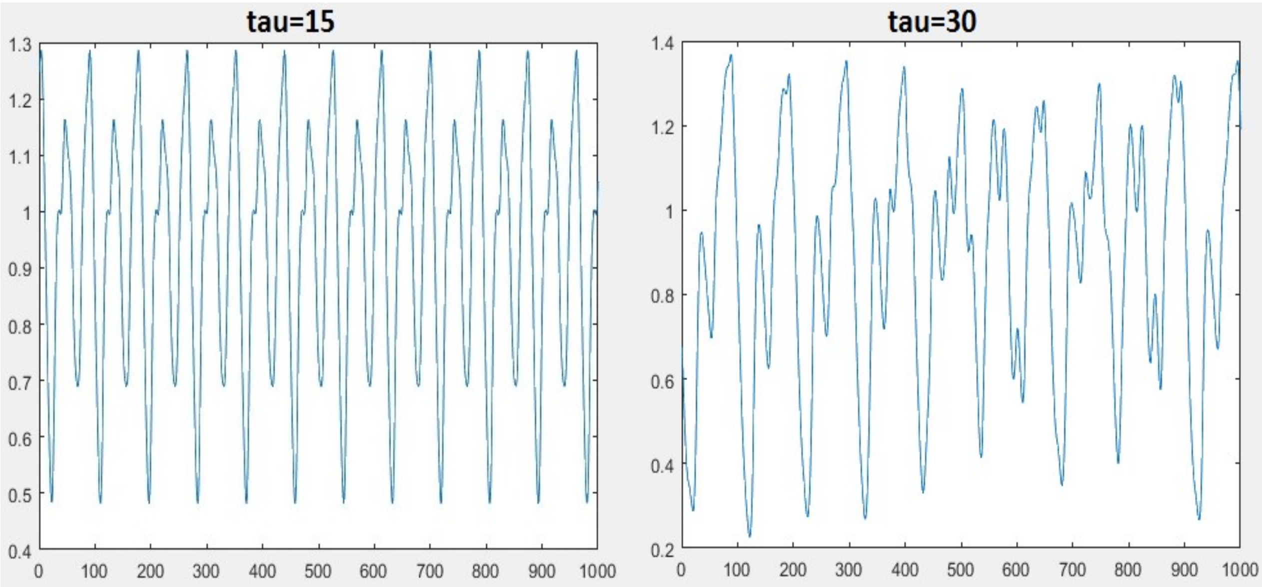
$$s(t) = 0.9 * s(t-1) + \frac{(0.2 * s(t - tau))}{(1 + s(t - tau)^{10})}$$

Κώδικας δημιουργίας της χαοτικής χρονοσειράς

```
function mydata = mgts(n);

tau = 30;
for t = 1:2000
    if t<= tau
        s(t) = rand;
   else
        s(t) =  0.9*s(t-1)+(0.2*s(t-tau))/(1+s(t-tau)^10);
    end
end

mgs = s';
mydata = mgs(1001:2000)';
t=1001:2000;
```

Επιλέγουμε τυχαία tau = 30

Όταν το tau παίρνει τιμές μικρότερες από 17 τότε η χρονοσειρά είναι περιοδική, ενώ για τιμές μεγαλύτερες του 17 η σειρά παρουσιάζει χαοτικά χαρακτηριστικά.




(Εικόνα-13//Περιοδικό σήμα αριστερά - Χαοτικό σήμα δεξιά)

Το t πρέπει να έχει εύρος τουλάχιστον 2000 διότι αργότερα κόβουμε το σήμα από το σημείο t(1001) μέχρι το t(2000) από το οποίο σήμα θα παρθούν τα ζευγάρια εισόδου εξόδου καθ'ότι θα γίνει και η εξαγωγή των κανόνων μας. Το σήμα αυτό ονομάζεται “mydata” και η μορφή του είναι διαφορετική κάθε φορά που τρέχουμε το πρόγραμμα, αφού οι αρχικές συνθήκες [S(t)=rand;] είναι πάντα διαφορετικές.

## 3_WANG-MENDEL

Οι περισσότερες μεθοδολογίες ανάλυσης σημάτων και ευφυών συστημάτων προσεγγίζουν το πρόβλημα σύμφωνα με τις απαιτήσεις της εκάστοτε συγκεκριμένης διεργασίας, τρέχοντας προσομοιώσεις και προσαρμόζοντας τις εξόδους για απαλοιφή σφαλμάτων και αποκλίσεων που εμφανίζονται. Αυτή η προσέγγιση λειτουργεί για τις περισσότερες περιπτώσεις αλλά έχει δύο αρνητικά.

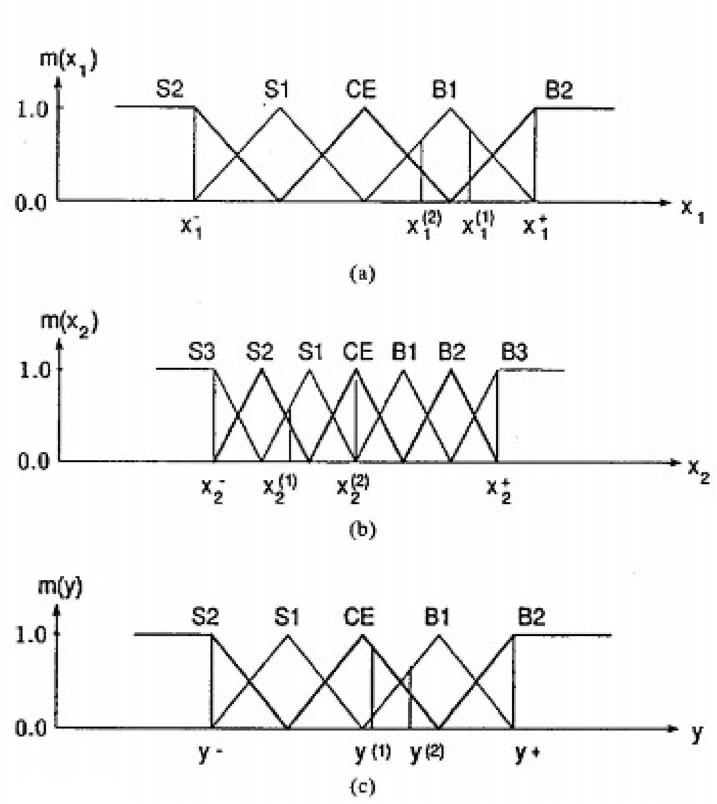
Ο τρόπος ανάλυσης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το προβλήματα που θα εμφανιστούν και ενώ μπορεί να λειτουργεί για μια εφαρμογή, δεν είναι κατάλληλος για μια άλλη.

Ας υποθέσουμε ότι ένα σύστημα επιβάλει την παρουσία ανθρώπινου χειριστή. Ο οποίος επεμβαίνει στο σύστημα κάνοντας ρυθμίσεις σύμφωνα με εμπειρία που έχει αποκτήσει και τα δεδομένα εισόδου εξόδου. Αν προσπαθούσαμε να μοντελοποιήσουμε ένα τέτοιο σύστημα, θα χρειαζόμασταν όλες τις δυνατές πιθανές καταστάσεις του. Συνήθως οι πληροφορίες μας για ένα σύστημα είναι ελλιπές, έχοντας δείγματα μερικών καταστάσεων, εισόδου εξόδου, και μερική λεκτική πληροφορία για το πώς λειτουργεί το σύστημα από τον χειριστή. Επίσης κάποιες καταστάσεις μπορεί να είναι σημαντικότερες και να παίρνουν προτεραιότητα από κάποιες άλλες.

Σκοπός της μεθοδολογίας αυτής είναι η ανάπτυξη γενικευμένων κανόνων οι οποίοι μοντελοποιούν οποιοδήποτε σύστημα με αριθμητικά και λεκτικά δεδομένα, λαμβάνοντας υπόψιν και τις προτεραιότητες των καταστάσεων ενός συστήματος. Ακολουθώντας πέντε βήματα είναι δυνατόν να αναλύσουμε οποιοδήποτε σήμα ή σύστημα ασαφούς λογικής, βρίσκοντάς όλες τις πιθανές καταστάσεις του.

### 3.1_Βήμα 1: Διαχωρισμός των περιοχών εισόδου εξόδου σε ασαφή σύνολα.

Ας υποθέσουμε ότι τα διαστήματα περιοχών των x1,x2 και y είναι [x1,x1]και [x2,x2] και [y,y], αντίστοιχα, όπου το "διάστημα περιοχών" μιας μεταβλητής σημαίνει ότι το πιο πιθανό είναι ότι αυτή η μεταβλητή θα βρεθεί σε αυτό το διάστημα (τα στοιχεία μιας μεταβλητής επιτρέπετε να βρίσκονται εκτός του διαστήματος περιοχής της). Διαχωρίζουμε κάθε διάστημα σε περιοχές 2N +1 (το N μπορεί να είναι διαφορετικό για διαφορετικές μεταβλητές και τα μήκη αυτών των περιοχών μπορεί να είναι ίσα ή άνισα),τις οποίες ονομάζουμε SN (Small N), ..., S1 (Small 1), CE (Center), B1 (Big 1), ..., BN (Big N) και κατανέμουμε σε κάθε περιοχή ένα βαθμός συμμετοχής. Το σχήμα 2 δείχνει ένα παράδειγμα όπου το διάστημα περιοχών του x1 διαιρείται σε πέντε περιοχές (N = 2), το διάστημα περιοχών του x2 διαιρείται σε επτά περιοχές (N = 3) και το διάστημα περιοχών του y διαιρείται σε πέντε περιοχές (N = 2). Η μορφή των συναρτήσεων είναι τριγωνική, οι κορυφές βρίσκεται στο κέντρο των περιοχών με ίσο βαθμό συμμετοχής ενώ οι δύο άλλες άκρες βρίσκονται στα κέντρα των δύο γειτονικών περιοχών, αντίστοιχα, με βαθμό συμμετοχής ίσο με το μηδέν. Φυσικά, διαφορετικές άνισες διαιρέσεις των διαστημάτων περιοχών, καθώς και η χρήση διαφορετικών μορφών συναρτήσεων όπως τραπεζοειδή η γκαουσιανή είναι δυνατές.




(Εικόνα-14)

### 3.2_Βήμα 2: Δημιουργία ασαφών κανόνων από τα γνωστά ζευγάρια δεδομένων.

Πρώτα, γίνεται καθορισμός των βαθμών συμμετοχής των x1(i) ,x2(i) σε διαφορετικές περιοχές. Για παράδειγμα, το x1(1) στο Σχήμα 2 έχει βαθμό 0,8 στο σύνολο B1, βαθμό 0,2 στο B2 και μηδενικό βαθμό σε όλες τις άλλες περιοχές, Ομοίως, το x2(2) στην εικόνα-14 έχει βαθμό 1 στο CE και μηδενικό βαθμό σε όλες τις άλλες περιοχές.

Δεύτερον, ορίζουμε ένα γνωστό x1(i),x2(i) ή y(i) στην περιοχή με το μέγιστο βαθμό. Για παράδειγμα, το x(1)1 στο σχήμα 2 θεωρείται οτι είναι B1 και το x2(2) στο σχήμα 1 θεωρείται ότι είναι CE.

Τέλος, εξάγουμε έναν κανόνα από ένα ζεύγος επιθυμητών δεδομένων εισόδου-εξόδου, π.χ.

$$(x1^{(1)}, x2^{(1)}; y^{(1)}) / / / [x1^{(1)}(0.8 \in B1, max) . x2^{(1)}(0.7 \in S1, max); y^{(1)}(0.9 \in CE, max)]$$

Κανόνας 1: Εάν το x1 είναι B1 και το x2 είναι S1, τότε το y είναι CE.

$$(x1^{(2)}, x2^{(2)}; y^{(2)}) / / / [x1^{(2)}(0.6 \in B1, max). x2^{(2)}(1 \in CE, max); y^{(2)}(0.7 \in B1, max)]$$

Κανόνας 2: Εάν το x1 είναι B1 και το x2 είναι CE, τότε το y είναι B1.

Οι κανόνες που δημιουργούνται με αυτόν τον τρόπο είναι τύπου "και", δηλαδή κανόνες στους οποίους πρέπει να πληρούνται ταυτόχρονα όλες οι συνθήκες του τμήματος “Εάν” για να προκύψει το αποτέλεσμα του μέρους “Τότε”.

Στην περίπτωση μας τα δεδομένα δεν προέρχονται μόνο από ασαφή σύνολα αλλά από crisp σημεία της χρονοσειρά Mackey glass, έτσι τα δεδομένα του χ1 μονότιμα για κάθε t. Τα δεδομένα του χ2 είναι οι ασαφή περιοχές εισόδου εξόδου και τα δεδομένα y είναι 5 τιμές από διαδοχικά σημεία της χρονοσειράς.

### 3.3_Βήμα 3: Ανάθεση βαθμού προτεραιότητας σε κάθε κανόνα.

Δεδομένου ότι συνήθως υπάρχουν πολλά ζεύγη δεδομένων και κάθε ζεύγος δημιουργεί από έναν κανόνα, είναι πολύ πιθανό να υπάρξουν αντικρουόμενοι κανόνες, δηλαδή κανόνες που έχουν το ίδιο “Εάν” μέρος αλλά διαφορετικό “Τότε”. Ένας τρόπος επίλυσης αυτής της σύγκρουσης είναι η εισαγωγή ενός βαθμού σε κάθε κανόνα που παράγεται από τα ζεύγη δεδομένων και σε περίπτωση σύγκρουσης να γίνει η χρήση μόνο του κανόνα με τον μέγιστο βαθμό. Με τον τρόπο αυτό όχι μόνο επιλύεται το πρόβλημα των συγκρούσεων, αλλά και μειώνεται σημαντικά και το πλήθος των κανόνων. Για την εύρεση βαθμού του κάθε κανόνα γίνεται η χρήση της παρακάτω διαδικασίας.

Για τον κανόνα: "Εάν το χ1 είναι A , τότε το y είναι C", ο βαθμός αυτού του κανόνα, που δηλώνεται ως $D(rule) = mA(x1) * mB(x2) * mC(y)$

Για παράδειγμα ο κανόνας 1 έχει βαθμό:

$$D(Κανόνα1) = mB1(x1) * mS1(x2) * mCE(y) = 0,8 * 0,7 * 0,9 = 0,504$$

Και ο κανόνας 2 έχει βαθμό:

$$D(Κανόνα2) = mB1(x1) * mCE(x2) * mB1(y) = 0,6 * 1 * 0,7 = 0,504$$

Στην πράξη, έχουμε συχνά ορισμένες πληροφορίες προτεραιότητας σχετικά με τα ζεύγη δεδομένων. Για παράδειγμα, αν αφήσουμε ένα εμπειρογνώμονα να ελέγξει τα ζεύγη δεδομένων, μπορεί να προτείνει ότι μερικά είναι πολύ χρήσιμα και κρίσιμα αλλά κάποια άλλα είναι πολύ σπάνια και μπορεί να προκληθούν μόνο από σφάλματα μέτρησης. Επομένως, μπορούμε να αναθέσουμε ένα βαθμό σε κάθε ζεύγος δεδομένων που αντιπροσωπεύει την πεποίθησή μας για τη χρησιμότητά του. Υπό αυτή την έννοια, τα ζεύγη δεδομένων αποτελούν ένα ασαφές σύνολο, δηλαδή το ασαφές σύνολο ορίζεται ως χρήσιμες μετρήσεις. ένα ζεύγος δεδομένων ανήκει σε αυτό το σύνολο με βαθμό συμμετοχής που έχει οριστεί από έναν άνθρωπο εμπειρογνώμονα.

Εάν υποθέσουμε ότι το ζευγάρι $\left(x1^{(1)}, x2^{(1)}; y^{(1)}\right)$ έχει βαθμό $m^{(1)}$ τότε αναπροσδιορίζουμε τον βαθμό του κανόνα ως:

$$D(\kappa\alpha\nu\acute{o}\nu\alpha)=mB1(x1)*mS1(x2)*mCE(y)*m^{(1)}$$

Ο βαθμός ενός κανόνα ορίζεται ως το γινόμενο των βαθμών των συστατικών του και του βαθμού του ζεύγους δεδομένων που δημιουργεί αυτόν τον κανόνα. Αυτό είναι σημαντικό σε πρακτικές εφαρμογές, επειδή τα πραγματικά αριθμητικά δεδομένα έχουν διαφορετική αξιοπιστία, για παράδειγμα σε περιπτώσεις όπου ορισμένα πραγματικά δεδομένα μπορεί να είναι ανεπιθύμητα ("κακά δεδομένα"). Για καλά δεδομένα αναθέτουμε υψηλότερους βαθμούς και για κακά δεδομένα αναθέτουμε χαμηλότερους. Με αυτόν τον τρόπο, η ανθρώπινη εμπειρία για τα δεδομένα χρησιμοποιείται με μια κοινή βάση ως διαφορετική πληροφορία. Σε περίπτωση που κάποιος νοιάζεται μόνο για αντικειμενικά δεδομένα και δεν θέλει να συμπεριλάβει την ανθρώπινη κρίση, η μεθοδολογία εξακολουθεί να λειτουργεί, θέτοντας όλους τους βαθμούς των ζευγών δεδομένων ίσοι με 1.

**3.4_Βήμα 4 - Δημιουργία βάσης συνδυασμένων ασαφών κανόνων**

Η μορφή μιας ασαφούς βάσης κανόνων απεικονίζεται στο Σχήμα 3. Γεμίζουμε τα πλαίσια του πίνακα βάσης με ασαφείς κανόνες σύμφωνα με την ακόλουθη στρατηγική: Μια συνδυασμένη βάση ασαφών κανόνων, αποτελείται από κανόνες είτε από εκείνους που παράγονται από αριθμητικά δεδομένα είτε από γλωσσικούς κανόνες (υποθέτουμε ότι ένας γλωσσικός κανόνας έχει επίσης ένα βαθμό που αποδίδεται από τον ανθρώπινο εμπειρογνώμονα και αντικατοπτρίζει την πεποίθηση του για τη σημαντικότητα του κανόνα). Στην περίπτωση που υπάρχουν περισσότεροι από ένας κανόνες σε ένα κουτί της βάσης, χρησιμοποιούμε τον κανόνα που έχει μέγιστο βαθμό. Με τον τρόπο αυτό, τόσο οι αριθμητικές όσο και οι γλωσσικές πληροφορίες ενσωματώνονται σε ένα κοινό πλαίσιο - τη συνδυασμένη βάση ασαφών κανόνων. Εάν ένας γλωσσικός κανόνας είναι κανόνας "και", γεμίζει μόνο ένα κουτί της βάσης, αλλά αν είναι κανόνας "ή" (δηλαδή, ένας κανόνας για τον οποίο το συμπερασματικό μέρος “τότε” ενεργοποιείται εάν πληρείται οποιαδήποτε προϋπόθεση του τμήματος “εάν”), συμπληρώνει όλα τα κουτιά στις σειρές ή τις στήλες που αντιστοιχούν στις περιοχές του το τμήμα “εάν”. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι έχουμε τον γλωσσικό κανόνα: "Εάν το X1 είναι S1 ή το X2 είναι CE, τότε το y είναι B2 "για τη βάση ασαφούς κανόνα του σχήματος 3 γεμίζουμε τα επτά κουτιά στη στήλη S1 και τα πέντε κουτιά στη σειρά του CE με B2. Οι βαθμοί όλων των B2 σε αυτά τα κουτιά είναι ίσοι με τον βαθμό αυτού του “ή” κανόνα.

**3.5_Βήμα 5 - Καθορισμός χαρτογράφησης βασισμένη στη Βάση συνδυασμένων ασαφών κανόνων**

Χρησιμοποιούμε την ακόλουθη στρατηγική αποασαφοποίησης για να καθορίσουμε την έξοδο ελέγχου y για δεδομένες εισόδους (x1, x2): πρώτον, για δεδομένες εισόδους (x1,x2), συνδυάζουμε τα προηγούμενα στοιχεία του παρόντος κανόνα χρησιμοποιώντας τη λειτουργία της παραγώγου για τον προσδιορισμό του βαθμού, $m^i_{(o^i)}$ της εξόδου ελέγχου που αντιστοιχεί στο (x1,x2).

$$m^i_{(O^i)} = mI^i_1(x1)\, mI^i_2(x2)$$

όπου $O^i$ δηλώνει την περιοχή εξόδου του κανόνα i, και το $I^i_j$ δηλώνει την περιοχή εισόδου του κανόνα i για το jth κομμάτι, π.χ., ο κανόνας 1 δίδει

Mo: = η (x1) μου (x2), $m^1_{CE} = m_{B1}(x1)\, m_{S1}(x2)$

τότε, χρησιμοποιούμε την ακόλουθη φόρμουλα αποασαφοποίησης centroid για να καθορίσουμε την έξοδο

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{K} \left(m^i_{(O^i)} * y^{-i}\right)}{\sum_{i=1}^{K} \left(m^i_{(O^i)}\right)}$$ Όπου το $y^{-i}$ δηλώνει την κεντρική τιμή της περιοχής $O^i$

(το κέντρο μιας ασαφούς περιοχής ορίζεται ως το σημείο που έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή μεταξύ όλων των σημείων στα οποία η συνάρτηση μέλους για αυτή την περιοχή έχει τιμή μέλους ίση με τη μονάδα). K είναι ο αριθμός όλων των ασαφών κανόνων στη συνδυασμένη βάση.

Αυτή η διαδικασία πέντε βημάτων μπορεί εύκολα να επεκταθεί σε γενικές περιπτώσεις πολλαπλών εισόδων εξόδων αντικαθιστώντας απλά το $m^i_{(O^i)}$ με $m^i_{(O^i_\xi)}$ όπου j είναι η συνιστώσα του παρόντος φορέα εξόδου. $O^i_j$ είναι η περιοχή του κανόνα i για την υπ αριθμόν j έξοδο. Το $m^i_{(O^i_\xi)}$ είναι το ίδιο για κάθε j και η ασαφοποίηση γίνεται:

$$y_j = \frac{\sum_{i=1}^{K} \left(m^i_{(O^i_j)} * y^{-i}_j\right)}{\sum_{i=1}^{K} \left(m^i_{(O^i_j)}\right)}$$ Όπου το $y^{-i}_j$ δηλώνει το κέντρο της περιοχής $O^i_j$ .

Εάν φανταστούμε το μπλοκ διάγραμμα των πέντε αυτών βημάτων ως μια διαδικασία, τότε οι είσοδοι σε αυτό το μπλοκ είναι "παραδείγματα" (επιθυμητά ζεύγη εισόδων-εξόδων) και κανόνες εμπειρογνωμόνων (γλωσσικές “Εάν-Τότε” προτάσεις) και η έξοδος είναι μια χαρτογράφηση από το χώρο εισόδου στο χώρο εξόδου. Σε προβλήματα ελέγχου, ο χώρος εισόδου είναι η κατάσταση της εγκατάστασης που πρόκειται να ελεγχθεί και ο χώρος εξόδου είναι ο έλεγχος που εφαρμόζεται στην εγκατάσταση.

Φυσικά για την περιγραφή συστημάτων με περιοδικά δεδομένα αρκεί να βρούμε όλους τους κανόνες μιας περιόδου. Όταν τα δεδομένα μας όμως είναι μη περιοδικά το πλήθος των κανόνων και ζευγαριών εισόδου εξόδου που απαιτούνται, για ικανοποιητική περιγραφή ενός μοντέλου, μπορεί να είναι τεράστιο. Με την χρήση της μεθοδολογίας Wang-Mendel στο matlab αρκεί να δώσουμε οποιοδήποτε σήμα περιγραφής των καταστάσεων του συστήματος στο χρόνο στην είσοδο και ακολουθώντας τα πέντε βήματα, η εύρεση των κανόνων γίνεται αυτόματα. Στη συνέχεια αφού έχουμε αναλύσει το σύστημα μας μπορούμε να προσομοιώσουμε όλες τις καταστάσεις του.

Για προβλήματα πρόβλεψης χρονοσειρών, οι χώροι εισόδου και εξόδου είναι υποαλληλουχίες των χρονοσειρών έτσι ώστε η υποπεριοχή εισόδου να προηγείται της ακολουθίας εξόδου. Αυτή η μέθοδος ουσιαστικά "μαθαίνει" από τα "παραδείγματα" και τους κανόνες εμπειρογνωμόνων για να αποκτήσει μια χαρτογράφηση που έχει την ιδιότητα της "γενίκευσης", για χρήση σε κάθε τύπου προβλήματα.

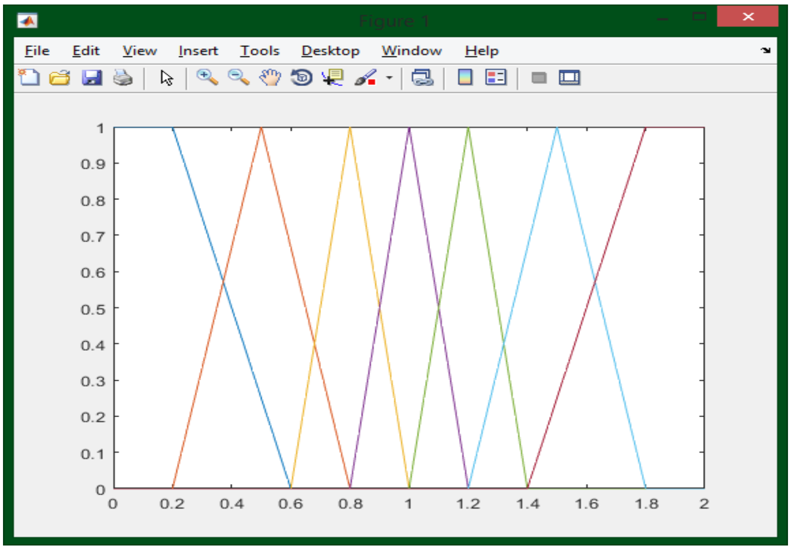
# 4_Matlab

Υλοποίηση στο matlab. <6>

Δημιουργία 7 περιοχών εισόδου εξόδου στο matlab.

Βημα1

```
function fs = fsloc(x);  %(χ1 περιοχές)

x = 0:0.01:2;
S3 = trapmf(x, [0 0 0.2 0.6]);
S2 = trimf(x, [0.2 0.5 0.8]);
S1 = trimf(x, [0.6 0.8 1]);
CE = trimf(x, [0.8 1 1.2]);
B1 = trimf(x, [1 1.2 1.4]);
B2 = trimf(x, [1.2 1.5 1.8]);
B3 = trapmf(x, [1.4 1.8 2 2]);
fs = [S3' S2' S1' CE' B1' B2' B3'];
```




(Εικόνα-15)

Βήμα2/3 **Δημιουργία ασαφή κανόνων από τα γνωστά ζευγάρια δεδομένων. Ανάθεση βαθμού προτεραιότητας σε κάθε κανόνα.**

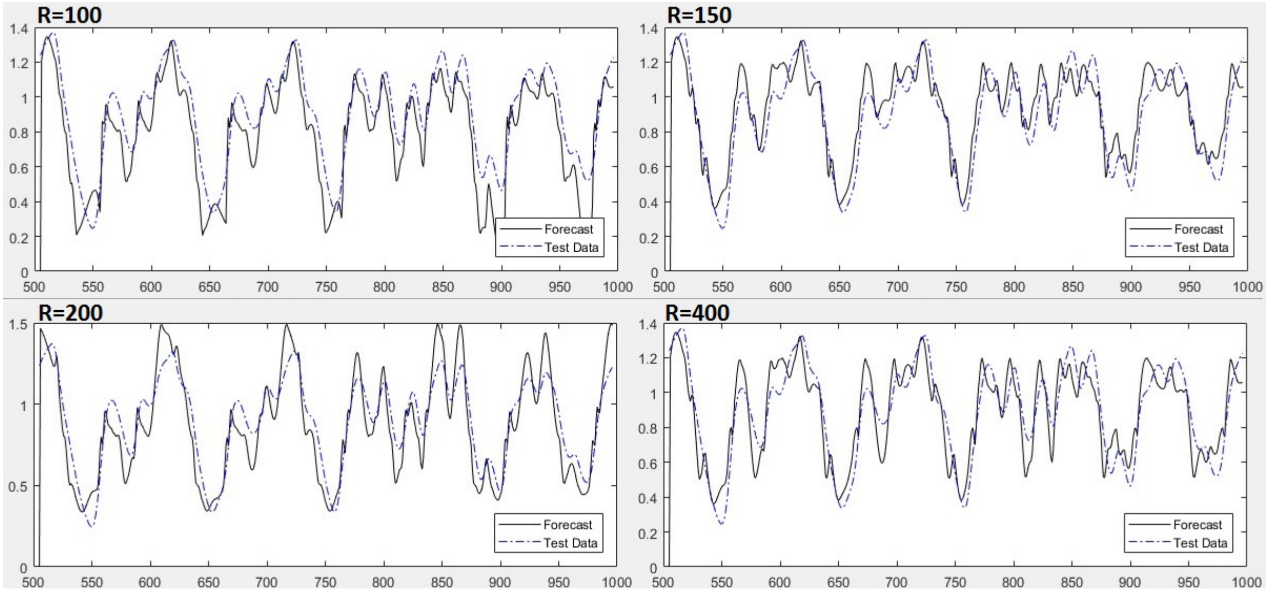
```
tgd = mydata(1:504);          %Δείγμα Mg της χρονοσειράς για χ από 1
                               μέχρι 504

k = 0;                        %Μετρητής θέσης
for i = 1:500                 %Μετρητής 500 κύκλων
    for j = 1:5               %Μετρητής 5 κύκλων
        s(i, j) = tgd(k+j);   %Δημιουργία 5 περιοχών για κάθε χ του
                               δείγματος Mg
    end
    k = k+1;                   %Αύξηση του μετρητή θέσης
end

tsd = mydata(505:1000);       %tsd=δείγματα της χρονοσειράς mg απο(t)
                               505μέχρι1000
```

```
k = 0;
for i = 1:491                    %μετρητής 491 κύκλων
    for j = 1:5                  %μετρητής 5 κύκλων
        si(i, j) = tsd(k+j);%Πίνακας 2455 δειγμάτων της χρονοσειράς με
                                  μορφοποίηση 5 δειγμάτων ανά γραμμή
                                  mg[n0 n1 n2 n3 n4],
                                  mg[n1 n2 n3 n4 n5]...
    end
    k = k+1;
end
```

Για την δημιουργία των κανόνων πρώτα ορίζουμε ένα όριο για το πλήθος των κανόνων (N) για την μείωση του χρόνου υπολογισμού καθώς και επειδή μετά από ένα αριθμό κανόνων τα πλεονεκτήματα ακριβέστερης ανάλυσης μειώνονται σημαντικά με όμοιους κανόνες τους οποίους αργότερα θα χρειαστεί να αφαιρέσουμε.

```
x = 0:0.01:2;                   % 200 βήματα

fs = fsloc(x);                   % 200 δείγματα βαθμών συμμετοχής των συνόλων
                                   fsloc

N=100;                           % Πλήθος κανόνων

for l=1:N                        % Μετρητής κανόνων
   for j = 1:5                   % Μετρητής 5 κύκλων
        for i = 1:201            % Μετρητής 201 κύκλων
            if x(i) >= (s(l, j) - 0.005) && x(i) < (s(l, j) + 0.005)
                                        %Δημιουργία πίνακα rn(j) ένδειξης
                                         θέσης(i) για κάθε τιμή του s με ανοχή
                                         +- 0.005.
                rn(j) = i;
          end
         end

    end
```

Ο αριθμός των κανόνων (περιοχές χ2) είναι πολύ σημαντικός στην ακρίβεια της ανάλυσης του συστήματος.Για το σχήμα 1 η χρονοσειρά Mackhey glass τροποποιήθηκε έτσι ώστε να έχει την ίδια μορφή σε διαφορετικές εκτελέσεις του προγράμματος, αφαιρώντας την γραμμή κώδικα rand, δίνοντας τιμές πάντα s(t) = 0.1. Αλλάζοντας τον αριθμό των κανόνων N παρατηρείτε η επίπτωση τους στην έξοδο.




(Εικόνα-16)

## Βήμα 4 Δημιουργία βάσης συνδυασμένων ασαφών κανόνων

```
RDeg = 1;        %D(Rule) βαθμός σημαντικότητας κανόνα από εμπειρογνώμονα

    for j = 1:5
        for fn = 1:7    %Μετρητής 7 κύκλων για τον έλεγχο σε κάθε περιοχή
                         εισόδου εξόδου
            if fs(rn(j), fn) == max(fs(rn(j), :))  Εύρεση ασαφούς
                                                     τριγώνου με το μέγιστο
                                                       βαθμό συμμετοχής
                                                   (περιοχή εισόδου εξόδου)
                                                     στην οποία ανήκει
                                                     κάθε τιμή του s

                fsn(j) = fn;          %Αντιστοίχιση ονομασίας ασαφών
                                     τριγώνων με
                                     τον αριθμό του μετρητή 1,2,3,4,5,6,7.

                 mgr(j) = max(fs(rn(j), :));     %Εύρεση μέγιστου βαθμού
                                                 συμμετοχής των τιμών στα
                                                 τρίγωνα περιοχών.

            end
        end
        RDeg = RDeg*mgr(j);           %Πολλαπλασιασμός των βαθμών συμμετοχής
                                     των 5 τιμών με τον βαθμό
                                     σημαντικότητας.
    end
    Rule(1,:) = [fsn Rdeg];          %Δημιουργία πίνακα κανόνων με βαθμό
                                     σημαντικότητας
```

Στη συνέχεια αφαιρούμε τους όμοιους κανόνες κρατώντας αυτούς με τον μεγαλύτερο βαθμό σημαντικότητας.

```
      R=Rule;

for k = 1:N
    for j = 1:N
        if j~=k
             if Rule(k, 1:5)==Rule(j, 1:5) %Έλεγχος των πέντε τιμών κάθε
                                              γραμμής του πίνακα για
                                              ομοιότητες με κάθε άλλη
                                              γραμμή.
               if Rule(k, 6)>Rule(j, 6)  %Σε περίπτωση που βρεθεί
                                          ομοιότητα γίνετε έλεγχος του
                                         βαθμού σημαντικότητας.
                   Rule(j, :) = zeros(1,6);
               else
                    Rule(k, :) = zeros(1,6); %Μηδενισμός της γραμμής με
                                               τον μικρότερο βαθμό
                                               σημαντικότητας.
               end
           end
        end
    end
end

RRM = [];                                   %Δημιουργία κενού πίνακα

for j=1:N
    if Rule(j, :)~=zeros(1, 6)      %Αφαίρεση όλων των μηδενισμένων
                                    γραμμών
        RRM = [RRM; Rule(j, :)];
    end
end
[M, m]=size(RRM);                   %Εύρεση διαστάσεων του νέου πίνακα
```

Ένα παράδειγμα της τελικής μορφής της βάσης συνδυασμένων ασαφών κανόνων (RRM), μετά την αφαίρεση των αντικρουόμενων κανόνων φαίνεται στην εικόνα-17. Στο συγκεκριμένο δείγμα παρατηρούμε ότι από τους 100 κανόνες αφαιρέθηκαν 73 πλεοναστικοί και απέμειναν 27.Οι πρώτες 5 στήλες του πίνακα αντιπροσωπεύουν τις τιμές του χ1 ενώ οι γραμμές τις τιμές του χ2.Όπου 1,2,3,4,5,6 και 7 ισοδυναμούν με τις περιοχές S3 S2 S1 CE B1 B2 και B3 αντίστοιχα. Η έκτη στήλη αποθηκεύει τον βαθμό σημαντικότητας του κάθε κανόνα.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4 | 0.2238 |
| 2 | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 0.1641 |
| 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 3 | 0.2051 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3 | 0.2998 |
| 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 0.2332 |
| 6 | 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 0.1234 |
| 7 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 0.1197 |
| 8 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 0.1117 |
| 9 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 0.0980 |
| 10 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0.1353 |
| 11 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 0.6568 |
| 12 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 0.1757 |
| 13 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 0.1600 |
| 14 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 0.1477 |
| 15 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 0.0963 |
| 16 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 0.1190 |
| 17 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 0.2023 |
| 18 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 0.2261 |
| 19 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 0.8574 |
| 20 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 0.1299 |
| 21 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 0.1213 |
| 22 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 0.1374 |
| 23 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0.1865 |
| 24 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0.5869 |
| 25 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 0.0344 |
| 26 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 0.0413 |
| 27 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 0.2952 |

(Εικόνα-17)

```
[M, m]=size(RRM);          %Εύρεση διαστάσεων του πίνακα RRM
ts = si(np, 1:4);                   (np= Διάστημα 1 μέχρι L )ts=4 δείγματα
                                    του si() για το διάστημα np χωρίς
                                    την πέμπτη στήλη βαθμού σημαντικότητας

fsip = fsloc(ts);           %βαθμός συμμετοχής όλων των δειγμάτων πάνω στις
                                 περιοχές fsloc

fsc = [];
for j = 1:4                     %Για κάθε δείγμα
       k=0;
       for i = 1:7              %Για κάθε περιοχή fsloc
              if fsip(j, i) ~= 0 %Εάν ο βαθμός συμμετοχής δεν είναι 0
                                    τότε...
              k=k+1;         %αύξηση του k

              fsc(j, k) = i; %αντιστοίχιση περιοχής σε κάθε δείγμα με βαθμό
                                  συμμετοχής διάφορο του 0
              mgc(j, k) = fsip(j, i); %Εύρεση βαθμών συμμετοχής των
                                    δειγμάτων στα αντίστοιχα σύνολα που
                                    ανήκουν
          end
      end
end
```

**Βήμα5 Καθορισμός χαρτογράφησης βασισμένη στη Βάση συνδυασμένων ασαφών κανόνων**

Επειδή κάθε στοιχείο μπορεί να ανήκει το πολύ σε 2 περιοχές και ο έλεγχος γίνεται για κάθε πιθανή κατάσταση τεσσάρων στοιχείων την φορά, θα χρειαστούμε πίνακα με 2^4=16 γραμμές.

```
FRM =        [fsc(1,1), fsc(2,1) ,fsc(3,1), fsc(4,1);     % FRM: Fireable
Rule          fsc(1,1) fsc(2,1) fsc(3,1) fsc(4,2);        Matrix
              fsc(1,1) fsc(2,1) fsc(3,2) fsc(4,1);
              fsc(1,1) fsc(2,1) fsc(3,2) fsc(4,2);
              fsc(1,1) fsc(2,2) fsc(3,1) fsc(4,1);
              fsc(1,1) fsc(2,2) fsc(3,1) fsc(4,2);
              fsc(1,1) fsc(2,2) fsc(3,2) fsc(4,1);
              fsc(1,1) fsc(2,2) fsc(3,2) fsc(4,2);
              fsc(1,2) fsc(2,1) fsc(3,1) fsc(4,1);
              fsc(1,2) fsc(2,1) fsc(3,1) fsc(4,2);
              fsc(1,2) fsc(2,1) fsc(3,2) fsc(4,1);
              fsc(1,2) fsc(2,1) fsc(3,2) fsc(4,2);
              fsc(1,2) fsc(2,2) fsc(3,1) fsc(4,1);
              fsc(1,2) fsc(2,2) fsc(3,1) fsc(4,2);
              fsc(1,2) fsc(2,2) fsc(3,2) fsc(4,1);
              fsc(1,2) fsc(2,2) fsc(3,2) fsc(4,2)];

MGM =        [mgc(1,1) mgc(2,1) mgc(3,1) mgc(4,1);      % MGM: Membership
Grade
              mgc(1,1) mgc(2,1) mgc(3,1) mgc(4,2);      Matrix
              mgc(1,1) mgc(2,1) mgc(3,2) mgc(4,1);
              mgc(1,1) mgc(2,1) mgc(3,2) mgc(4,2);
              mgc(1,1) mgc(2,2) mgc(3,1) mgc(4,1);
              mgc(1,1) mgc(2,2) mgc(3,1) mgc(4,2);
              mgc(1,1) mgc(2,2) mgc(3,2) mgc(4,1);
              mgc(1,1) mgc(2,2) mgc(3,2) mgc(4,2);
              mgc(1,2) mgc(2,1) mgc(3,1) mgc(4,1);
              mgc(1,2) mgc(2,1) mgc(3,1) mgc(4,2);
              mgc(1,2) mgc(2,1) mgc(3,2) mgc(4,1);
              mgc(1,2) mgc(2,1) mgc(3,2) mgc(4,2);
              mgc(1,2) mgc(2,2) mgc(3,1) mgc(4,1);
              mgc(1,2) mgc(2,2) mgc(3,1) mgc(4,2);
              mgc(1,2) mgc(2,2) mgc(3,2) mgc(4,1);
              mgc(1,2) mgc(2,2) mgc(3,2) mgc(4,2)];


FR = [];                                   %Νέος πίνακας FR
for i=1:16                                 %μετρητής γραμμών
    for j=1:M                              %μετρητής απο 1 μέχρι το τέλος
                                           του πίνακα RRM
        if FRM(i, :) == RRM(j, 1:4)
            FR(i, :) = RRM(j, 1:5);        %Δημιουργία πίνακα FR ο οποίος
                                           περιέχει μόνο τους  κανόνες
                                           οι οποίοι πυροδοτούνται από τα
                                           δείγματα του πίνακα Frm.
                           Μηδενισμός των παραπλήσιων γραμμών του πίνακα


        end
    end
end
```

```
RFRM = [];
RMGM = [];
[X, x]=size(FR);                          %Εύρεση διαστάσεων του FR
for j=1:X
    if FR(j, :) ~= zeros(1, 5)
        RFRM = [RFRM; FR(j, :)];     % RFRM: Αφαίρεση μηδενισμένων γραμμών
        RMGM = [RMGM; MGM(j, :)];    % RMGM: Αφαίρεση μηδενισμένων γραμμών
    end
end
```

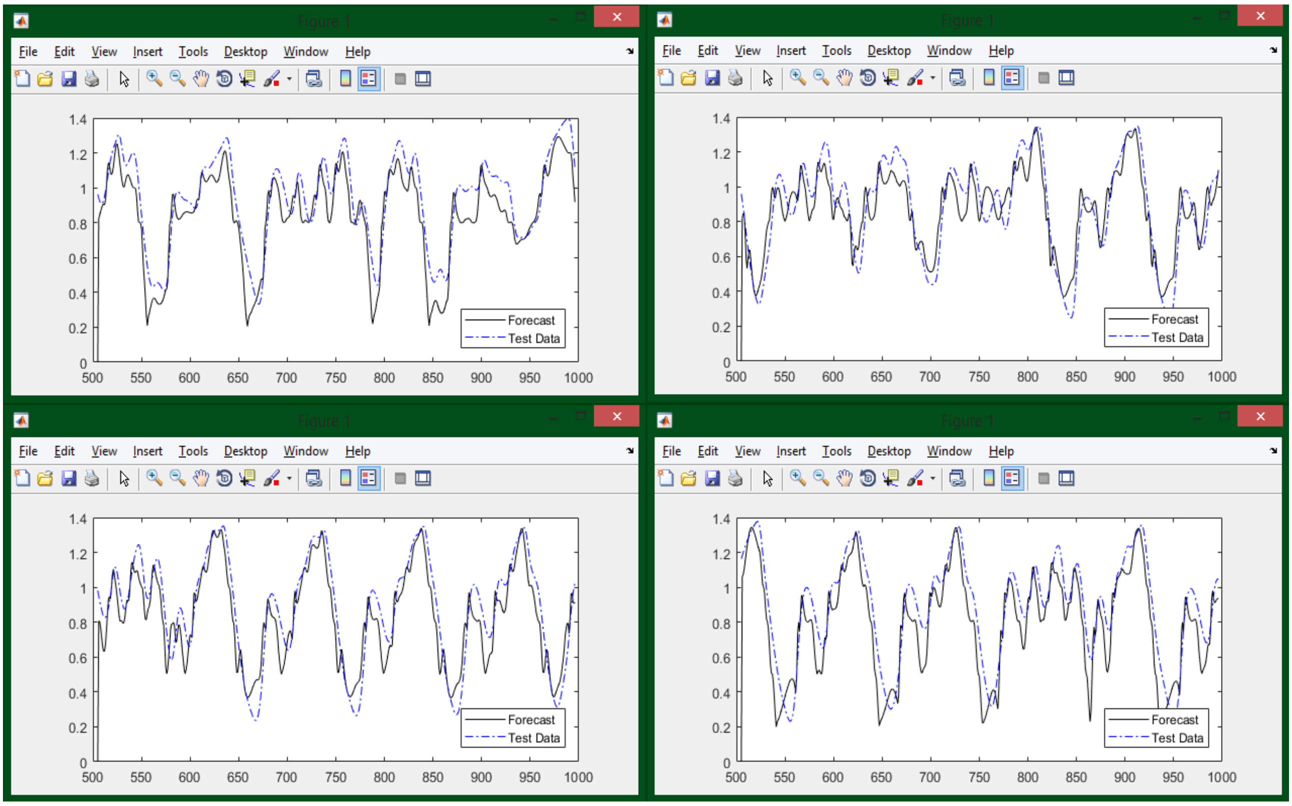
Βημα5

```
for j=1:MM                  %για κάθε στήλη
    switch RFRM(j, 5)    %αλλαγή των περιεχομένων του RFRM
        case 1            %περίπτωση 1 "Εάν το στοιχείο είναι = 1
            y(j) = 0.2; %y= κέντρο της περιοχής 1 = 0,2
        case 2            % περίπτωση 2 "Εάν το στοιχείο είναι = 2
            y(j) = 0.5; %y= κέντρο της περιοχής 2 = 0.5
        case 3            % περίπτωση 3 "Εάν το στοιχείο είναι = 3
            y(j) = 0.8; %y= κέντρο της περιοχής 3 = 0.8
        case 4            % περίπτωση 4 "Εάν το στοιχείο είναι = 4
            y(j) = 1.0; %y= κέντρο της περιοχής 4 = 1.0
        case 5            % περίπτωση 5 "Εάν το στοιχείο είναι = 5
            y(j) = 1.2; %y= κέντρο της περιοχής 5 = 1.2
        case 6            % περίπτωση 6 "Εάν το στοιχείο είναι = 6
            y(j) = 1.5; %y= κέντρο της περιοχής 6 = 1.5
        case 7            % περίπτωση 7 "Εάν το στοιχείο είναι = 7
            y(j) = 1.8; %y= κέντρο της περιοχής 7 = 1.8
        otherwise
            disp('No Rule');% ανέγκαιρη περίπτωση
    end
end

Mu = prod(RMGM,2); %product του RMGM ,[fsloc(x,y)of RMGM] = w

SNum = 0;
SDen = 0;
for j=1:MM
    SNum = SNum + y(j)*Mu(j); %αριθμητής αποασαφοποίησης centroid

    SDen = SDen + Mu(j);      %παρονομαστής αποασαφοποίησης centroid


end

HDfuzz = SNum/SDen;         %centroid αποασαφοποίηση      [y=Σmo*y/Σmo]

fc = Hdfuzz;

disp('Centroid defuzz')

disp(fc);
TR = TR+MM;
AR = TR/np;
dsp = [int16(np)   int16(MM)   AR];
disp('~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~')
disp(' ')
disp('FCast FRules ARules')
disp (dsp)
```

## ttsf - Εκτέλεση προγράμματος

```
function RMSE = ttsf(mydata)

mydata = mgts(3000);
 n = 0;
 global TR;
TR = 0;

% Γράφημα χρονοσειράς Mackey Glass
t=1001:2000;
subplot(3, 1, 1);
plot(t, mydata)
title(['Tau = 30'] )
legend({'Mackey Glass Time-series'},'Location','southeast');
%---------------------------------------------
% Γράφημα ασαφών περιοχών
x = 0:0.01:2;
fs = fsloc(x);
subplot(3, 1, 2);
plot(x, fs)
title(['S3 S2 S1 CE B1 B2 B3'] )
legend({'Fuzzy Sets'},'Location','southeast');
%---------------------------------------------
% Απόπειρα πρόβλεψης
jii=505;
L=491;
for np = 1:L
    fc(np+jii) = st1(mydata, np);
end
% --------------------------------------------
% Γράφημα πρόβλεπόμενων και πραγματικών δεδομένων ταυτόχρονα
t = 505:jii+L;
tsd = mydata(505:jii+L);
fcd = fc(505:jii+L);

subplot(3, 1, 3);
plot(t, fcd, '-k', t, tsd, '-.b')
title(['Testing pairs = ' num2str(L)] )
legend({'Forecast','Test Data'},'Location','southeast');
% -------------------------------------------

% Calculation of Root Mean Square Value
ErrS = 0;
for t=1:L
    ErrS = ErrS + (tsd(t) - fcd(t))^2;
end

RMSE = sqrt(ErrS/L);
```

Παραδείγματα εκτελέσεων με τυχαίες χρονοσειρές:




(Εικόνα-18)

Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα είναι πολύ καλά. Οι προβλέψεις ακολουθούν τις πραγματικές τιμές έχοντας μικρές αποκλήσεις. Σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις χρησιμοποιήθηκε αποασαφοποίηση με την μέθοδο κέντρου βάρους και ο χρόνος εκτέλεσης δεν ξεπέρασε το 1 λεπτό.

**ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

Όπως παρατηρήσαμε από την εκτέλεση του προγράμματος, η μεθοδολογία είναι ικανή να προσεγγίσει τις πραγματικές τιμές σε μεγάλο βαθμό. Επομένως συμπεραίνουμε πως η ανάλυση του πολύπλοκου, χαοτικού συστήματος μας είναι ικανοποιητική. Τα 5 βήματα υλοποίησης δεν απαιτούν πολύπλοκες διεργασίες και ο χρόνος εκτέλεσης είναι πολύ χαμηλός.

Η μεθοδολογία Wang-Mendel εκπαιδεύεται από παραδείγματα προηγούμενων τιμών. Ενώ δεν είναι ικανή να προβλέψει κάποια τιμή από κανόνες που δεν πυροδοτήθηκαν κατά την περίοδο της δειγματοληψίας, η απλοϊκότητα της την καθιστά ως μια σεβαστή μέθοδο ανάλυσης.

## Βιβλιογραφία

(1) Μαστροκώστας, Εισαγωγή στην ασαφή λογική – ασαφή σύνολα – συναρτήσεις, 2015. συμμετοχής https://repository.kallipos.gr/bitstream/11419/5958/1/02_chapter_01.pdf

(2) H.-J. Zimmermann, Fuzzy set theory-and it's applications(fourth Edition).

(3) Micrea S. Reghis, Classical and Fuzzy Concepts in Mathematical Logic and Applications.

(4) Μαστοροκώστας, Θεωρήματα της ασαφούς λογικής-προχωρημένες πράξεις ασαφών συνόλων

(5) Kesheng Wang,Computational Intelligence in agile manufacturing engineering,2001.

(6) J.Wesley Hines, Fuzzy and neural approaches in engineering.

(7) Li-Xin Wang, Adaptive fuzzy systems and control.

(8) Didier Dubois and Henri Prade,Fuzzy sets and systems: Theory and applications.

**Άρθρα**

<1>John C. Chambers , Satinder K. Mullick and Donald D. Smith, How to Choose the Right Forecasting Technique.https://hbr.org/1971/07/how-to-choose-the-right-forecasting-technique
<2> Ασαφής λογική
http://www.cs.uoi.gr/~arly/courses/ai/slides/10_fuzzy_logic.pdf
<3> Γκέοργκ Κάντορ.
wikipedia.org
<4>Michael C. Mackey, MacGrill Department of physiology.
www.mcgill.ca/physiology/directory/core-faculty/michael-mackey
<5>Leon Glass, MacGrill Department of physiology.
https://www.mcgill.ca/physiology/directory/core-faculty/leon-glass
<6>Mackey-Glass Time Series Forecasting using Method 2 Single Stage Fuzzy Forecaster
https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/16809-mackey-glass-time-series-forecasting-using-method-2-single-stage-fuzzy-forecaster